

# Formación de Estrellas deficientes en Hidrógeno por medio de Flashes Tardíos del Helio

Marcelo Miguel Miller Bertolami



FORMACIÓN DE ESTRELLAS  
DEFICIENTES EN HIDRÓGENO  
POR MEDIO DE  
FLASHES TARDÍOS DEL HELIO



Tesis doctoral  
de  
Marcelo Miguel Miller Bertolami  
Versión definitiva

Director: Prof. Leandro G. Althaus  
Co-director: Dr. Alejandro H. Córscico

(Esta página en blanco es intencional)

## Prologo, dedicatoria y agradecimientos

El que debía graduarse se hallaba sentado en una silla al final del auditorium. El acta de promoción fue precedida por una tesis cuyo tema era: *Disertación física de inauguración, en la cual se examina y se discute cuidadosamente este importante problema: saber si el ruido que hacen las moscas y demás insectos se produce con la boca o el trasero.*

El presidente de la tesis acometió la defensa del primero de los enunciados, siendo vigorosamente atacado por sus opositores, que le hicieron defenderse como un león; a tal grado llegó la disputa, que a punto estuvo de convertirse en sangriento combate, cosa que sin duda hubiera ocurrido sin la intervención autoritaria del Senado.

Durante los discursos actúan músicos que por medio de conciertos animan a los polemistas cuando languidecen, o los apaciguan cuando se arrebatan demasiado; pero en este punto obtienen menor resultado, ya que es muy difícil obligar a los espíritus a mantenerse en su justo medio cuando se discute sobre las más importantes cosas del mundo.

Por fin toda aquella querrela terminó con elogios y felicitaciones; lo que pudo ser trágico acabó con una especie de farsa. El que debía doctorarse se sentó en medio del auditorium; a continuación, tres pedantes de la universidad avanzaron grave y lentamente para arrojarle un tonel de agua por encima, después de lo cual le perfumaron con incienso y le obligaron a tomarse un vomitivo. Terminado todo aquello se retiraron, inclinando tres veces la cabeza y declarando en voz alta que había sido hecho doctor con toda legitimidad.

Pasmado con semejantes maravillosas y desconocidas ceremonias, pregunté a un tití, hombre de letras, qué significaba todo aquello, y él, deplorando mi ignorancia, me dijo que el incienso y el vomitivo indicaban que el candidato debería renunciar a sus antiguos vicios, adoptar nuevas costumbres y separarse de lo vulgar. Esta explicación confortó mi asombro.

Viaje al mundo subterráneo. Ludvig Holberg (1741)

Esta tesis simboliza la finalización de más de 11 años de carrera, no escapa a la vista de nadie que un período de tiempo tan prolongado es del mismo orden de magnitud que la vida humana. Consecuencia de esto último es que incontables eventos significativos han tenido lugar en este tiempo y otra innumerable cantidad de personas han tenido participación en ellos. Es difícil escribir los agradecimientos cuando la gente a agradecer es tanta y conocida a lo largo de tantos años. Es difícil no olvidarse algún nombre por lo que, para estar tranquilo, mi primer agradecimiento es para aquellos a los cuales (inevitablemente) olvidare en la lista.

Entrando en terrenos mas explícitos quiero agradecer por sobre todas las cosas a madre y mi hermano, a quienes esta dedicada esta tesis. Nada de esto sería posible sin ellos, sin su constante apoyo y su compañía en los momentos más complicados. A ella, a quien le debo todo lo que soy, en lo bueno y en lo malo ¡Gracias por ayudarme y aguantarme vieja!. Y a mi hermano, gracias por la amistad, gracias por estar siempre. Nada sería posible sin tu compañía hermano. Los quiero muchísimo.

A mi abuela Nelly, por los ejemplos y por haber hecho de mi madre lo que es. A mi viejo, por toda la ayuda que me ha dado en los primeros años de la carrera, a pesar de que mi elección no fue la que él hubiera deseado. A mi tío Miguel, a quien debo el primer libro de astronomía y es en gran parte el culpable de que haya elegido esta disciplina como profesión.

A Beatriz y Eduardo por el cariño y la hospitalidad durante tantos años. Muchas gracias, estaré siempre en deuda con ustedes. Y a Andrés gracias por la musica y la amistad.

A Sebastian Roldán por introducirme en la lectura de una manera más seria, algo que con el tiempo resulto ser no solo un placer sino un hábito muy necesario. A Karen, por los primeros pasos que dimos juntos. A Leo Monachessi por la amistad y la música y a los (en aquel momento) chicos del ingreso 97' por la amistad y la compañía en los primeros años. A Gimenez Benitez, por la amistad y los años en la cátedra de álgebra, donde trabajar era un gran placer. A Juan

Racker, por la ayuda en los primeros años y su gran generosidad. A Alejandro Paola por la ayuda y la paciencia de los primeros años, a él y a Juan debo mis primeros pasos en la física. A Anahí por esa alegría perpetua y la amistad. A la gente a cuyo lado peleé en el consejo durante varios años (solo a los que se la jugaron). A la gente del Instituto Max Planck de Garching por la hospitalidad con la que me han tratado en todos estos últimos años. A Klaus Werner por su enorme generosidad, amabilidad y hospitalidad, por la cual le estoy muy agradecido. A Achim Weiss por la amabilidad y por haberme dado la posibilidad de conocer otro ámbito laboral. A Michael y Matías por la amistad en momentos difíciles. A Agis por la alegría, las charlas variadas y la compañía (y el ingreso forzoso al mundo de las comunicaciones).

A Cuñita por la feroz crítica destructiva de todos mis manuscritos. A J. Matheos y M. Mussorgsky por la música y la empatía. Al equipo de Fútbol 7 del observatorio del 2004, por la posibilidad de una medalla. Al Tero por la compañía y la (¿sonora?) alegría que le trae a la oficina (es una lástima que los nuevos monitores no tengan "dgauss"). A Hector Vucetich por los almuerzos étlicos y los choripanes con cerveza.

En el terreno profesional quiero además agradecer a Simon Jeffery, Falk Herwig, Uli Heber, Thomas Rauch, Don Winget e Icko Iben Jr., por el material, las sugerencias y los comentarios que me enviaron en diferentes etapas de la realización de esta tesis.

En un terreno más abstracto debo agradecer al CONICET, con cuyas becas desarrollé esta tesis; a la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas que me dió el lugar de trabajo en el cual desarrollé la tesis (dentro del Instituto de Astrofísica La Plata). Al programa "Marie Curie Actions" de la Unión Europea, gracias al cual pude gozar del motivante entorno de trabajo del Instituto Max Planck de Garching en 2006. Y por sobre todas las cosas, quiero agradecer al pueblo de la Nación Argentina que, sin posibilidad de elegir, financió gran parte de mis estudios (primarios, secundarios y universitarios) y esta tesis.

A mis directores, ya que sin ellos esta tesis sería imposible. Esto último parece una frase hecha y no lo es, tanto Alejandro como Leandro me han enseñado como trabajar, muchas veces sin que yo me diese cuenta. Conozco muchísimas relaciones director-dirigido como para estar seguro de que he tenido una enorme suerte de haber trabajado con ellos. Además les agradezco la confianza que me han tenido y el respeto profesional con el que siempre me han tratado (no pocas veces injustificado). A Leandro especialmente por su tranquilidad, ayuda e infinita paciencia. Ambos han demostrado una preocupación por mí que trasciende enormemente lo profesional y les muy estoy agradecido por ello.

A Jorgelina, por la amistad y el cariño de tantos años.

A Andy, gracias por todo el cariño, por el amor y por todo lo que pasamos juntos y por ayudarme a ser lo que soy.

A G. de Elia, ¡grande maestro!, gracias por la ayuda y la amistad. Es un placer haber compartido todos estos años aprendiendo en tan buena compañía.

Y de una manera muy especial a Noelia, gracias a quién esta tesis pudo ser escrita. La felicidad y confianza que ha traído a mi vida desde que nos conocimos, fue fundamental para que esta tesis pudiese ser escrita. Gracias por el amor. Te amo, preciosa.

# Contenidos

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Breve reseña histórica . . . . .	1
1.2. Motivación y objetivos . . . . .	8
<b>2. Contexto y nociones preliminares</b>	<b>13</b>
2.1. Evolución estelar aislada canónica . . . . .	13
2.2. Formación de estrellas deficientes en H . . . . .	21
2.2.1. Pulsos térmicos Post-AGB (escenarios de estrellas AGB renacidas) . . . . .	22
2.2.2. Objetos astrofísicos asociados con pulsos térmicos post-AGB . . . . .	24
2.2.3. Flashes tardíos (post-RGB) del núcleo de He . . . . .	28
2.2.4. Objetos astrofísicos asociados con flashes tardíos del núcleo de He (post-RGB) . . . . .	30
2.3. Pulsaciones estelares . . . . .	34
2.3.1. Pulsaciones estelares no radiales . . . . .	37
2.3.2. Características locales de las soluciones . . . . .	38
2.3.3. Comportamiento asintótico para alto orden radial . . . . .	38
2.3.4. Influencia de la rotación . . . . .	40
2.3.5. Astrosismología . . . . .	41
2.3.6. Herramientas astrosismológicas . . . . .	41
2.4. Pérdidas de energía no estandar . . . . .	45
2.4.1. Enfriamiento de enanas blancas . . . . .	47
<b>3. Modelos y herramientas analíticas simples</b>	<b>49</b>
3.1. La secuencia principal . . . . .	49
3.1.1. Relaciones de homología . . . . .	49
3.1.2. Características de la secuencia principal . . . . .	52
3.2. Estructura de estrellas gigantes . . . . .	54
3.2.1. Densidad relativa del núcleo . . . . .	55
3.2.2. La relación $T_c(M_n, R_c)$ . . . . .	55
3.2.3. Caída de la presión inmediatamente fuera del núcleo . . . . .	58
3.2.4. Aumento de la densidad relativa del núcleo con la evolución . . . . .	59
3.2.5. Principio de los movimientos radiales especulares en evolución estelar . . . . .	62
3.2.6. Dependencias $L_{\text{rad}}(M_n, R_c)$ , $P_c(M_n, R_c)$ . . . . .	65
3.2.7. Masa Crítica de la Envoltura . . . . .	65
3.2.8. Valor Crítico de $N$ . . . . .	66
3.3. Evolución post secuencia principal . . . . .	70
3.3.1. Estrellas con $M \gtrsim 1,8M_{\odot}$ . . . . .	70
3.3.2. Estrellas con $M \lesssim 1,8M_{\odot}$ . . . . .	73
3.4. Quema inestable: Flashes . . . . .	76
3.4.1. Calor específico gravotérmico . . . . .	76
3.4.2. Análisis de la estabilidad de la quema central . . . . .	78

3.4.3.	Análisis de la estabilidad en la quema central en capas . . . . .	80
3.4.4.	Calor específico gravotérmico de la capa ardiente . . . . .	82
3.4.5.	Análisis de la estabilidad de la quema en una capa ardiente . . . . .	83
3.4.6.	Condiciones para la inestabilidad para la quema en capas de un gas ideal monoatómico: . . . . .	84
3.5.	La barrera de entropía . . . . .	85
3.5.1.	Existencia de la barrera de entropía . . . . .	86
3.5.2.	Consecuencias de la barrera de entropía . . . . .	87
3.6.	Teorema del Virial . . . . .	88
<b>4.</b>	<b>Descripción del modelado</b> . . . . .	<b>89</b>
4.1.	Ecuaciones de la Evolución Estelar . . . . .	89
4.1.1.	Ecuaciones de cambio químico . . . . .	90
4.1.2.	Teorías de convección adoptadas en esta tesis . . . . .	92
4.2.	Física Constitutiva . . . . .	95
4.2.1.	Implementación de las pérdidas anómalas de energía . . . . .	97
<b>5.</b>	<b>Escenario de estrella AGB renacida.</b> . . . . .	<b>103</b>
5.1.	Escenario de Pulso Térmico Muy Tardío (VLTP) . . . . .	103
5.1.1.	Motivación y secuencias de modelos calculadas . . . . .	103
5.1.2.	Convección, escalas de tiempo y resolución temporal. . . . .	104
5.1.3.	Evolución durante y luego de un pulso térmico muy tardío . . . . .	108
5.1.4.	Dependencia de los resultados con los detalles físicos o numéricos . . . . .	113
5.1.5.	Análisis energético . . . . .	124
5.1.6.	Evolución química de los modelos . . . . .	127
5.1.7.	Comparación con las observaciones . . . . .	130
5.1.8.	Conclusiones . . . . .	134
5.1.9.	Apéndice: Tratamiento consistente de la reducción de las velocidades con- vectivas . . . . .	135
5.2.	Escenario de Pulso Térmico Tardío (LTP) . . . . .	138
5.2.1.	Evolución durante y luego de un pulso térmico tardío . . . . .	138
5.2.2.	Breve comparación con FG Sge . . . . .	141
5.2.3.	Enanas Blancas DA con envolturas delgadas . . . . .	142
5.2.4.	Conclusiones . . . . .	143
5.2.5.	Apéndice: Relevancia de la existencia de campos magnéticos para la difu- sión en enanas blancas . . . . .	144
5.3.	Formación de estrellas O(He), He-sdO <sup>+</sup> . . . . .	149
5.3.1.	Cálculo de un pulso térmico tardío a la salida de la AGB temprana. . . . .	149
5.3.2.	Comparación con las observaciones, posible camino evolutivo. . . . .	153
5.3.3.	Conclusión . . . . .	155
<b>6.</b>	<b>Modelos de estrellas post-AGB deficientes en H</b> . . . . .	<b>157</b>
6.1.	Modelos de estrellas PG1159 . . . . .	158
6.2.	Relación $T_{\text{ef}} - g - M_{\star}$ de estrellas PG1159 . . . . .	159
6.2.1.	Localización global de las secuencias teóricas en el diagrama $T_{\text{ef}} - g$ . . . . .	159
6.2.2.	Consistencia <i>externa</i> de la relación $T_{\text{ef}} - g - M$ obtenida . . . . .	162
6.2.3.	Nuevas masas espectroscópicas de estrellas PG1159 . . . . .	164
6.2.4.	Robustez de la relación $T_{\text{ef}} - g - M$ teórica . . . . .	164
6.2.5.	Conclusiones sobre las masas espectroscópicas de estrellas PG1159 y la robustez de las relación $T_{\text{ef}} - g - M$ . . . . .	180
6.3.	Aplicación de los modelos a la astrosismología de estrellas PG1159 . . . . .	183
6.3.1.	Banda de inestabilidades teórica. . . . .	184

6.3.2.	PG 1159-035: El prototipo . . . . .	186
6.3.3.	RX J2117.1+3412: La PG1159 pulsante más caliente . . . . .	188
6.3.4.	PG 0122+200: La PG1159 pulsante más fría . . . . .	189
6.4.	PG 0122+200 como laboratorio de física fundamental . . . . .	191
6.4.1.	Impacto de tasas de emisión de neutrinos no estándar sobre la tasa de cambio de períodos . . . . .	192
6.4.2.	Implicancias para los valores de $\mu_\nu$ y $m_a \cos^2 \beta$ . . . . .	197
6.4.3.	Breve comentario final . . . . .	198
6.5.	Errores sistemáticos en las determinaciones astrosismológicas . . . . .	199
6.5.1.	Herramientas numéricas . . . . .	199
6.5.2.	Diferencias sistemáticas entre $\Delta\Pi_\ell^a$ y $\overline{\Delta\Pi}_\ell$ . . . . .	200
6.5.3.	Determinaciones de masas utilizando el espaciamiento medio de períodos observados ( $\Delta\Pi^O$ ) . . . . .	202
6.5.4.	Discusión y conclusiones . . . . .	204
6.6.	Evidencias de posibles envoltura delgadas en estrellas PG 1159 . . . . .	205
6.6.1.	Introducción . . . . .	205
6.6.2.	Resultados . . . . .	206
6.6.3.	Breves conclusiones . . . . .	207
<b>7.</b>	<b>Escenario de estrella “hot-flasher”</b>	<b>209</b>
7.1.	Introducción . . . . .	209
7.2.	Algunos detalles físicos y numéricos . . . . .	211
7.3.	Descripción de las secuencias estandar . . . . .	212
7.3.1.	Casos de “hot-flashers” que producen deficiencia de H . . . . .	212
7.3.2.	Ubicación en el plano Masa-Metalicidad . . . . .	216
7.3.3.	Propiedades superficiales . . . . .	220
7.3.4.	Comparación con trabajos previos . . . . .	222
7.4.	Efecto de los apartamientos de la hipótesis estandar . . . . .	222
7.4.1.	Relevancia de la ubicación de la quema de H durante el flash de H . . . . .	223
7.4.2.	Efecto de la posible existencia de mezcla “extra” en los bordes convectivos . . . . .	225
7.4.3.	Relevancia de los gradientes químicos ( $\nabla\mu$ ) . . . . .	226
7.4.4.	Relevancia de la difusión de elementos en las regiones externas . . . . .	226
7.5.	Discusión sobre las posibles conexiones evolutivas . . . . .	228
7.6.	Conclusiones . . . . .	230
<b>8.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>235</b>
<b>9.</b>	<b>Trabajos a futuro</b>	<b>239</b>
<b>A.</b>	<b>Detalles numéricos</b>	<b>241</b>
A.1.	Detalles Numéricos del Código de Evolución . . . . .	241
A.1.1.	Esquema de linealización y discretización de las ecuaciones de evolución y estructura estelar . . . . .	242
A.1.2.	Tratamiento de la Ecuación de Cambio Químico . . . . .	246
<b>B.</b>	<b>Derivación de las ecuaciones de pulsación estelar no radial</b>	<b>251</b>



# Capítulo 1

## Introducción

Mas que estas cosas sean o no así; que el sol, dominado en el cielo, en torno gire de la tierra o que ésta gire en torno del sol; que el sol príncipe en Oriente su ardiente carrera o que la tierra adelante desde Occidente con curso tranquilo e inofensivos pasos, apoyándose en su suave eje, mientras marcha en movimiento igual, llevándose blandamente con la atmósfera tranquila, nada te dé cuidado, ni solícito indagues estos arcanos ocultos; déjalos para Dios que mora allá arriba: obedécele y témele. Coloque el Criador conforme a el le plazca y donde quiera Él sus hechuras. Goza con lo que te dió: este Paraiso y tu hermosa Eva. El cielo es para tí demasiado lejano para que puedas saber lo que en él pasa. Sé humilde y sabio; ocúpate unicamente en lo que a ti y tu ser concierna; no busques otros mundos, no quieras indagar de sus criaturas el estado, condición o poderío; conténtate con lo que te ha sido revelado hasta aquí, no tan solo de la tierra, sino también del alto cielo.

El Paraiso Perdido, John Milton (1667)

### 1.1. Breve reseña histórica<sup>1</sup>

El 28 de Mayo de 1795 Pigott (de Bath, Inglaterra) no pudo encontrar una estrella que antes había detectado como de 6<sup>ta</sup> o 7<sup>ma</sup> magnitud (figura 1.1). Observaciones subsiguientes del mismo verano mostraron una lenta reaparición del objeto, hasta que en Septiembre desapareció completamente de la vista (volviéndose más tenue que 11<sup>ma</sup> magnitud). Ese objeto es hoy conocido como la estrella variable RCrB y ha sido la primera estrella deficiente en hidrógeno (de ahora en más EDH) en llamar la atención. Más de un siglo después del descubrimiento de Pigott, Ludendorff (1908) compiló una lista de curvas de luz de estrellas tipo RCrB la cual abarcaba más de 62 años y 35 observadores. Al mismo tiempo, alguna evidencia de la inusual composición química de estos objetos empezaba a aparecer (Fleming 1891, Ludendorff 1906, Cannon 1912, Rufus 1915). Sin embargo, según Jeffery (1994), la resistencia de los astrónomos a admitir excepciones a su visión “hidrogénica” del universo hizo que comenzara a aceptarse que cantidades importantes de hidrógeno (H) pudieran haber sido perdidas en algunas estrellas solo una vez que la evidencia de esto (Berman 1935, Struve y Sherman 1940, Greenstein 1940) se hizo irrefutable. En los siguientes 40 años los relevamientos espectroscópicos de baja dispersión realizados desde tierra permitieron el descubrimiento sistemático de estrellas deficientes en H (por ejemplo tipo RCrB, estrellas extremas en helio de tipo B -denominadas EHe- o enanas blancas DB). Más tarde, con el advenimiento de telescopios en el UV y RX, se produjo el descubrimiento masivo de objetos que hoy se sabe son extremadamente deficientes en H (estrellas enanas blancas DO y pre-enanas blancas tipo PG1159).

---

<sup>1</sup>Basada en parte en las reseñas de Jeffery (1994, 2008).

[ 133 ]

VI. *On the periodical Changes of Brightness of two fixed Stars.*  
By Edward Pigott, Esq. Communicated by Sir Henry C.  
Englefield, Bart. F. R. S.

Read January 12, 1797.

Bath, August, 1796.

ALTHOUGH those far distant suns, the fixed stars, have baffled all investigation with regard to our knowledge of their distance, magnitudes, and attractions; we have, nevertheless, by determining their periodical changes of light, established a strong affinity between them and our sun; and among such an inconceivable number, we may expect to find some with periods of rotation much longer and shorter than those we are already acquainted with, and with changes perhaps even sufficiently rapid to afford a ready means for determining accurately differences of terrestrial longitudes. This would be a most satisfactory, useful, and profitable discovery, and may be the lot of those who have but a slight knowledge of astronomy, provided that with great exactness, and a good memory, a constant look out be given. The discoveries which at present I have the honour of laying before the Society, are the periodical changes of brightness of two stars, one in *Sobieski's Shield*, the other in the *Northern Crown*.

The constellation of *Sobieski's Shield* consists of a very few stars, and was formed by HEVELIUS, in honour of a king of Poland; the variable star that now appears in it was, doubtless, not noticed by him, as he has set down stars near it, which are by times much less conspicuous. It has nearly the same right ascension as the star *l*, and is about one degree more

*the Brightness of two fixed Stars.* 137

cannot be settled in the present account, as I mean here to conclude it; but will add in the Journal, observations of as late a date as possible.

The mean right ascensions of the stars here given, were deduced from observations made in the meridian with a small transit instrument, and are, I believe, accurate. The declinations are not settled with greater precision than to two or three minutes; and although quite sufficient to prevent any mistake, I have, for the satisfaction of those who wish to make further observations on them, drawn up the annexed plan, in which all the stars they were compared to, can easily be found; no greater exactness is intended. (See Tab. II.)

	Mean right ascension. In Time.	10 Degrees, &c.	Declination
Computed for June 25th, 1796.			
The little star <i>r</i> in my plan, in Sobieski's shield	18 36 16.7	279 4 10	6 24 S
The variable in Sobieski's shield	18 36 38.5	279 9 37	5 50 S
Computed for June 1st, 1796.			
The little star <i>s</i> of my plan in the Northern crown	15 39 20.6	254 50 9	20 8 N
The variable in the Northern crown	15 40 11.4	235 2 51	23 49½ N

THE other Variable that I have discovered is, as already mentioned, in the *Northern Crown*. Its right ascension and declination have just been given, as likewise the plan of the stars near it. This star, although not in FLAMSTEAD's catalogue, is marked on BAYER's maps of the 6th magnitude. Several years ago, in 1783, 1784, and 1785, I suspected it to be changeable, which induced me to make the memorandums here copied in the Journal, since which time I have often seen it, but not perceiving any alteration, the dates were neglected until the spring of 1795; I then had the satisfaction of finding my suspicions confirmed, it being invisible; but on the 20th of June, it appeared of the 9.10th magnitude, and went through

MDCXCVII.

T

138 Mr. PIGOTT on the periodical Changes of

its various changes as follows: in six weeks it had increased to its full brightness, the middle time of which was August 11th, 1795. At its full brightness it was of the 6.7th magnitude, and remained the same without any perceptible alteration for about three weeks: it then was three weeks and a half in decreasing to the 9.10th magnitude, and disappeared a few days after. Having reappeared in the following April, 1796, it was on the 7th of May again of the 9.10th magnitude, and increasing nearly in a similar manner as on the 20th of June the preceding year: which completes all its changes, and gives a period of ten months and a half.

Very remarkable and perplexing it was, that just after I had made out the periods of these two variable stars, their changes should appear different from those before observed; the particulars concerning that in *Sobieski's Shield* have been noticed: as for this in the *Northern Crown*, it shews at present (being the computed time of its full brightness), great unsteadiness, more so, I think, than any of the variables whose periods have been settled with certainty; for having increased as before, with tolerable regularity, till it attained the 7.8th magnitude, it then kept wavering between those magnitudes, and is still so at the present time (August) that I am closing my account of it. I nevertheless hope to add a few more remarks in the Journal, as I have done for the other variable. Future observations will determine how far the period of ten months and a half is rightly settled. I am greatly inclined to think it the true one, as the star went through all its changes progressively and steadily. Many of the variables are occasionally liable to unexpected changes, particularly at the attainment of their full brightness in different periods; such perturbed periods may

Figura 1.1: Páginas del trabajo de Piggot de 1795 donde se menciona por primera vez a la estrella R Corona Borealis. El subrayado es nuestro e indica los pasajes más relevantes.

A su vez, el descubrimiento de estos objetos puso en evidencia que la deficiencia en H es un fenómeno relativamente común, ya que hoy se sabe que entre el 15 % y el 20 % de las estrellas que terminan su vida como enanas blancas (las cuales representan el estado evolutivo final para más del 95 % de las estrellas) terminan su vida como objetos deficientes en H (Bergeron et al. 1996, Eisenstein et al. 2006). Además de estos objetos que son de masas bajas, existen otros objetos jóvenes de gran masa en los cuales los campos magnéticos (“intermediate helium stars”), las grandes pérdidas de masa (estrellas Wolf-Rayet) o la transferencia de masa en sistemas binarios (estrellas Algol) han modificado las abundancias superficiales de manera considerable volviéndolas en mayor o menor grado deficientes en H. Estos objetos no forman parte del objetivo de esta tesis y no volverán a ser mencionados.

Hoy en día se sabe que la deficiencia de H es una característica de muchos y muy diferentes tipos de estrellas las cuales poseen características espectroscópicas muy diferentes. En especial, la gran variedad de excesos y deficiencias de H, He, C, N y O entre los diferentes tipos de EDH pone de manifiesto que, muy probablemente, cada grupo de EDH debe corresponder a diferentes etapas en la vida de estrellas muy diversas. Cabe destacar que esta gran variedad de abundancias superficiales representa un verdadero reto para la teoría de evolución estelar. En la figura 1.2 se muestran algunos valores característicos de  $T_{\text{eff}}$  y  $g$  de algunas EDH. El estudio de

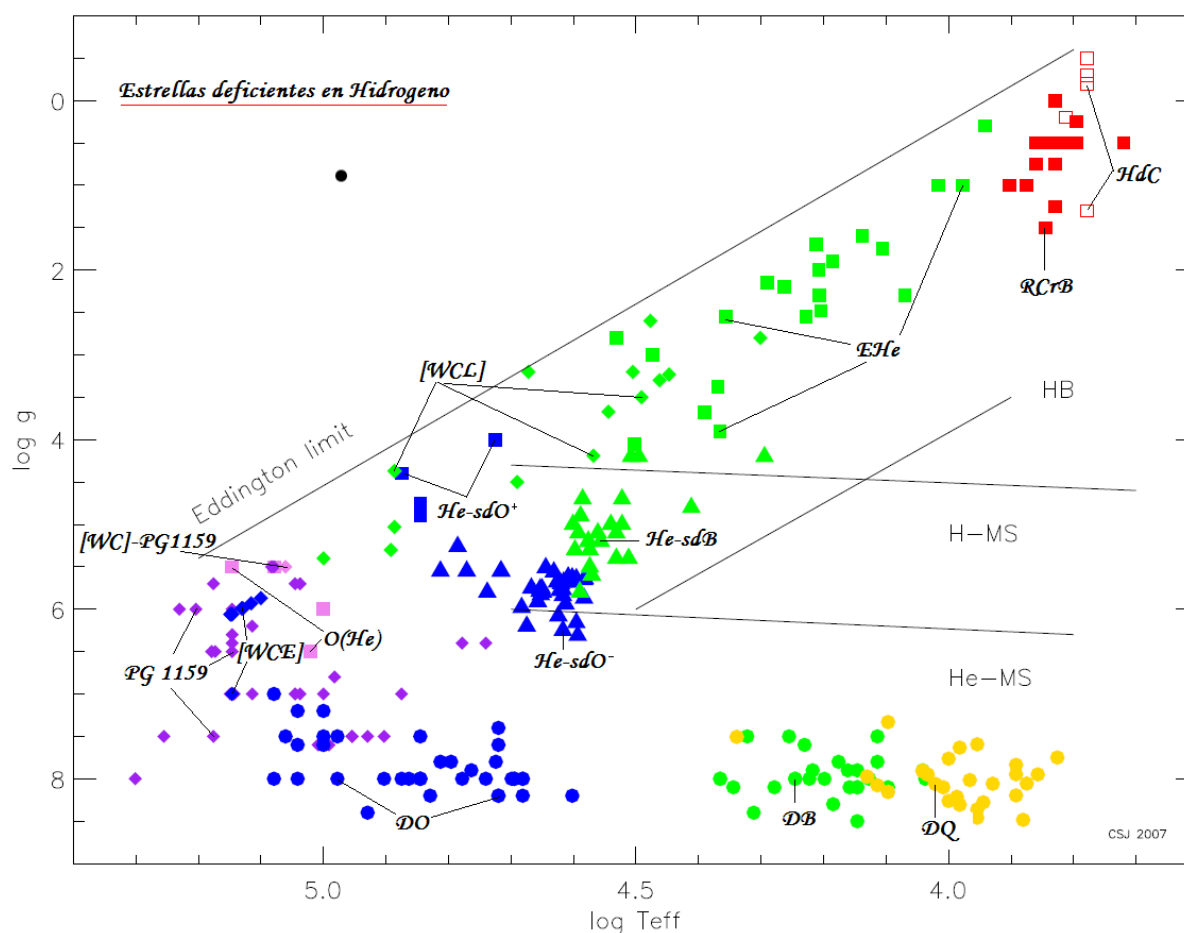


Figura 1.2: Valores típicos de  $T_{\text{eff}}$  y  $g$  para algunos tipos comunes de estrellas deficientes en H [Cortesía de Simon Jeffery, adaptado].

la posibilidad de que algunos de estos grupos de EDH estén conectadas evolutivamente, requiere de un estudio muy detallado de sus propiedades químicas (que permita identificar elementos que actúen como trazadores de la evolución previa) como también de un estudio sistemático de los

posibles canales evolutivos y de formación por medio del modelado numérico.

Específicamente, esta tesis está enfocada en gran parte al estudio de posibles canales de formación de EDH compactas y calientes (estrellas PG1159, DO, DB, He-SdO, He-SdB) que serían el resultado de la evolución de algunas estrellas de masas bajas o intermedias ( $0,8M_{\odot} \lesssim M_{\star} \lesssim 7 M_{\odot}$ ). Los escenarios propuestos para obtener abundancias fotosféricas deficientes en H son tan variados como variada es su composición superficial. Los mecanismos más aceptados, hoy en día, para la formación de EDH son: posibles fusiones (“mergers”) de enanas blancas en sistemas binarios muy evolucionados, flashes<sup>2</sup> de la capa quemadora de helio (He) en la evolución posterior a la salida de la rama asintótica de las gigantes (AGB, de sus siglas en inglés), flashes del núcleo de He en la evolución posterior a la salida de la primera rama de las gigantes (RGB) o fuertes episodios de pérdida de masa.

La primera conexión entre la deficiencia en H y los flashes de la capa quemadora de He fue propuesto, en 1978 (Renzini 1979). En ese trabajo se especulaba con la posibilidad de que la masa de H remanente en la estrella, al llegar a la etapa de enana blanca ( $M_{\text{H}} \sim 10^{-3}$  a  $10^{-5}M_{\odot}$ ) fuese perdida en episodios de pérdida de masa durante la evolución subsiguiente a un último flash de He en la etapa post-AGB (llamado “flash de helio tardío”). En ese mismo trabajo también se sugiere que las estrellas RCrB podrían ser estrellas que han regresado a la AGB, luego de haber perdido su envoltura rica en H, en la evolución posterior a un flash tardío del helio—escenario bautizado posteriormente como “escenario de estrella AGB renacida” por Icko Iben (“born again AGB star”; Iben 1984). Este trabajo marca, entonces, el comienzo de una idea muy productiva hasta el día de hoy, la conexión entre las estrellas deficientes en H y la ocurrencia de flashes de He tardíos. Ya antes, Paczynski (1970) había encontrado que era posible que ocurriesen flashes tardíos del helio y había especulado con la posibilidad de que la estrella central de nebulosa planetaria FG Sge (cuyo cambio en el tipo espectral es único) fuese un ejemplo de estos flashes tardíos del helio. Schönberner (1979) analizó la conjetura de Renzini y encontró que la transformación de una estrella en EDH por medio de la pérdida de masa en el retorno a la AGB luego de un flash tardío del He no es posible. Sin embargo, en ese mismo trabajo, Schönberner encuentra que si el flash tardío del He ocurre cuando la estrella se encuentra entrando ya en la etapa de enana blanca, la zona convectiva generada por dicho flash puede alcanzar la envoltura rica de H dando lugar a un cambio sustancial en las abundancias superficiales. Ya dos años antes, Fugimoto (1977) había mostrado que la penetración de la zona convectiva (producida por la quema violenta del helio, i.e. el “flash”) en la envoltura rica en H era posible si dicha envoltura era de masa suficientemente pequeña. Como menciona Schönberner (1979), cuando la estrella sufre el flash tardío en la etapa de enana blanca, la “barrera de entropía” identificada por Iben (1976) no es suficiente para frenar el avance de la zona convectiva sobre la envoltura rica en H. Schönberner (1979) no parece sin embargo haber notado completamente el potencial de este tipo particular de flash tardío (hoy en día llamado Pulso Térmico Muy Tardío, VLTP) para la generación de EDH, ya que si bien se menciona que la estrella podría terminar como una enana blanca deficiente en H, no se la relaciona con la posibilidad de que la estrella sea ya deficiente en H al volver a la rama de las gigantes y por lo tanto con las estrellas centrales de nebulosa planetaria (CSPN) deficientes en hidrógeno ([WR]-CSPN), RCrB y EHe. Este escenario encuentra su primera sistematización en el trabajo de Iben et al. (1983) donde se identifica a Abell 30 y 78 como CSPN que han sufrido un VLTP y se proponen tres caminos por los cuales puede alcanzarse la deficiencia en H: 1- Quema del H durante el VLTP, 2- dilución del H superficial en la etapa de gigante y 3- Pérdidas de masa durante la etapa de CSPN en las cuales la luminosidad es producida por la capa quemadora de helio. En este trabajo se hace notar que la existencia de material deficiente en H en las regiones centrales de las nebulosas planetarias Abell 30 y 78 (cuyas estrellas centrales son extremadamente deficientes en H) parece validar este escenario.

---

<sup>2</sup>Por “flashes” entendemos eventos en los cuales la liberación de energía de alguna reacción nuclear (o grupo de ellas) aumenta órdenes de magnitud en alguna región de la estrella como consecuencia de una retroalimentación (en fuga) entre la liberación de energía y el estado termodinámico de esa región, ver sección 2.2.7

Además, en este trabajo se hace notar que el  $^{14}\text{N}$  puede ser un elemento útil para determinar el tipo de proceso (de los tres mencionados más arriba) que produce estrellas deficientes en H ya que, si bien todos esos procesos producen estrellas deficientes en H, predicen abundancias de  $^{14}\text{N}$  bien diferentes. Iben (1984) muestra que la fracción de estrellas que es esperable que se transformen en CSPN deficientes en H como consecuencia de los flashes tardíos del He está en acuerdo con la fracción observada de estos objetos. En este trabajo se realiza por primera vez una clasificación de los diferentes tipos posibles de flash de helio tardío y sus posibles descendencias, si bien es cierto que diferentes tipos de flashes de He habían sido calculados por Schönberner (1979) pero ningún análisis de sus posibilidades es hecho en ese trabajo. Respecto de las estrellas RCrB y EHe, hoy en día la idea más aceptada es que provienen de fusiones de sistemas binarios de enanas blancas (Jeffery y Saio 2002), como fuera originalmente propuesto por Iben y Tutukov (1984) y Webbink (1984).

En 1977, durante el sondeo realizado por Green (1977), fue descubierta la estrella deficiente en H PG1159-035. Posteriormente McGraw et al. (1979a,b) determinó que esta estrella poseía variaciones multiperiodicas de luminosidad que sugerían la existencia de un nuevo tipo de estrella pulsante. En efecto, el descubrimiento de estas variaciones en la luminosidad puso a esta estrella en la mira de la astrosismología (Winget et al. 1991) y actualmente, con 198 períodos detectados (Costa et al. 2008), es la estrella con mayor cantidad de períodos detectados después del Sol y el prototipo de toda una clase de estrellas pulsantes (GW Virginis, PG1159 pulsantes o DOV). A su vez, estudios posteriores de PG 1159-035 (Wesemael et al. 1985) determinaron que su fotosfera muestra líneas de C y O extremadamente ionizadas. Estos datos permitían inferir que la temperatura superficial de este objeto era mayor a 100000 K y, por otra parte, que las abundancias superficiales de este objeto eran extremadamente inusuales. Esto fue posteriormente confirmado por los análisis mediante modelado de atmósferas NLTE por Werner et al. (1991). En particular, las altísimas abundancias de C y He de esta estrella sugieren que una importante mezcla entre el núcleo de C-O y la envoltura de He debió tener lugar en la historia de este objeto. Este tipo de mezcla ocurre durante flashes de la capa quemadora de He (“pulsos térmicos”) durante el final de la vida en la AGB. Esto daba mayor sustento al escenario de estrella AGB renacida para la formación de EDH pues PG1159-035, por su ubicación en el diagrama  $g\text{-}T_{\text{ef}}$ , se encuentra en la etapa inmediatamente anterior a la de enana blanca —hoy se sabe que es, además, la estrella central de una nebulosa planetaria. Actualmente, PG1159-035 es el prototipo de la clase PG1159 de estrellas post-AGB deficientes en H, la cual incluye aproximadamente unas 40 estrellas. La conexión entre las estrellas PG1159 y los flashes tardíos de helio fue reforzada en los años 90’ por el trabajo de Iben y MacDonald (1995) quienes realizaron el primer cálculo de la evolución a través de un VLTP en el cual fue incluida en detalle la quema de H. En este trabajo se muestra que la composición superficial resultante de un VLTP está caracterizada por una deficiencia en H extrema y sería extremadamente rica en C con cantidades importantes de N ( $\sim 1\%$ ). Unos años más tarde, Herwig et al. (1997, 1999) mostraron que las altas abundancias de O observadas en estrellas tipo PG1159 podían ser entendidas si se permitía mezcla más allá del borde convectivo formal dado por el criterio de Schwarzschild durante los pulsos térmicos de la AGB. Estos últimos trabajos son especialmente importantes ya que la coexistencia de He, C, N y O en una misma región de la estructura estelar es completamente inusual en la evolución de cualquier tipo de estrella, y por lo tanto vincula a las PG1159 casi exclusivamente con los pulsos térmicos tardíos, desechando cualquier otro escenario competidor.

El 20 de Febrero de 1996 el astrónomo amateur Y. Sakurai reportó la aparición de una estrella variable (V4334 Sgr) en el cielo (Nakano 1996). Este objeto fue luego (Duerbeck y Benetti 1996) identificado con la estrella central de una vieja nebulosa planetaria que aparece en una placa fotográfica, del relevamiento del ESO-SERC de 1976, a muy alta magnitud cerca del límite de detección. En dicho artículo estos autores también proponen que V4334 Sgr es una estrella que ha sufrido recientemente un flash tardío del helio. Esto ha sido confirmado por trabajos posteriores (Pollaco 1999, Kerber et al. 1999, Hajduk et al. 2007b) que, mediante el estudio

del estado de ionización de la nebulosa que rodea a la estrella, han demostrado que V4334 Sgr era hasta hace unos pocos años una enana blanca caliente. La evolución de esta estrella en los años posteriores a su descubrimiento (1996- a la fecha), ha asombrado a la comunidad astronómica por su vértigo y desafiado a la teoría de evolución estelar con más de un problema. En estos años, V4334 Sgr se ha enfriado a un ritmo sin precedentes de más de 1000 K /años (Duerbeck et al. 1997) y cambiado su composición superficial de manera extrema (Asplund et al. 1997, 1999) para luego sufrir episodios de oscurecimiento tipo estrella RCrB y desaparecer detrás de una capa de polvo (Duerbeck et al. 2000). Unos años más tarde, V4334 Sgr ha vuelto a sorprender a la comunidad astronómica con un rápido recalentamiento (Evans 2002, Hajduk et al. 2005, van Hoof et al. 2007). En resumen, V4334 Sgr ha pasado en menos de 30 años de ser una enana blanca caliente a ser una gigante roja (en realidad, amarilla) deficiente en H con variaciones de luminosidad tipo RCrB, para luego comenzar a recalentarse, transformándose en un candidato potencial de estrella central de nebulosa planetaria deficiente en H. Este evento ha dado al escenario de estrella renacida para la formación de estrellas deficientes en H un enorme sustento observacional sin precedentes (nunca antes se había observado, en tiempos modernos, la evolución estelar “en vivo”<sup>3</sup>).

Por otro lado, modelos que incluyen procesos de mezcla más allá de las regiones convectivas dadas por el criterio de Schwarzschild (Herwig 2001a y Blöcker 2001), muestran que una deficiencia en H puede también ser alcanzada luego de otro tipo de flashes post-AGB del He. En éstos, llamados pulsos térmicos tardíos (LTP), la deficiencia de hidrógeno ocurre como consecuencia de un episodio de dilución del H de la envoltura en regiones más extendidas de la estrella, cuando la estrella regresa a la AGB y forma una envoltura convectiva. La ocurrencia de este tipo de pulsos térmicos tardíos ya había sido sugerida por Paczynski (1970), el cual señaló que el extraño comportamiento de la estrella FG Sge (Herbig y Boyaruk 1968) podía estar reflejando la consecuencia de uno de estos eventos. Los trabajos de Herwig (2001a) y Blöcker (2001) junto a la evidencia observacional dada sucesivamente por Herbig y Boyaruk (1968), Gautschy y van Genderen (1995), González et al. (1998) y, finalmente, Jeffery y Schönberner (2006), sugieren de manera bastante fuerte que FG Sge es efectivamente una estrella sufriendo un LTP, tal como fuese inicialmente sugerido por Paczynski (1970). Las estrellas FG Sge y V4334 Sgr, junto con la estrella V605 Aql (Lundmark 1921, Lechner y Kimeswenger 2004) son a la fecha los únicos objetos observados durante un flash tardío del He —con el posible agregado de la estrella CK Vul, cuyas características resisten cualquier posible clasificación (Hajduk et al. 2007).

En completa analogía con los flashes tardíos en la evolución post-AGB, otro tipo de flashes, han sido propuestos en conexión con otro tipo de EDH. Estos flashes ocurren en el núcleo degenerado de He de estrellas de baja masa que salen tempranamente de la RGB como consecuencia de altas tasas de pérdida de masa en la primera rama de las gigantes (RGB). Este escenario es conocido como “Hot Flasher” en la literatura<sup>4</sup>. El primer trabajo en tratar este escenario fue el de Castellani y Castellani (1993) quienes propusieron que con grandes pérdidas de masa en la RGB el flash de He en el núcleo de las estrellas de baja masa podía ocurrir a temperaturas efectivas altas, cuando las estrellas estaban entrando en la etapa de enana blanca luego de haber abandonado tempranamente la RGB. Más tarde, D’Cruz et al. (1996) propusieron que las estrellas del “Blue Hook” observado en los diagramas HR de algunos cúmulos globulares (Brown et al. 2001, Moehller et al. 2004) podrían ser la consecuencia de tales flashes. Sin embargo, no fue sino hasta que Sweigart (1997) hizo notar que el fenómeno es completamente similar al del escenario de estrella AGB renacida, que se hizo claro que el “Hot Flasher” debía estar relacionado con la formación de EDH. Como se ha mencionado, la ocurrencia del fenómeno de “Hot-Flasher” está intrínsecamente asociada a la ocurrencia de altas pérdidas de masa (más allá de las inferidas

<sup>3</sup>Con excepción de otro objeto que al parecer ha sufrido un pulso térmico tardío, FG Sge (Gautschy y van Genderen 1995), aunque la evolución de este es sensiblemente más lenta.

<sup>4</sup>La denominación proviene de que el flash en el núcleo de He degenerado ocurre a las altas temperaturas superficiales características del comienzo de la secuencia de enfriamiento de enanas blancas.

en base al estudio de la mayoría de los cúmulos estelares galácticos) en la RGB. La existencia de tasas altas de pérdida de masa en poblaciones ricas en metales ha ganado sustento últimamente pues conforman uno de los escenarios más probables para explicar la existencia del “UV-upturn” en galaxias elípticas brillantes<sup>5</sup>, como así también para explicar la aparente contradicción entre las edades inferidas entre el ajuste de la secuencia principal y el ajuste de la secuencia de enfriamiento de enanas blancas en NGC 6791. Desde el punto de vista del estudio de la ocurrencia y evolución posterior a estos flashes tardíos, recientemente Brown et al (2001) y posteriormente Lanz et al. (2004), han llevado a cabo un estudio muy detallado del escenario de Hot Flasher estudiando la importancia del momento de la evolución post-RGB en el cual ocurre el flash, con la intención de explicar algunas particularidades de las ramas horizontales observadas en algunos cúmulos globulares. En el trabajo de Lanz et al. (2004) se realiza por primera (y única) vez una clasificación sistemática de los diferentes tipos de flashes post-RGB del núcleo de He y de las propiedades esperables de las estrellas resultantes. Sin embargo, tanto en este trabajo como en todos los anteriores no se calculó en detalle la evolución durante la quema violenta del H que puede ocurrir en estos flashes. Este cálculo ha sido realizado recientemente por Cassisi et al. (2003) quienes predicen por primera vez la composición química detallada resultante de estos eventos. Por otra parte, en el terreno observacional y en trabajos sucesivos Lemke et al. (1997) y Ströer et al. (2007) propusieron que este tipo de flashes puedan estar relacionados con las estrellas del campo galáctico conocidas como He-SdO, estrellas subenanas ricas en He muy calientes cuyo origen es incierto (Ströer et al. 2007, Jeffery 2008). Finalmente, observaciones recientes han revelado (Ahmad y Jeffery 2005) que algunas de estas estrellas son pulsadores no radiales, lo que ha abierto la posibilidad de realizar estudios astrosismológicos de estos objetos en el futuro.

---

<sup>5</sup>El “UV-upturn” es el aumento del flujo ultravioleta con el decrecimiento de la longitud de onda entre el límite de Lyman y los 250 nm (Yi y Yoon 2004), ver sección 2.2.3.



## 1.2. Motivación y objetivos

No dejaremos de explorar  
 Y al final de toda nuestra investigación  
 Habremos llegado a donde comenzamos  
 Y conoceremos el lugar por vez primera...  
 Cuando las lenguas de fuego se plieguen  
 Para formar un nudo de fuego  
 Y el fuego y la rosa sean solo uno.  
 Four Quarters, T. S. Eliot.

El objetivo de esta tesis es el estudio de la formación de estrellas deficientes en H por medio de flashes del He de diferentes tipos que ocurren en situaciones diferentes a las usuales y producen la dilución o quema del H remanente de la estrella, dando como resultado abundancias superficiales deficientes en H. El trabajo está orientado tanto al estudio de los eventos y mecanismos por medio de los cuales la estrella adquiere la composición deficiente en H, como así también al estudio de su evolución posterior como estrella deficiente en H. A continuación describiremos los puntos principales de esta tesis dando una breve descripción de su motivación y objetivos.

### Estrellas tipo PG1159 y pulsos térmicos tardíos

Como ha sido mencionado en la reseña histórica, el canal evolutivo de formación más aceptado para explicar la existencia de EDH tipo PG1159 es la ocurrencia de un pulso térmico luego de que la estrella abandona la AGB (y por ello denominado “tardío”). Uno de nuestros objetivos es generar una grilla de modelos de estrellas PG1159 de diferentes masas que provengan de una evolución realista de sus etapas previas. Esto permitirá determinar la relación  $M-T_{\text{ef-g}}$  y por lo tanto determinar la masa de estos objetos en base a las determinaciones espectroscópicas de dichas estrellas. Como ha sido observado por Dreizler y Heber (1998) y por Werner (2001), la relación  $M-T_{\text{ef-g}}$  teórica utilizada actualmente para estas determinaciones de masa no son apropiadas (por corresponder a modelos ricos en H o por provenir de modelos fabricados artificialmente) por lo que las determinaciones de masas pueden esconder importantes errores sistemáticos. Esto es sustentado, además, por las diferencias que surgen al comparar dichas relaciones con la correspondiente al modelo de estrella PG1159 calculado por Herwig (2005), el cual está basado en un tratamiento adecuado de la historia previa. Por otra parte, nos interesa estudiar si los modelos teóricos predicen dependencias de las características superficiales con las masas de dichos objetos.

Como se mencionó en la introducción, McGraw et al. (1979a,b) descubrió la existencia de variaciones multiperiodicas en la luminosidad de la estrella PG 1159-035, variaciones que son interpretadas como consecuencia de pulsaciones no radiales, en modos g, de la estructura estelar. El interés en este tipo de estrellas trasciende a la astrosismología o al estudio mismo de las estrellas PG1159. Esto se debe a la particular etapa evolutiva, que al parecer están atravesando estas estrellas (Herwig et al. 1999), que las ubica justo a la salida de la AGB. Como consecuencia su estructura química interna no modificada por el paso del tiempo, aún refleja aquella que fue formada durante su evolución posterior a la secuencia principal. Si esta idea es correcta entonces las estrellas PG1159, que no son otra cosa que el núcleo pelado de una estrella AGB, ofrecen la posibilidad de “mirar” el interior de dichas estrellas y estudiar diferentes procesos que han ocurrido en su evolución previa. Los estudios espectroscópicos realizados en los últimos 15 años por el grupo de Tübingen sobre la composición química de estas estrellas ofrecen hoy la posibilidad de inferir las abundancias de algunos elementos pesados en las atmósferas de estas estrellas (Werner y Herwig 2006 y referencias allí citadas). Esto a su vez ofrece potencialmente la posibilidad de poner a prueba y refinar nuestro entendimiento actual de la formación de elementos pesados por medio de procesos lentos de capturas de neutrones. Esto, sin embargo,



requiere de la determinación precisa de la masa de estas estrellas, tarea para la cual la astrosismología está especialmente dotada. En el mismo sentido, Córscico y Althaus (2005) propusieron que las marcas en el espectro de pulsaciones de estrellas PG1159 de los procesos de mezcla extra durante la quema central del helio permitirían imponer cotas a la ocurrencia de estos fenómenos. De igual forma podría, en principio, acotarse el valor de la tasa de la reacción resonante (mal conocida)  $^{12}\text{C}+^4\text{He}\rightarrow^{16}\text{O}$ . A su vez, gracias a que la convección no juega ningún papel en las estrellas PG1159, el estudio de estos objetos ofrece la posibilidad única de poner a prueba nuestros conocimientos de los mecanismos de excitación de las pulsaciones y la teoría de pulsaciones estelares evitando las simplificaciones obligadas e inherentes del tratamiento de la convección en el estudio de la evolución estelar y de su interacción con las pulsaciones.

Todas estas posibles utilidades de estrellas PG1159 para el entendimiento de diversos procesos astrofísicos requieren de la existencia de una gran cantidad de datos observacionales de alta calidad del espectro pulsacional. Esto ha llevado a la implementación de numerosas campañas de observación de estas estrellas y actualmente más de un cuarto de las estrellas PG1159 poseen variaciones de su curva de luz detectadas. Especialmente vale la pena notar (además de la ya mencionada PG1159-035) a las estrellas PG0122+200 (Fu et al. 2007), RX J2117.1 (Vauclair et al. 2002), PG2131+0366 (Reed et al. 2000), PG1707+47 (Kawaler et al. 2004) que presentan una importante cantidad de períodos detectados. Sin embargo, como fuera notado por Kawaler et al. (1985), la utilización del espectro de pulsaciones para inferir información de la estructura interna de estrellas PG1159 requiere la utilización de modelos de evolutivos que reflejen la estructura térmica de su progenitor. Esto es así debido a que las PG1159 corresponden a una etapa de transición entre las estrellas AGB y las enanas blancas y la estructura térmica aún no está relajada, mostrando las particularidades de su historia previa. El primer intento para fabricar modelos apropiados para el estudio de estas estrellas es el de Kawaler y Bradley (1994) quienes fabricaron una grilla de modelos artificiales basados en la estructura de los progenitores AGB de estas estrellas. Posteriormente O'Brien (1998?), O'Brien y Kawaler (2000) mejoraron esta aproximación fabricando modelos de PG1159 los cuales son fabricados artificialmente desde un único modelo calculado evolutivamente mediante la remoción de la envoltura de la estrella AGB progenitora. El trabajo de Herwig et al. (1999) mostró sin embargo que es posible hoy en día fabricar modelos de PG1159 completamente consistentes con toda su evolución previa en la AGB y el pulso térmico tardío que da lugar a la composición deficiente en H. Este camino ha sido recientemente seguido por Córscico y Althaus (2006) quienes desarrollaron modelos aptos para el estudio astrosismológico de estrellas PG1159 mediante el reescalo de un único modelo completamente consistente calculado desde la secuencia principal hasta la etapa de estrella PG1159 (Althaus et al. 2005). Este trabajo ha mostrado que las inferencias astrosismológicas son menos robustas de lo usualmente aceptado, siendo los resultados dependientes no solo de cuán adecuados son los modelos empleados sino, también, de cuál es el método astrosismológico utilizado para su estudio.

Vale la pena mencionar que una parte de la banda de inestabilidad de las estrellas PG1159 pulsantes atravieza la región donde el enfriamiento de estas estrellas está regido principalmente por la emisión de neutrinos en el núcleo (O'Brien y Kawaler 2000). Esto las hace particularmente interesantes para poner a prueba nuestro conocimiento actual de la física de estas partículas. En especial, la alta sensibilidad y precisión de las técnicas astrosismológicas ofrece una interesante posibilidad para mejorar las cotas astrofísicas al momento magnético del neutrino y, ciertamente, confirmar dichas cotas por medio de técnicas diferentes y más directas. Cabe destacar que las cotas más restrictivas disponibles en la actualidad al valor del momento magnético del neutrino provienen de la astrofísica, en particular del estudio de los diagramas color-magnitud de cúmulos globulares (Raffelt 1996). A su vez, las estrellas PG1159 ofrecen la posibilidad de redeterminar las cotas a la masa del axión —partícula hipotética débilmente interactuante propuesta para resolver el problema “CP fuerte” en el modelo standard y candidata a formar parte de la materia oscura— de una manera independiente a las determinaciones realizadas sobre estrellas ZZ Ceti

(Isern et al. 1992, Córscico et al 2001). Estos estudios requieren, por cierto, de modelos detallados de estrellas PG1159, por lo que nos proponemos comenzar dicho estudio.

Otro objetivo importante del presente trabajo es el estudio de los pulsos térmicos tardíos en sí mismos. En especial, el estudio de aquellos tipos de pulsos térmicos en los cuales la envoltura de H es violentamente tragada y quemada por la zona convectiva desarrollada durante el pulso térmico. Las simulaciones actualmente disponibles de dicho proceso no muestran un acuerdo en las escalas de tiempo que debe asociarse a la expansión posterior a la quema del H. Esta escala de tiempo es especialmente interesante debido a que su valor está observacionalmente restringido a unos pocos años en base a lo observado en la evolución de las estrellas V4334 Sgr y V605 Aql, las cuales han sido identificadas como objetos atravesando estas etapas. La quema del H en condiciones tan extremas como las que ocurren durante este evento está intimamente relacionada al problema de la mezcla convectiva de fluidos reactivos ya que, en este proceso, el H es violentamente quemado en  $^{13}\text{C}$  y  $^{14}\text{N}$  a medida que es convectivamente mezclado en regiones calientes ricas en  $^{12}\text{C}$ . Este fenómeno, como todo aquello relacionado a la convección de fluidos astrofísicos, no es bien entendido, y de hecho Herwig (2001b) propuso que la escala de tiempo observada en V4334 Sgr podría ser utilizada para poner a prueba las predicciones de la teoría de la convección en este contexto. Herwig (2001b) concluyó que la escala de tiempo observada en V4334 Sgr solo podía reproducirse si la mezcla en estas condiciones extremas procedía a una velocidad aproximadamente 2 órdenes de magnitud por debajo de lo predicho por la teoría de la longitud de mezcla (MLT) usualmente utilizada en evolución estelar. Sin embargo la diferencia de escalas de tiempo obtenidas por Iben y Mac Donald (1995) y por Herwig et al. (1999) arroja cierta duda sobre lo robusto de este resultado. Nuestro objetivo, entonces, es analizar el fenómeno del pulso térmico tardío con especial énfasis en intentar entender los efectos de diferentes características físicas del modelo durante el flash (momento en que ocurre el flash, presencia de gradientes químicos) como del detalle numérico del modelado sobre la escala de tiempo de expansión y otras características observables.

### **Estrellas subenanas deficientes en H y flashes tardíos en el núcleo de helio**

Actualmente la formación de EDH de tipo He-SdB y He-SdO se cree que ocurre ya sea por medio de la fusión de dos estrellas degeneradas o debido a un flash en el núcleo de He a la entrada de la secuencia de enfriamiento de enanas blancas —como consecuencia de altas pérdidas de masa en la etapa de gigante (escenario de “Hot Flasher”). Actualmente existe un conjunto muy limitado de modelos teóricos de estos escenarios. En lo que refiere al escenario de “Hot Flasher” podemos mencionar los trabajos de Brown et al. (2001), Lanz et al. (2004) Cassisi et al. (2003) los cuales analizan un número restringido de casos de masa y metalicidad y (con la excepción Cassisi et al. 2003) saltean el cálculo detallado de la quema violenta de H, por lo que no pueden proveer de abundancias detalladas para el resultado de este proceso. Por otro lado, el trabajo de Cassisi et al. (2003) solo analiza un único caso de baja metalicidad. Actualmente el número de datos disponibles y el número de estrellas subenanas deficientes en H está aumentando rápidamente gracias a los sondeos en búsqueda de objetos azules débiles (SPY, SDSS). Sin embargo su origen permanece incierto (Stroeer et al. 2007, Jeffery 2008). Nuestro objetivo es entonces realizar un estudio del espacio de parámetros de este escenario y desarrollar un conjunto homogéneo de modelos detallados que ofrezcan valores teóricos de las características superficiales a fin de poder comparar con las inferencias espectroscópicas y analizar la viabilidad de este escenario. Es también nuestra intención estudiar posibles consecuencias de desviaciones de las hipótesis usualmente adoptadas en el modelado de estos objetos. A su vez los modelos generados podrían ser utilizados para análisis astrosismológicos de algunas de las estrellas subenanas las cuales presentan pulsaciones no radiales, como así también para ser utilizados como modelos de base en simulaciones multidimensionales de la quema violenta del H (similares a los realizados por Herwig et al. (2006) recientemente para los pulsos térmicos de la AGB).

Es interesante notar que más allá del interés del fenómeno de “Hot-Flasher” en sí mismo, éste posee interés para otros campos de la astrofísica. Como ya fue mencionado, problemas como la posible existencia de enanas blancas con núcleos de He en el cúmulo —rico en metales— NGC 6791 (Kalirai et al. 2008) y el problema del ‘UV-upturn’ en galaxias elípticas brillantes con alto contenido en metales están ligados al fenómeno de “Hot-Flasher”. En efecto, la posible identificación de estrellas de disco (ricas en metales) He-SdO y He-SdB como objetos resultantes de un evento de “Hot-Flasher” sería una confirmación importante de la existencia de altas pérdidas de masa en la RGB de poblaciones con alto contenido de metales. Por otro lado, la quema violenta de H a las altas temperaturas que ocurre en alguna de las variedades de los episodios de “Hot-Flasher” es un fenómeno no muy bien entendido. La quema del H arrastrado convectivamente a las altas temperaturas de la región convectiva desatada por el flash de He corresponde al estudio de la mezcla convectiva de fluidos reactivos, el cual es un problema completamente abierto (Woodward et al. 2008). La identificación de estrellas He-SdB y He-SdO como objetos provenientes de estos episodios abriría la posibilidad de utilizarlas como herramientas para validar y verificar las simulaciones numéricas (actuales y futuras) de la mezcla y quema violenta del H.



# Capítulo 2

## Contexto y nociones preliminares

Beware of false knowledge; it is more dangerous than ignorance.  
George Bernard Shaw (1856-1950).

En la siguiente sección realizaremos una breve descripción de la evolución canónica de estrellas aisladas. El objetivo principal es el de fijar las definiciones que serán usadas a lo largo de esta tesis y el contexto en el cual se ubica la misma.

### 2.1. Evolución estelar aislada canónica

Es usual comenzar el estudio de la evolución estelar cuando la contracción de la nube (homogénea) de material interestelar ha producido temperaturas centrales  $T_c \gtrsim 10^6$  K. La energía necesaria para sustentar a la estrella a partir de ese momento estará dada por la fusión de H en helio. Como este es un mecanismo muy efectivo de generación de energía, la escala de tiempo en la cual la estrella evoluciona a partir de ese momento ( $\tau_{ev}$ ), dada por la velocidad a la cual se consume el combustible nuclear, se vuelve mucho más larga que la escala de tiempo térmica de esos objetos ( $\tau_{term}$ ), en la cual cambia la energía interna de los mismos. Por ejemplo para el caso típico del Sol, la estrella evolucionará en una escala de tiempo dada por

$$\tau_{ev} \sim \frac{0,70M_{\odot}Q_{H \rightarrow He}}{L_{\odot}} \sim 7,6 \times 10^{10} \text{ años}, \quad (2.1)$$

donde hemos sobrestimado en un factor  $\sim 7$  el valor real debido, principalmente, a que la masa del combustible que se consume es solo la que se encuentra en el núcleo de la estrella. Por otra parte, la escala de tiempo en la cual la estructura se relaja térmicamente esta dada por

$$\tau_{term} \sim \frac{E_{int}}{L_{\odot}} \sim \frac{|E_g|}{L_{\odot}} \sim \frac{GM_{\odot}^2}{3R_{\odot}L_{\odot}} \sim 1,6 \times 10^7 \text{ años}, \quad (2.2)$$

donde  $E_{int}$  y  $E_g$  son las energías interna y de ligadura gravitatoria del Sol y hemos utilizado el teorema del Virial (Clausius 1870). Vemos que  $\tau_{term} \ll \tau_{ev}$ , a consecuencia de lo cual puede considerarse que la estructura se encuentra en equilibrio térmico en esta etapa de su vida (existe equilibrio estacionario en el transporte del calor liberado por la quema nuclear). Como consecuencia de esto, cuando comienza la quema central del H, la estrella es principalmente una masa homogénea de H y He (más un pequeño porcentaje de metales, Z) en equilibrio tanto hidrostático<sup>1</sup> como térmico (lo que es llamado “equilibrio completo”). En tal situación se dice que la estrella se encuentra sobre la secuencia principal de edad cero (ZAMS, por sus siglas en inglés) cuya ubicación puede observarse en la figura 2.1 para  $Z=0,02$ . Debido a encontrarse en

---

<sup>1</sup>La escala de tiempo para alcanzar el equilibrio hidrostático en el Sol es mucho más pequeña aún, siendo de solo unos pocos minutos (Kippenhahn y Weigert 1990).

equilibrio completo la estructura de las estrellas de la ZAMS es matemáticamente bien conocida y es por ello que muchos estudios de la evolución estelar comienzan precisamente en este punto (casi no existe una memoria de lo ocurrido en etapas previas). Matemáticamente esto se refleja en la anulación de las derivadas temporales en las ecuaciones de estructura estelar (ver sección 3.1) por lo que el problema se reduce a un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias con condiciones de borde. Como se ha mencionado más arriba la evolución durante la quema central del H es lenta, sin embargo los tiempos característicos para esta evolución son fuertemente dependientes de la masa de la estrella. Como puede verse en la tabla 2.1 los mismos van desde  $10^{10}$  años hasta solo unas pocas decenas de millones de años para las estrellas de masa intermedia más masivas. El hecho de que los tiempos evolutivos aumenten órdenes de magnitud a medida

Masa Inicial	$\Delta t_{\text{Sec.Ppal.}}$	$t_{\text{QC-He}}$	$t_{\text{TP-AGB}}$	# TP	Masa Final (EB)
1 $M_{\odot}$	9790	12666-12790	12804	5/7	0,530/0,542 $M_{\odot}$
1,8 $M_{\odot}$	1609	1736-1865	1877	10	0,561 $M_{\odot}$
2,2 $M_{\odot}$	879	904-1158	1183	16	0,565 $M_{\odot}$
2,5 $M_{\odot}$	595	609-818	832	13	0,584 $M_{\odot}$
2,7 $M_{\odot}$	487.5	496-657	668,8	11	0,589 $M_{\odot}$
3,05 $M_{\odot}$	374	380-473	480	11	0,609 $M_{\odot}$
3,5 $M_{\odot}$	254.5	257.5-314	319	8	0,664 $M_{\odot}$
3,75 $M_{\odot}$	221	223,3-263,7	266,8	8	0,741 $M_{\odot}$
5.5 $M_{\odot}$	81	81,6-92.5	93,3	8	0,870 $M_{\odot}$

Tabla 2.1: Tiempos en diferentes momentos de la evolución de secuencias evolutivas calculadas con  $X/Y/Z= 0,705/0,275/0,02$  (abundancias en masa de H, He y metales, respectivamente) y utilizando la prescripción de Blöcker (1995a) para la pérdida de masa escaleada en un factor 0,2 (tiempos en  $10^6$  años desde la ZAMS). La columna debajo de  $t_{\text{QC-He}}$  marca el comienzo y el final de la quema central del He (QC-He) mientras que la columna debajo de  $t_{\text{TP-AGB}}$  marca la edad al comienzo de la TP-AGB. La columna 5 da el número de pulsos térmicos de cada secuencia.

que se consideran objetos de menor masa, se debe al bien conocido hecho de que mientras el combustible nuclear disponible aumenta de manera aproximadamente lineal con la masa de la estrella, la luminosidad de la misma lo hace con potencias significativamente más altas de la masa. Estas dependencias de las propiedades de las estrellas de secuencia principal con la masa son fácilmente entendibles en el contexto de los modelos sencillos presentados en la sección 3.1.

Una vez en la secuencia principal (MS, de sus siglas en inglés), según el valor de la masa total de la estrella, la liberación de energía estará dominada por la cadena protón-protón ( $M \lesssim 1,2M_{\odot}$ ) o por el tríciclo CNO ( $M \gtrsim 1,2M_{\odot}$ ). Debido a la mayor dependencia de este último con la temperatura ( $\epsilon \sim T^{\nu}$ ;  $\nu \sim 15-18$ ) la liberación de energía en estos casos es mucho más localizada hacia el centro de la estrella. La consecuencia más relevante de esto es que el gradiente de temperatura necesario para transportar la energía por medio de fotones (en la aproximación de difusión) es mucho mayor al gradiente adiabático del material y se genera un núcleo convectivo (criterio de Schwarzschild). Como, a grandes rasgos, el material en el núcleo convectivo es homogéneo —pues la mezcla ocurre en escalas de tiempo mucho menores a los de la evolución en la secuencia principal— en las estrellas de  $M \gtrsim 1,2M_{\odot}$  el H es agotado simultáneamente en todo el núcleo de la estrella, mientras que en estrellas de baja masa el H es agotado progresivamente en regiones cada vez más externas. Como consecuencia, en las estrellas más masivas, al agotarse el H, el núcleo deficiente de H pierde súbitamente su fuente de energía y sufre una “rápida” (en una escala de tiempo térmica) contracción mientras se desarrolla el encendido del H en la capa que envuelve al núcleo ahora rico en He, que está agotando su contenido de H. Esto causa el pequeño lazo en el diagrama de Hertzsprung-Russell (HR) al final de la evolución en la

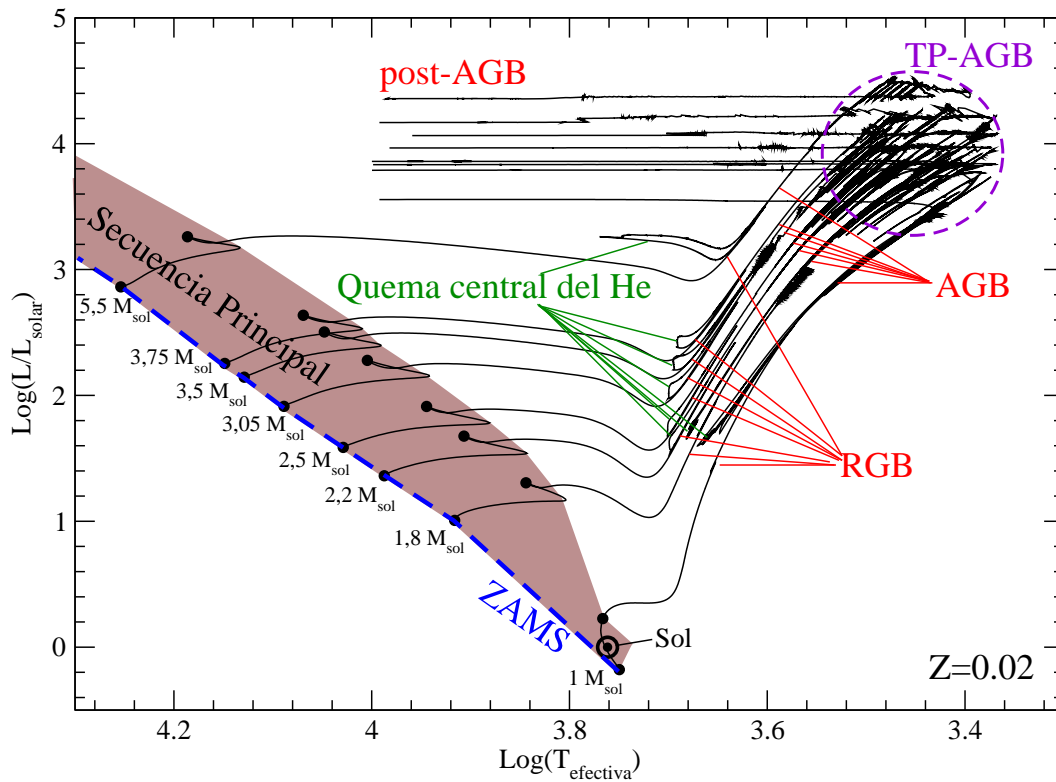


Figura 2.1: Diagrama de Hertzsprung-Russell de secuencias calculadas desde la ZAMS hasta la etapa post-AGB. Las secuencias fueron calculadas para esta tesis con valores iniciales  $X/Y/Z = 0,705/0,275/0,02$ .

secuencia principal de estrellas de  $M \gtrsim 1,2M_{\odot}$  (ver figura 2.1). Por el contrario, en las estrellas menos masivas, dicha contracción no existe ya que la región en la cual se agota el H posee masa casi nula y el paso de la quema central de H a la quema de H en capa ocurre gradualmente.

Una vez que la estrella abandona la secuencia principal, su estructura puede caracterizarse como se muestra en la figura 2.2, básicamente compuesta por tres partes: un núcleo de He sin fuentes nucleares de energía rodeado por una capa ardiente en la cual se quema H en helio mediante el tri-ciclo CNO, y por encima de ella la envoltura masiva de material rico en H. La evolución post-MS también puede separarse en diferentes casos según la masa de la estrella como haremos a continuación.

En estrellas de  $M \gtrsim 1,8M_{\odot}$  al quedarse sin la fuente de energía que mantenía a la estrella en equilibrio estacionario con la radiación emitida, las pérdidas de calor del núcleo deficiente en H (por radiación del calor al exterior) son compensadas por la liberación de energía gravitatoria obtenida mediante la contracción del núcleo. El núcleo deficiente en H entonces evoluciona de acuerdo al teorema del Virial<sup>2</sup> ( $E_i = -E_g/2$ ) para un gas ideal clásico (ver sección 3.6) aumentando (en valor absoluto) su energía de ligadura gravitatoria ( $E_g \propto GM_n^2/R_n$ ), radiando la mitad de dicha energía al exterior y almacenando la otra mitad en la forma de energía interna ( $E_i \propto M_n \bar{T}_n c_v$ ) lo que produce un aumento en la temperatura media del núcleo según

$$\bar{T}_n \propto \frac{GM_n}{2c_v R_n}. \quad (2.3)$$

Vale la pena notar que como la contracción del núcleo ocurre en escalas de tiempo térmicas (de Kelvin-Helmholtz) las reacciones nucleares en la capa ardiente no producen un aumento

<sup>2</sup>Aquí despreciamos por simplicidad la presión en el borde del núcleo, lo que agregaría un término extra  $4\pi R^3 P_0$ .

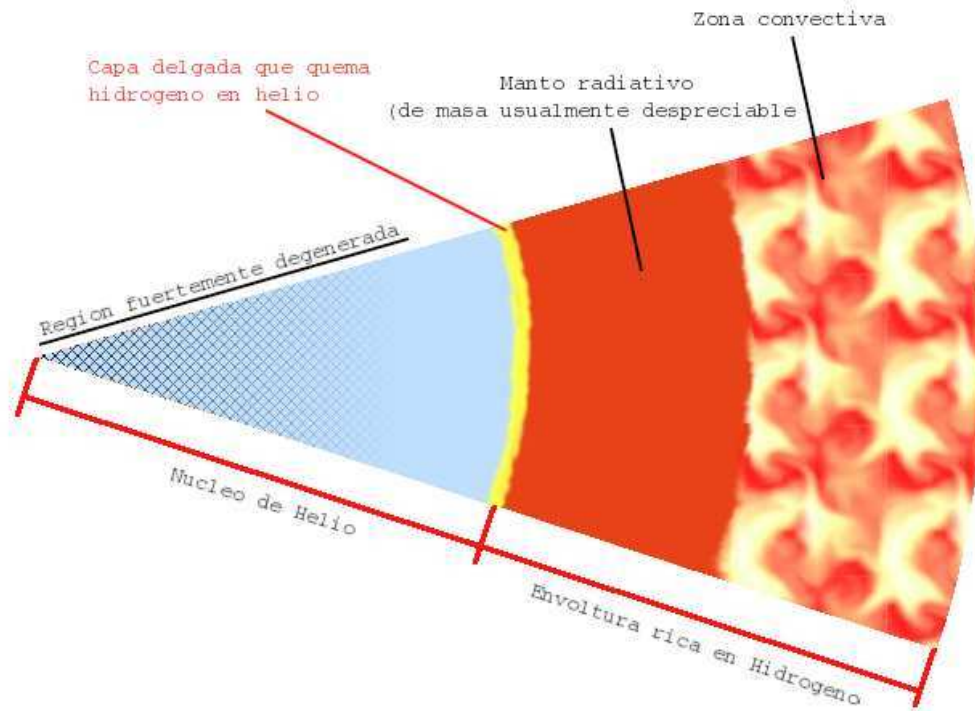


Figura 2.2: Estructura esquemática de una estrella de baja masa en la primera rama de las gigantes (RGB). El núcleo es básicamente una enana blanca caliente. Estrellas de masa intermedia poseen una configuración similar, con la diferencia de que el núcleo es aproximadamente un gas ideal en contracción.

considerable de la masa del núcleo, por lo que el calentamiento ( $\bar{T}_n \propto M_n/R_n$ ) y contracción se produce a  $M_n$  constante. Finalmente la contracción del núcleo lleva a que la temperatura central alcance los  $\sim 10^8\text{K}$  y el He comience a ser quemado en carbono y oxígeno.

Por el contrario en el caso de estrellas de baja masa ( $M \lesssim 1,8M_\odot$ ), el núcleo rápidamente alcanza densidades en las cuales el gas de electrones se vuelve degenerado y la presión ejercida por los mismos, dominante. Como en un gas completamente degenerado la presión no depende de la temperatura esto lleva a que se desacoplen las propiedades mecánicas y térmicas del gas. Consecuentemente la evolución de la densidad y radio del núcleo es (parcialmente) independiente de la temperatura del mismo. La degeneración hace que el radio y la densidad dependan principalmente de la masa del núcleo<sup>3</sup>. Otro de los efectos de la degeneración del gas de electrones es que el camino libre medio de éstos aumenta muchísimo (debido al llamado “bloqueo de Pauli” de los estados finales), lo que lleva a que la conducción se vuelva altamente eficiente, y dominante, en el transporte del calor. Esto lleva a que la región degenerada central del núcleo se vuelva casi isoterma. Entre esta región y la capa ardiente está la región degenerada en la cual la temperatura cae un factor 2 o 3. El efecto más importante de esta alta conducción del calor es que la temperatura del núcleo resulta fuertemente ligada a la de la capa ardiente que lo rodea. Bajo determinadas hipótesis (quizás incorrectas, ver sección 3.2) puede demostrarse que, gracias a la presencia de una región radiativa por encima de la capa ardiente, la temperatura de esta capa ( $T_c$ ) — como también sus otras propiedades  $\rho_c$ ,  $P_c$  y  $L_c$  — depende solo de la masa y el

<sup>3</sup>En un gas completamente degenerado  $R \propto M^{-1/3}$ , por lo que el núcleo solo se contrae, y lo hace levemente, si aumenta su masa. Los núcleos de estrellas RGB, sin embargo, poseen una región más externa menos degenerada y densa en la cual el aumento de temperatura si posee expansión, esto produce que la disminución del radio con el aumento de masa en el núcleo sea aún menor.



radio del núcleo, siendo esta dependencia de la forma

$$T_c \propto \frac{M_n}{R_n}. \quad (2.4)$$

De manera que en estrellas de baja masa a medida que la capa que quema H en He va dejando atrás un núcleo cada vez más masivo la temperatura de la capa aumenta, haciendo que aumente a su vez la temperatura en el centro del núcleo. Vale notar que como la evolución está en este caso dictada por la transformación de H en He en la capa ardiente, la evolución durante esta etapa en estrellas de baja masa, es mucho más lenta de lo que sucedía en el caso de estrellas de masa intermedia. Esto se debe a que la evolución de estrellas de baja masa a la salida de la secuencia principal procede en escalas de tiempo nucleares ( $10^8$  a  $10^9$  años, ver tabla 2.1). Aún así la evolución es un poco más rápida que en la secuencia principal porque la liberación de energía ocurre a una tasa mayor durante la RGB. A su vez, toda esta evolución produce un aumento de órdenes de magnitud en la luminosidad de la capa ardiente (ver sección 3.3), y por lo tanto de la estrella, ya que como la evolución es lenta la envoltura está cerca del equilibrio térmico y la energía radiada balancea a la liberada por la capa. En el diagrama H-R (ver figura 2.1) ésto lleva a que las estrellas trepen por la RGB en esta etapa de la evolución. El núcleo finalmente alcanza los  $10^8$ K y se enciende la quema del helio. Sin embargo como en este caso el material del núcleo se encuentra degenerado la energía liberada por la quema del helio que es inyectada al material estelar no produce una expansión y enfriamiento del mismo sino un aumento de temperatura pues el calor específico gravotérmico<sup>4</sup> es positivo en este caso. Este aumento de temperatura a su vez lleva a un aumento de la tasa de liberación de energía por quema de He por lo que la situación es claramente inestable y el encendido del He en el núcleo se produce en forma de flash. Esta inestabilidad se desarrolla rápidamente en la escala de tiempo térmica de la región donde ocurre (ver sección 3.4 para un análisis detallado de este fenómeno).

Un punto, más que interesante, es lo que ocurre con la envoltura de las estrellas RGB (de todas las masas) a medida que la densidad del núcleo aumenta (ya sea como consecuencia de la disminución del radio,  $M \gtrsim 1,8M_\odot$ , o debido al aumento de la masa del núcleo,  $M \lesssim 1,8M_\odot$ ). Ocurre que la presencia de quema nuclear en la capa que quema H en He fuerza una dependencia entre la densidad de esta capa y la densidad media del núcleo que rompe el comportamiento homológico de las capas (ver sección 3.2). En otras palabras, la presencia de liberación de energía en estas capas fuerza a que esta capa no siga la contracción del núcleo, esto produce la desaparición de una única escala de distancias natural en la estructura de la estrella (el radio de la estrella,  $R_*$ ) incorporando una nueva escala (el radio del núcleo deficiente en H,  $R_n$ ). A su vez el aumento del gradiente de presiones en la región de la capa ardiente produce un descenso importante en las densidades de las regiones más externas. Todo esto provoca que las regiones externas de la estrella se expandan mientras el núcleo se contrae (dando lugar a lo que fue bautizado por R. Kippenhahn “principio de espejo de los movimientos radiales”).

La etapa de la quema central del He es relativamente lenta (ver tabla 2.1). Debido a la gran sensibilidad de esta quema con la temperatura, la región central de estas estrellas es convectiva (de igual forma a lo que ocurría en la secuencia principal con aquellas estrellas que quemaban H mediante el CNO). Esta etapa de la evolución estelar dura aproximadamente  $10 - 100 \times 10^6$  años para estrellas de masas intermedias (para estrellas de masas  $M \lesssim 3.5 M_\odot$  este valor es más o menos constante debido a que el núcleo de He es aproximadamente de igual tamaño en todos los casos). Vale la pena notar que durante esta etapa la mayor parte de la luminosidad de la estrella es entregada por la capa que quema H $\rightarrow$ He. Observacionalmente estas estrellas conforman en el H-R las poblaciones conocidas como “red giant clump” y la rama horizontal. La quema de He ocurre inicialmente mediante la reacción triple alfa, la cual transforma tres núcleos de He en un núcleo de carbono, y una vez que suficientes cantidades de carbono han sido creadas, también mediante la quema de He con carbono para producir oxígeno. Como resultado, cuando el helio

<sup>4</sup>Esto es, en un proceso que mantenga al núcleo en equilibrio hidrostático con las capas exteriores de la estrella.

en el núcleo se agota, éste está compuesto por una mezcla de carbono y oxígeno cuya proporción depende de varios factores, entre los cuales uno de los principales es la masa del núcleo. Como ocurría sobre el final de la secuencia principal en estrellas con núcleos convectivos, las estrellas sufren una leve contracción (en escalas de tiempos térmicos) al quedarse abruptamente con un núcleo inerte. Durante esta etapa el He es encendido en la capa que rodea al núcleo deficiente de He y la estrella entra en lo que se conoce como la rama asintótica de las gigantes (AGB), etapa en la cual posee nuevamente un núcleo inerte (esta vez de C-O) contrayéndose lentamente. En estrellas de masa intermedia —que son aquellas que no encienden el carbono en el centro— la contracción del núcleo de carbono y oxígeno lleva finalmente a la degeneración del gas de electrones.

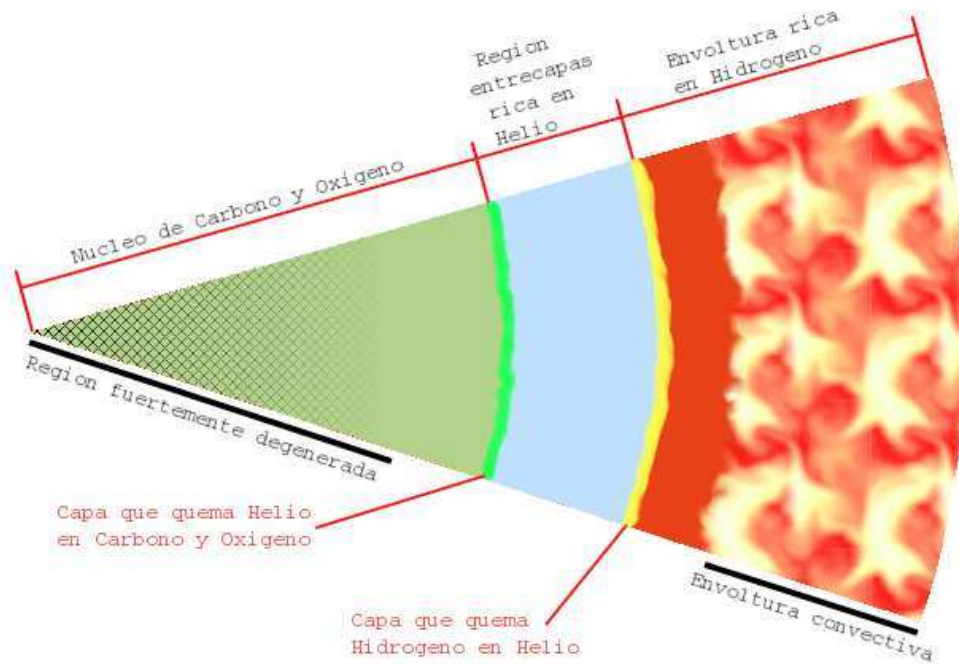


Figura 2.3: Estructura esquemática de una estrella AGB.

En la figura 2.3 puede apreciarse la estructura característica de las estrellas en la AGB. Esta se compone en el centro de un núcleo inerte de carbono y oxígeno rodeado por una capa en la cual se quema el He en C y O, y en la región exterior una envoltura esencialmente convectiva debajo de la cual se ubica la capa que quema H en He y que provee la mayor parte de la luminosidad de la estrella. Entre ambas capas se encuentra una región denominada “intershell” en la literatura (de ahora en más la región entre capas; REC) inicialmente formada por los residuos de la quema de H (i.e. He casi puro con un porcentaje importante de  $^{14}\text{N}$ ). Esta etapa es muy interesante tanto desde el punto de vista de la física estelar como de la nucleosíntesis que en ella se produce. Es en esta etapa donde la mayor parte de la producción de elementos pesados por medio de procesos lentos ocurre. Como se ha dicho, las estrellas de masas suficientemente bajas ( $M \lesssim 6,5 - 7M_{\odot}$ ) nunca desarrollan durante la AGB núcleos de masas suficientemente altas para encender el C en condiciones degeneradas, y luego de fuertes episodios de pérdida de masa acaban su vida como enanas blancas con núcleos de C-O. Durante la AGB, a medida que las capas que queman H y He van dejando núcleos cada vez más masivos y densos, la estrella aumenta su luminosidad (“asciende” en el diagrama HR por la rama de las gigantes). Esto ocurre por razones similares a las que llevaban a las estrellas a ascender por la RGB (sección 3.2). A medida que el núcleo libre

de He (NLHe) aumenta su masa y se contrae —la densidad central del núcleo de CO aumenta más de un orden de magnitud en esta etapa— la escala de altura de la presión en el borde del núcleo,  $H_P := dr/d\ln P$ ,

$$H_P \sim kT_{\text{capa}} \frac{R_n^2}{GM_n}, \quad (2.5)$$

decrece y con ella decrece el tamaño geométrico de la zona donde ocurre la quema de He. Como se verá más adelante (ver sección 3.4), debido a la alta sensibilidad de la tasa de reacciones que producen la quema de He con la temperatura, el angostamiento del tamaño geométrico de la capa que quema He por debajo de un valor crítico (Ancho Capa/Radio Capa  $\lesssim 0,3$  en el análisis simple presentado en la sección 3.4), lleva a que ésta se vuelva inestable frente a la quema de He. Esto se debe a que, aún para un gas ideal, el confinamiento geométrico de la capa delgada hace que una expansión/contracción producida por una inyección de energía produzca solo un cambio pequeño en la presión de la capa ardiente. Luego, como  $T \propto P/\rho$ , el confinamiento geométrico lleva a que localmente la ecuación de estado sea, desde un punto de vista “efectivo”,  $T \propto \rho^{-1}$ , lo que produce una situación claramente inestable<sup>5</sup>. Este análisis, sin embargo, no tiene en cuenta que existe un cambio en la luminosidad de la estrella debido a los cambios en las temperaturas —un análisis detallado de como se producen estas inestabilidades se presenta en la sección 3.4. Estas inestabilidades producen un aumento violento de la tasa de liberación de energía en la capa de helio y son conocidas como “pulsos térmicos”, los cuales se repiten cíclicamente. Consecuentemente, esta etapa de la vida de la estrella es denominada fase de los pulsos térmicos en la AGB (TP-AGB por sus siglas en inglés). A pesar de ser esta una etapa muy breve de la vida de la estrella (del orden de los millones de años, e incluso menos para estrellas de  $M \sim 5 M_\odot$ ) en ella ocurren muchos procesos que la tornan de alto interés astronómico. Principalmente, es durante esta etapa en que la mayoría de las estrellas de masa intermedia pierden gran parte de su masa. Esto se debe a que durante esta etapa las estrellas adquieren vientos del orden de  $\dot{M} \sim 10^{-5} M_\odot/\text{año}$  denominados “supervientos”. Esto hace que sea esta etapa la que determine principalmente la relación masa inicial (ZAMS)-masa final (enana blanca) y determine cuanto del material es retornado al medio interestelar. A su vez, durante esta etapa, la acción conjunta de las dos capas, la que quema He y la que quema H, hace que se den las situaciones óptimas para la producción de elementos pesados por medio de los llamados procesos lentos de captura de neutrones. La consecuencia final de las altas pérdidas de masa es que casi toda la envoltura rica en H de la estrella es eliminada. Como se verá en la sección 3.2 existe un valor crítico para la masa de la envoltura (el cual depende de la densidad del núcleo) por debajo del cual la disminución de la masa de la envoltura es acompañada por una disminución muy fuerte en el radio de la misma. Ocurre entonces que al llegar a este valor crítico, el radio de la envoltura —que es la parte de la estrella que hace que esta aparezca como gigante, ya que el núcleo es un objeto compacto muy parecido a una enana blanca caliente— comienza a disminuir rápidamente y la estrella (básicamente un núcleo de carbono oxígeno rodeado por la REC y una delgada capa rica en H) abandona la AGB formando primero una estrella central de nebulosa planetaria y luego una enana blanca (ver figura 2.4).

Poco tiempo después de haber abandonado la TP-AGB la capa que quema H se apaga pues la masa de la envoltura rica en H ya no es suficiente para mantener las temperaturas a las que ocurre la quema de H. Esto puede apreciarse en la figura 2.5 como una caída de más de dos órdenes de magnitud en  $L_{\text{CNO}}$ . A partir de este momento es la liberación de energía

<sup>5</sup>Recordando la primera ley de la termodinámica

$$dE_i = dq - Pdv$$

vemos que la relación  $T \propto \rho^{-1}$  produce

$$c_v dT + \text{cte} P_{\text{capa}} dT = dq.$$

De manera que una inyección de calor  $dq$ , produce un aumento de temperatura que, a su vez, lleva a un aumento de la liberación de energía.

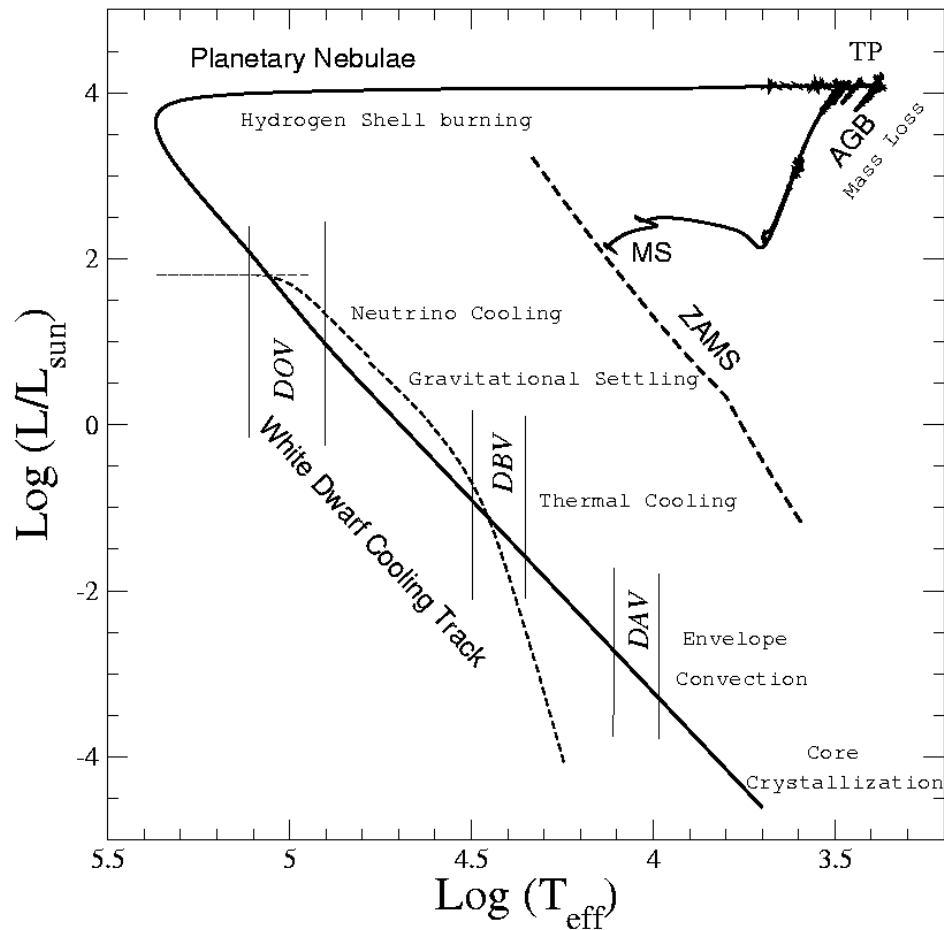


Figura 2.4: Evolución completa de una estrella desde la ZAMS hasta terminar como una enana blanca DA (Althaus 2008). La secuencia corresponde a una estrella de  $3,5M_{\odot}$  de masa inicial y que termina como una enana blanca de  $0,664M_{\odot}$ . La línea de trazos indica el valor de la tasa de pérdida de energía por emisión de neutrinos para cada valor de  $T_{\text{eff}}$  durante la evolución como enana blanca. Las líneas verticales indican la ubicación aproximada de los bordes rojos y azules de las tres bandas de pulsación clásicas de las enanas blancas (DOV, DBV y DAV).

gravotérmica la que se constituye en la principal fuente de energía de la estrella. Este momento puede caracterizarse como el comienzo de la etapa de enana blanca de la estrella. La ubicación en el diagrama HR del comienzo de la etapa de enana blanca es aproximadamente coincidente con la banda de enanas blancas pulsantes DOV (figura 2.4). Es interesante notar que cuando esto ocurre la estrella pierde cantidades similares de energía por la emisión de fotones ( $L_{\text{sur}}$  en la figura 2.5), dominante en etapas previas, como por la emisión de neutrinos  $L_{\text{neu}}$ . Rápidamente la emisión de neutrinos se volverá el mecanismo principal de pérdida de energía de la enana blanca, situación que continuará hasta los  $T_{\text{eff}} \sim 30\,000\text{K}$  (el valor exacto dependiendo de la masa de la estrella) momento a partir del cual la pérdida de energía volverá a estar dominada por la emisión de fotones desde la superficie. La etapa final de la vida de la estrella como una enana blanca puede rápidamente caracterizarse como un lento proceso de enfriamiento y contracción. Durante esta etapa, como consecuencia de los altos campos gravitatorios que caracterizan a las regiones externas de la estrella, la difusión de elementos químicos lleva a una estructura químicamente estratificada en la cual los elementos más livianos flotan sobre los más pesados. Más específicamente se forma una envoltura de H puro la cual flota sobre un manto de He puro todo esto por encima del núcleo de C-O (en estrellas que carezcan de H claramente no se forma

la primera envoltura). Cabe destacar que a diferencia de lo que ocurre en estrellas de secuencia principal, el cambio en la energía de ligadura producido por la contracción de una enana blanca es principalmente utilizada para aumentar la velocidad de los electrones del gas degenerado y no puede ser radiado al exterior. Por esta razón la energía que es efectivamente radiada al exterior por la enana blanca proviene del calor contenido en el gas de iones. Es por esto que, a diferencia de lo que ocurría en sus primeras etapas de vida, la pérdida de energía durante la etapa final de su vida está caracterizada por el enfriamiento y la contracción.

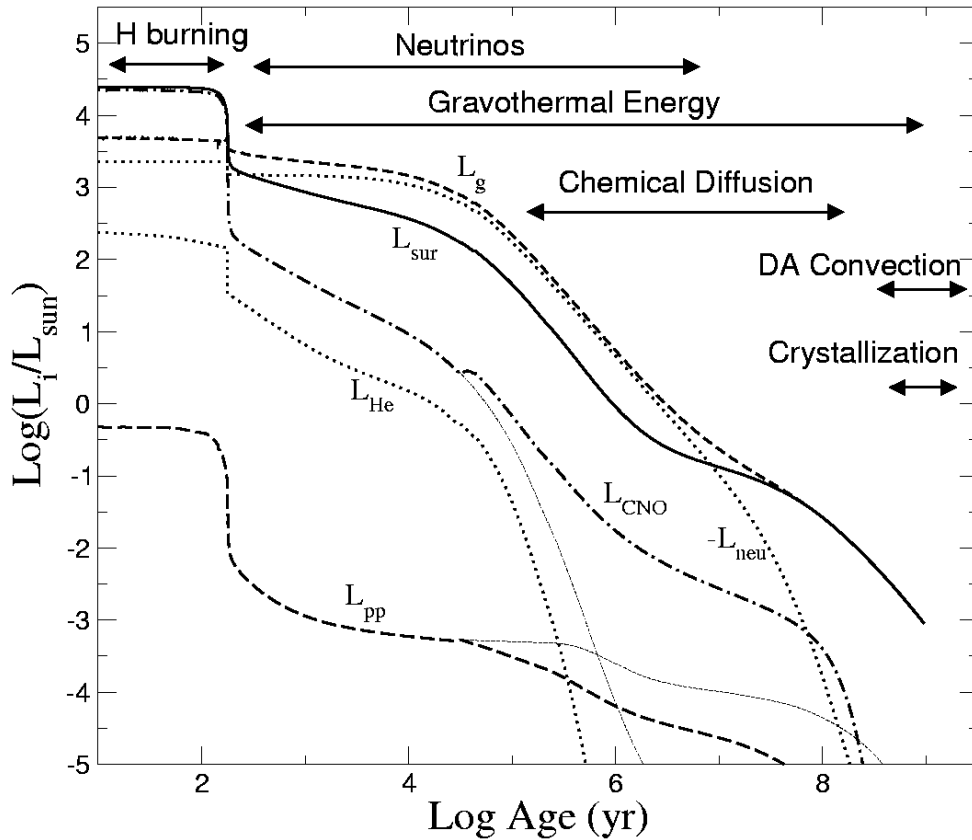


Figura 2.5: Procesos dominantes en el enfriamiento de una enana blanca (de  $0,664M_{\odot}$ ) con núcleo de carbono y oxígeno (tomado de Althaus 2008). Notar que durante gran parte de la evolución como enana blanca la energía liberada por el enfriamiento de la enana blanca ( $L_g$ ) es liberada en forma de neutrinos ( $L_{neu}$ ).

## 2.2. Escenarios para la formación de EDH en evolución estelar aislada

Where are you Little Star? Have you lost your beams?  
 Have the jealous clouds thrown their mantle over you,  
 Have they hidden you from sight, are your rays forever shed?  
 Where are you Little Star?, N. Grekov

Describiremos brevemente en esta sección los escenarios propuestos para la formación de estrellas deficientes en H.

### 2.2.1. Pulsos térmicos Post-AGB (escenarios de estrellas AGB renacidas)

Como se ha mencionado en la sección 2.1 la pérdida de masa alcanza valores muy grandes durante la fase de los pulsos térmicos en la AGB ( $\dot{M} \sim 10^{-5} M_{\odot}/\text{año}$ ). Usualmente esto lleva a que la envoltura rica en H de la estrella disminuya progresivamente su masa y finalmente (luego de que la masa caiga debajo de un dado valor crítico, ver sección 3.2) abandone la AGB para transformarse en una estrella central de nebulosa planetaria y finalmente en una enana blanca. Veremos que gracias a la presencia de una región radiativa inmediatamente por encima las capas ardientes, éstas no son muy sensibles a lo que ocurre por encima de ellas sino principalmente al estado del núcleo por debajo. Esto lleva a que, tanto la capa que quema H como la que quema He en las estrellas AGB no alteren significativamente su evolución mientras la masa de la envoltura disminuye desde algunas  $M_{\odot}$  a unos pocos centésimos de masa solar. Como consecuencia, la evolución de la capa que quema He a través de su ciclo de pulsos térmicos continúa aún después (ver figura 2.6) de haber abandonado la AGB. Dado que la evolución desde la salida de la AGB hasta el comienzo de la etapa de enana blanca (cuando se apaga la capa que quema He) posee una duración comparable al período entre pulsos térmicos es probable que ocurra un último pulso térmico en la evolución post AGB de la estrella, e incluso durante la etapa inicial de su evolución como enana blanca.

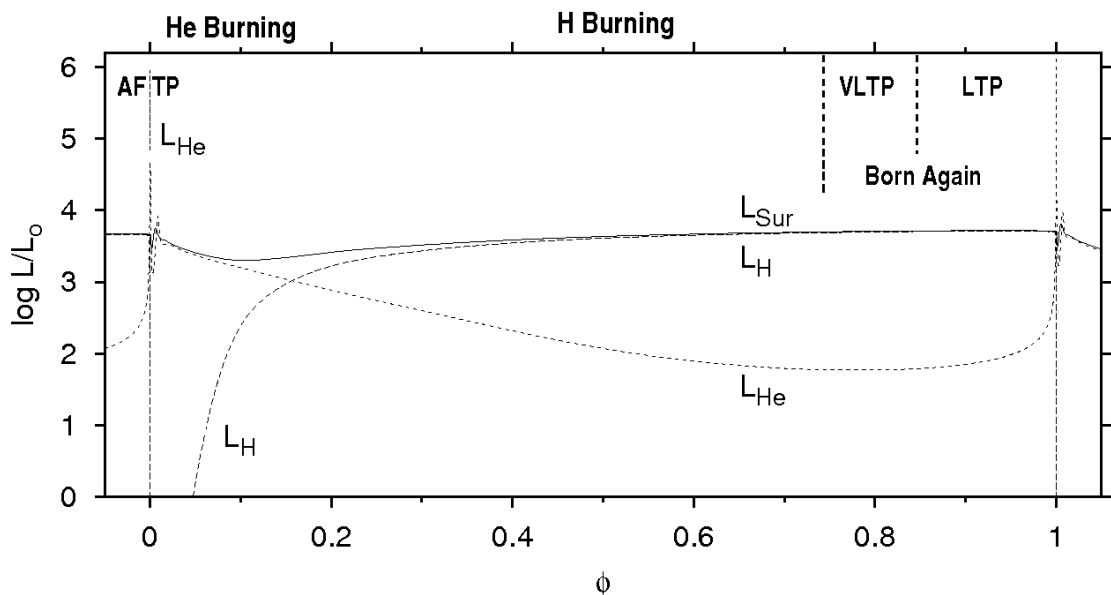


Figura 2.6: Tipos de pulsos térmicos en la evolución post-AGB según la fase ( $\phi$ ) del ciclo de  $L_{\text{He}}$  de los pulsos térmicos en que la estrella abandona la AGB (según Blöcker 2003).

La inyección repentina y suficientemente profunda (para que la masa externa esté por encima de la masa crítica) de energía produce un breve regreso de la estrella a la estructura de estrella gigante, lo que se conoce como estrella AGB renacida (Iben 1984). Dependiendo de la fase  $\phi^6$  en el ciclo de los pulsos térmicos en que la estrella abandone la AGB, tres tipos de pulsos térmicos tardíos pueden identificarse: VLTP, LTP y AFTP (Herwig 2001a, Blöcker 2001). Los tipos de pulsos térmicos tardíos se muestran en las figuras 2.6 y 2.7<sup>7</sup>. En lo que sigue haremos una descripción breve y simplificada de estos escenarios.

<sup>6</sup> $\phi := (t_{\text{salida AGB}} - t_{\text{TP previo}}) / \Delta t_{\text{entrepulsos}}$ ;  $t_{\text{TP previo}}$  = edad al momento del último pulso térmico antes de abandonar la AGB.

<sup>7</sup>En realidad una de las variedades, AFTP, no es estrictamente un pulso térmico post-AGB ya que el mismo ocurre cuando la estrella *está abandonando* la AGB.

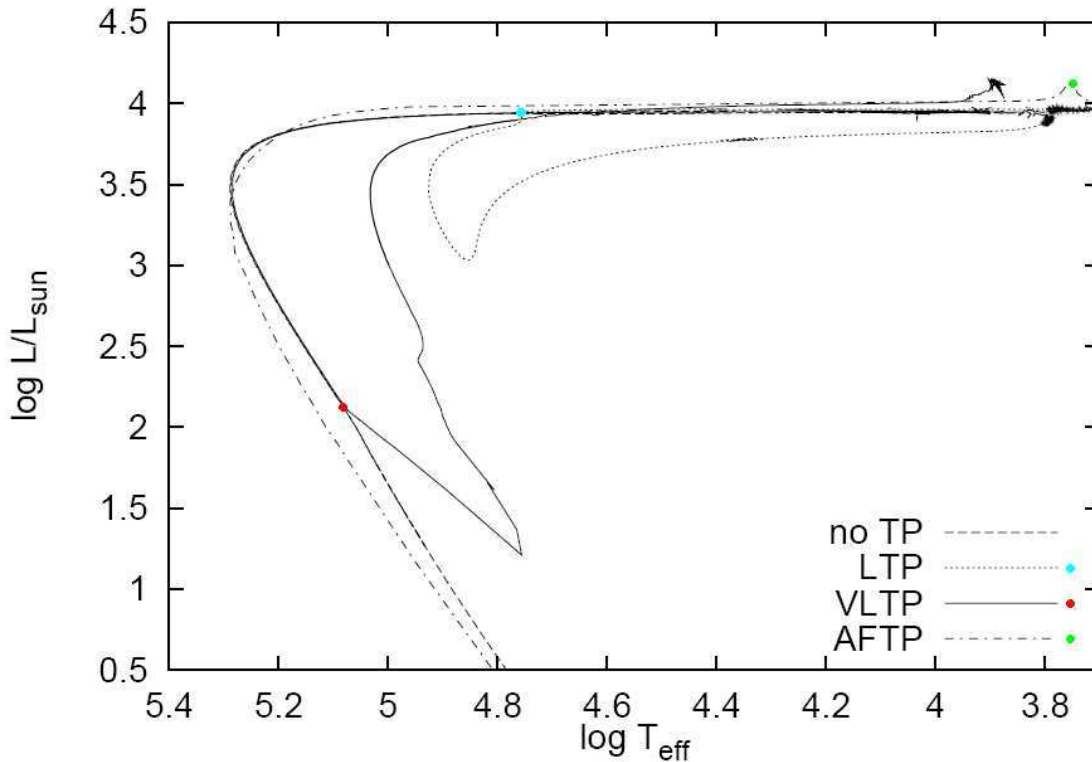


Figura 2.7: Evolución en el diagrama HR de los diferentes tipos de pulsos térmico tardíos. Los círculos de colores indican el momento en el que ocurre el pulso térmico tardío (adaptado de Herwig 2001a).

**Pulso térmico *muy* tardío (VLTP)** Esta variedad ocurre cuando las estrellas abandonan la AGB relativamente lejos del momento del flash (estrictamente cuánto antes es algo que depende mucho de la masa de la estrella) de manera que el pulso térmico recién se desarrolla cuando la estrella está entrando en la etapa de enana blanca, luego del “codo” en el diagrama HR (ver figura 2.7).

En este escenario la estrella evoluciona primero como una estrella central de nebulosa planetaria rica en H y el flash de He ocurre recién cuando la luminosidad de la estrella ha caído más de un orden de magnitud. Esta caída en la luminosidad de la estrella se debe a que, durante el codo en el diagrama HR, la capa que quema H se apaga. Esto se debe a que la masa de la envoltura por encima de ella se vuelve demasiado pequeña para mantener las temperaturas propias de la quema del H. La quema de H durante la TP-AGB es la causante de la barrera de entropía en la interfase H-He, que evita el contacto entre la zona convectiva producida por el flash (ZCPT) y el material rico en H (ver sección 3.5). Consecuentemente, cuando ocurre el pulso térmico *muy* tardío la barrera de entropía en interfase H-He no es suficientemente importante y la ZCPT alcanza el material rico en H. A medida que la zona convectiva va penetrando en la envoltura rica en H, el H es arrastrado hacia regiones internas muy calientes y ricas en  $^{12}\text{C}$  donde es violentamente quemado. Rápidamente toda la envoltura rica en H es quemada y el objeto regresa a la AGB como un objeto extremadamente deficiente en H, donde permanecerá hasta que la quema de He recupere valores normales. Finalmente la estrella vuelve a abandonar la AGB, pero ahora convertida en una estrella central deficiente en H (probablemente una estrella tipo [WC]) para luego transformarse en una enana blanca deficiente en H (DO, DB). Las abundancias químicas predichas en este escenario están caracterizadas por una mezcla de las abundancias típicas de la REC y los productos de la quema violenta del H (algunas discrepancias existen en los trabajos previos respecto a las abundancias de  $^{13}\text{C}$  y  $^{14}\text{N}$  resultantes, ver Iben y Mac Donald 1995 y

Herwig 2001a).

**Pulso térmico tardío (LTP)** Este tipo de pulso térmico tardío ocurre cuando la estrella abandona la AGB en una fase  $\phi$  mas avanzada que en el caso del VLTP y el flash del He se produce cuando la estrella está aún evolucionando horizontalmente en el diagrama HR hacia mayores temperaturas (ver figuras 2.6 y 2.7). Durante esta etapa la capa que quema H en He está aún activa y por lo tanto existe una barrera de entropía significativa en la interfase H-He. Esto evita que la ZCPT penetre en la envoltura rica en H y no ocurre ninguna quema del H de la envoltura (al igual que lo que ocurre en un pulso térmico típico en la AGB). Este escenario no produce, en principio, objetos deficientes en H por medio de la quema del H remanente. De hecho no producía ninguna deficiencia de H en modelos con un tratamiento estándar de las regiones convectivas (ver por ejemplo Blöcker 1995b). Sin embargo Blöcker (2003) mostró que en modelos que incluyen overshooting en la ZCPT es posible obtener estrellas deficientes en H. Ocurre que la incorporación de la mezcla extra dada por el overshooting en la ZCPT lleva al desarrollo de pulsos térmicos más intensos y por lo tanto a fenómenos de dragado del material procesado a la superficie (como fue demostrado por Herwig et al. 1997 y Herwig 2000)<sup>8</sup>. Durante la TP-AGB dichos episodios de mezcla solo producen una pequeña polución de las abundancias superficiales (entre los que se destaca el incremento del C superficial, ver Miller Bertolami 2004) con material procesado proveniente del interior. Por el contrario, en el caso de un LTP, la masa de la envoltura rica en H remanente es mucho menor que la masa dragada desde el interior luego del pulso térmico. Esto hace que el resultado del episodio sea una dilución de la envoltura rica en H en una masa mucho más grande de material procesado proveniente de la REC. Esta dilución ocurre cuando la estrella regresa a la AGB y las bajas temperaturas superficiales permiten el desarrollo de zonas convectivas superficiales. Esta envoltura convectiva distribuye el hidrógeno que se encontraba en las regiones más externas del remanente post-AGB en una región de la estrella mucho mayor, diluyéndolo. La estrella se transforma entonces en una estrella deficiente en H, con una abundancia de H del orden del  $\sim 5\%$  en fracción de masa (Herwig 2001a, Blöcker 2001). Finalmente la estrella abandonará la AGB y evolucionará como una estrella central de nebulosa planetaria con una superficie rica en He y con H cerca del límite de detección en objetos calientes compactos.

**AFTP** La forma en que la deficiencia en H es alcanzada en esta variedad de pulso térmico tardío es similar a la de un LTP. La única diferencia reside en que en este caso el pulso térmico ocurre justo en el momento en que la estrella está abandonando la AGB y la masa de la envoltura es significativamente mayor que en el caso del LTP. Como consecuencia, el fenómeno de dilución es menor y la abundancia superficial final es intermedia a aquella de la REC y de la envoltura rica en H. Este escenario predice entonces deficiencias moderadas de H y requiere de un ajuste fino entre el instante de abandono de la AGB (dado por la pérdida de masa) y el momento en el cual ocurre el pulso térmico (dado por la evolución de la capa que quema He). Fué principalmente desarrollado para explicar la existencia de estrellas con espectros tipo PG1159 pero con cantidades detectables de H (denominadas PG1159 hídridas). Este escenario no será analizado en esta tesis.

### 2.2.2. Objetos astrofísicos asociados con pulsos térmicos post-AGB

**FG Sge** Esta estrella variable ha mostrado un aumento lento y progresivo de su magnitud visual desde  $m_{\text{fotograf}} = 13,6$  en 1894 a  $B = 9,6$  en 1965. A su vez, el tipo espectral de este objeto ha acompañado este cambio, transformándose de un tipo espectral B5 en 1955 a un A5

---

<sup>8</sup>Estos episodios de dragado convectivo del material del interior a la superficie durante la TP-AGB son denominados episodios de “third dredge-up” para distinguirlos de otros dos episodios de dragado convectivo que pueden ocurrir en estrellas de masas bajas e intermedias durante la evolución previa



en 1967. Desde 1975 a la fecha tanto su brillo como su color han permanecido aproximadamente constantes (González et al. 1998). Estos cambios pueden interpretarse como una evolución casi horizontal en el diagrama HR desde la región de las estrellas centrales de nebulosa planetaria a la región de las gigantes amarillas cerca de la AGB. En efecto, van Genderen y Gautschy (1995) infieren un cambio desde  $\log T_{\text{eff}} \sim 4,65$  y  $\log L/L_{\odot} \sim 3,4$  a  $\log T_{\text{eff}} \sim 3,75$  y  $\log L/L_{\odot} \sim 4,04$  en 100 años (de 1880 a 1980).

Las abundancias superficiales de elementos relacionados a los procesos lentos de captura de neutrones en esta estrella han sido objeto de sucesivas discusiones en la literatura con resultados diversos. Estos resultados van desde la existencia de cambios de aproximadamente 2 a 3 dex (Gonzalez et al. 1998) entre 1970 a 1998 a la existencia de abundancias suprasolares de estos elementos, pero constantes desde 1950 a la fecha (Jeffery y Schönberner 2006).

Se ha ido acumulando Evidencia observacional de que recientemente (en los últimos 40 años) este objeto se ha vuelto progresivamente deficiente en H.

La evolución de temperatura y luminosidad en los últimos 100 años y la progresiva disminución de la abundancia superficial de H, posiblemente acompañada por el incremento de elementos originados en procesos lentos de captura de neutrones, ligan a FG Sge al escenario de LTP, aunque Jeffery y Schönberner (2006) sostienen que existen serias discrepancias entre las predicciones teóricas y las observaciones.

Desde 1992 FG Sge muestra eventos de disminución abrupta en la luminosidad, probablemente producidos por condensación de polvo alrededor de dicha estrella, similares a los observados en estrellas RCrB.

**V605 Aql** Esta estrella fue descubierta en 1919 y clasificada como una nova muy lenta. Observaciones posteriores, entre 1919 y 1923, mostraron que la estrella desaparecía y aparecía a intervalos irregulares. En un espectro tomado en 1921 por Lundmark (Lundmark 1921) la estrella fue clasificada como una estrella de carbono. Este espectro es muy similar al de una estrella RCrB (con 98 % de He y 1 % de C) según Clayton y de Marco (1997). Duerbeck et al. en 2002 recopilaron y estudiaron las observaciones de la erupción de esta estrella entre 1917 y 1923 obteniendo una curva de luz que muestra una innegable similitud con la curva de luz de V4334 Sgr —lo que ha llevado a que se califique a V605 Aql como el “gemelo anciano” de V4334 Sgr.

Aprovechando que la nebulosa planetaria que rodea a esta estrella (Abell 58) aún refleja el estado de la estrella cuando era suficientemente caliente como para ionizarla, Lechner y Kimeswenger (2004) llegaron a la conclusión de que el objeto, antes de su erupción, era una estrella enana blanca caliente.

Observaciones realizadas en 2001, y presentadas por Clayton et al. (2006), muestran que V605 Aql es ahora una estrella con un espectro similar al de las estrellas centrales de nebulosa planetaria con espectros tipo Wolf-Rayet ([WC]-CSPN), con abundancias He/C/O  $\sim 54/40/5$  por fracción de masa. A su vez esta estrella muestra a su alrededor una nebulosa mucho más compacta de material deficiente en H.

Todas estas características indican fuertemente que V605 Aql es un objeto que se encuentra experimentando un evento VLTP, y a su vez validan de manera excepcional dicho escenario para la formación de estrellas deficientes en H.

**V4334 Sgr** Descubierta el 20 de Febrero de 1996 por el astrónomo Yukio Sakurai (Nakano et al. 1996) se transformó en el primer objeto de su tipo cuya erupción ocurrió en una época en que la astrofísica dispone de herramientas para estudiarla en muchas regiones de su espectro. En consecuencia V4334 Sgr ha sido objeto de numerosos estudios desde su descubrimiento. Inmediatamente después de su descubrimiento la estrella fue identificada con un objeto muy débil ( $m_j \sim 21^m$ ) presente en una placa de la ESO/SRC sky survey de 1976 (Nakano et al. 1996). Esos valores en el color azul sugieren que V4334 Sgr debió ser, antes de su erupción, una estrella central de nebulosa planetaria (o una enana blanca caliente). Tres días más tarde

Benetti et al. (1996) reportaron que tanto las abundancias observadas en un espectro de V4334 Sgr como la lenta evolución de la luminosidad hacen muy posible que V4334 Sgr sea una estrella atravesando un VLTP, lo que fué confirmado otros tres días más tarde por Duerbeck y Pollaco (1996) quienes reportaron (independientemente) la existencia de una nebulosa planetaria vieja de aproximadamente  $32''$  de diámetro. Esto llevó a Duerbeck y Benetti (1996) a proponer que efectivamente V4334 Sgr está atravesando un episodio VLTP.

Estudios fotométricos posteriores a su descubrimiento muestran a V4334 Sgr aumentando su luminosidad y enfriándose progresivamente (Duerbeck et al. 1997) para entrar en una etapa de sucesivas disminuciones abruptas de luminosidad similares a las observadas en estrellas RCrB (Duerbeck et al. 2000), y finalmente desaparecer detrás de una nube de polvo de la que no ha emergido aún —muy probablemente debido a condensaciones de polvos circumstelares. Simultáneamente, estudios espectroscópicos realizados en 1996 y presentados por Asplund et al. (1997, 1999) pusieron en evidencia que V4334 Sgr estaba sufriendo cambios en sus abundancias superficiales, muy probablemente debido al dragado de material proveniente de sus regiones más internas —ya procesado por las reacciones nucleares. Estos estudios muestran que V4334 Sgr ya era una estrella muy deficiente en H y rica en carbono ( $^{12}\text{C}$  y  $^{13}\text{C}$ ), nitrógeno y elementos provenientes de procesos *s* de captura de neutrones.

Los análisis del estado de fotoionización de la nebulosa alrededor de V4334 Sgr por Kerber et al. (1999) y Pollaco (1999), y los más recientes de Hajduk et al. (2007b), han confirmado que V4334 Sgr era hasta hace unos muy pocos años una enana blanca caliente. Finalmente, estudios radioastronómicos de este objeto realizados en los años 2005 y 2006 por van Hoof et al. (2007) muestran que la estrella ha empezado a calentarse nuevamente dentro de la nube de polvo que la oculta de nuestra “vista” (i.e. en el óptico).

En definitiva, V4334 Sgr en los últimos 30 años ha dejado de ser una enana blanca caliente para enfriarse y aumentar su brillo hasta ser una estrella gigante amarilla deficiente en H con una curva de luz tipo RCrB, para luego esconderse de nuestra vista en una nube de polvo dentro de la cual se encuentra calentándose nuevamente<sup>9</sup>. Este comportamiento es exactamente el esperado de un objeto atravesando un evento VLTP, por lo que V4334 Sgr provee el sustento observacional más fuerte del escenario de flashes tardíos para la formación de estrellas deficientes en H.

**Estrellas RCrB y estrellas de carbono deficientes en H<sup>10</sup>.** La mayoría de estas estrellas serían de tipos espectrales F y G de no ser porque las líneas de Balmer y las bandas molecular CH no están presentes en su espectro. El análisis espectroscópico cuantitativo de estos objetos muestra una ausencia de H y una superabundancia de carbono.

Las estrellas RCrB se caracterizan por presentar, además de las propiedades previamente mencionadas, disminuciones irregulares de brillo atribuidas a episodios abruptos de eyección de masa y condensación de polvo (Clayton 2002)<sup>11</sup>.

Un subgrupo de 4 de estas estrellas, aunque muestra el mismo comportamiento fotométrico que la mayoría, poseen fotosferas significativamente más calientes. Este grupo es bastante más heterogéneo en sus propiedades químicas, tal como fue mostrado por De Marco et al. (2002).

Existen estrellas que aunque no muestran las variaciones fotométricas características de las estrellas RCrB muestran espectros completamente similares; éstas son las llamadas estrellas de carbono deficientes en H.

**Estrellas centrales de nebulosas planetarias tipo Wolf-Rayet [WC]** Son estrellas cuyos espectros son muy similares a los de sus contrapartes WC masivas, tan similares que se tardaron

---

<sup>9</sup>Podría decirse que V4334 Sgr es un monstruo sucesivo, la realización del “Baldanders” del libro de los seres imaginarios de Borges.

<sup>10</sup>Parte de las descripciones esta clase estelar y las siguientes se basan en los trabajos de revisión de Jeffery (2008) y de Werner y Herwig (2006)

<sup>11</sup>Vale la pena notar que la clasificación como estrellas RCrB es fotométrica y no espectroscópica.

muchos años hasta distinguir que existían dos grupos (Smith y Aller 1971). Esto es consecuencia tanto de su atmósfera extremadamente deficiente en H y rica en He, C y O como de las altas tasas de pérdida de masa ( $\log \dot{M}/M_{\odot} \text{año}^{-1} \sim -7,0 \dots -4,9$ , Koesterke 2001). Esto produce espectros dominados por líneas de emisión anchas y brillantes de He, C y O. Este grupo es usualmente separado en dos subgrupos espectrales; [WCL] (tipo tardío) y [WCE] (tipo temprano). Por su ubicación en el diagrama HR, la conexión evolutiva entre ambos grupos parece evidente indicando que el tipo tardío evoluciona al tipo temprano. Sin embargo, existe una discrepancia respecto de este punto basado en ajustes espectroscópicos cuantitativos. Mientras Hamann y Gräfner (2005) sostienen que las abundancias de carbono medias de las [WCL] son  $C \sim 0,5$  y las [WCE] poseen valores un factor 2 menores, Crowter et al. (2003, 2008) sostienen que ambos grupos poseen abundancias similares. Vale la pena notar que esta discrepancia puede bien deberse a errores sistemáticos debidos a la utilización de diferentes líneas espectrales en las determinaciones de ambos subgrupos. Más allá de esta posible discrepancia, la conexión evolutiva de las [WCL] con otra clase de estrellas deficientes en H, las PG1159, parece evidente no solo de su ubicación en el diagrama HR, sino también por sus abundancias superficiales de H, He, C, O, N, Ne y Fe (Werner y Herwig 2006).

**Estrellas PG1159** Esta familia espectroscópica —que consta de más de 40 individuos— está caracterizada por líneas de absorción débiles y anchas de HeII y CII y, entre los objetos más calientes, por líneas de OVI y NeVII. Además, estas estrellas muestran abundancias superficiales muy variadas y ricas en He, C y O con valores en los rangos  $\text{He}=0,30 - 0,85$ ,  $\text{C}=0,15 - 0,60$  y  $\text{O}=0,02 - 0,20$ . Sus valores de gravedad  $-5,5 \lesssim \log g \lesssim 8$ — y de temperatura superficial  $-75000K \lesssim T_{\text{eff}} \lesssim 200000K$ — las ubican, en el digrama HR, en el “codo” de la evolución post-AGB donde ocurre el cese de la quema del He en capas y las estrellas entran en la etapa de enanas blancas.

Esta familia espectroscópica reúne tanto a objetos que poseen una nebulosa planetaria a su alrededor —antiguamente denominadas O(C)— como objetos que no muestran ninguna nebulosa, siendo la proporción entre ambos grupos de aproximadamente 1:1. Aproximadamente un tercio de estos objetos son estrellas variables clasificadas como PNNV, GW Virginis o DOV.

Un subgrupo de cuatro estrellas muestra abundancias de H por encima del umbral de detección y por tal motivo se las clasifica como PG1159 híbridas.

**Estrellas O(He)** Conforman un reducido grupo de 4 estrellas muy calientes  $T_{\text{eff}} > 100000K$  con líneas de absorción dominadas por He y con trazas de elementos CNO. Al igual que las estrellas PG1159 muestran estrellas con nebulosas planetarias y sin ellas en proporción 1:1. Es un grupo no muy bien estudiado (ver Rauch 2008 para una reseña breve del desinterés en estos objetos) salvo por el prototipo (K 1-27), el cual muestra una atmósfera compuesta casi exclusivamente por He con trazas de N. Dos de estas estrellas, al parecer las de mayor masa, muestran abundancias de H por encima del umbral de detección  $\text{H}/\text{He} > 0,1$  (en densidad numérica).

**Enanas Blancas deficientes en H (DO, DB, DC, DQ, DZ)**<sup>12</sup> Las enanas blancas deficientes en H conforman el 15 % del total de enanas blancas observadas (Eisenstein et al. 2006). La alta intensidad del campo gravitatorio en estos objetos produce la separación de los elementos más pesados de los más livianos, un fenómeno conocido como “estratificación gravitatoria” (Koester y Chanmugam 1990), lo que lleva a que los subgrupos más calientes —DO y DB— estén caracterizadas por superficies compuestas por He puro (o casi puro). La distribución de masas de estas estrellas está fuertemente centrada en  $0,58 M_{\odot}$  (Beauchamp et al. 1996) con una distribución aproximadamente gaussiana, sin una componente masiva como en el caso de

<sup>12</sup>Basado en Beauchamp et al. (1996) y Panei (2004).

las enanas blancas ricas en H (tipo espectral DA). La clasificación y características de estas estrellas puede brevemente resumirse como sigue:

**DO:** Atmosferas de He puro con temperaturas de  $45000K \lesssim T_{\text{eff}} \lesssim 200000K$ . Caracterizadas por líneas intensas de HeII.

**DB:** Temperaturas de  $12000K \lesssim T_{\text{eff}} \lesssim 40000K$ . Caracterizadas en la mayoría de los casos por líneas de HeI y sin H ni metales presentes. Algunas estrellas que muestran líneas débiles de H son clasificadas como DAB y sus abundancias superficiales de H son estimadas en solo  $10^{-4}$  en fracción de masa.

**DC:** Estrellas con atmosferas de He (casi) puro, pero que debido a su temperatura ( $T_{\text{eff}} \lesssim 12000\text{ K}$ ) muestran espectros continuos sin líneas distinguibles.

**DQ:** Son estrellas frías con atmosferas dominadas por He que muestran en su espectro líneas resonantes de CI, con abundancias de carbono entre  $10^{-3}$  a  $10^{-7}$  en fracción de masa. Se cree que el carbono ha sido dragado del interior de la estrella por la creciente profundidad de la envoltura convectiva a medida que la enana blanca se enfría.

**DZ:** Estrellas enanas blancas frías que muestran líneas de Mg, Fe y Si en el ultravioleta.

De sus temperaturas y del modelado de la evolución de estrellas enanas blancas se cree que forman una secuencia evolutiva más o menos definida dada por  $DO \rightarrow DB \rightarrow DC, DQ, DZ$ , aunque un análisis más detallado pone de manifiesto numerosas posibles ramificaciones de este esquema.

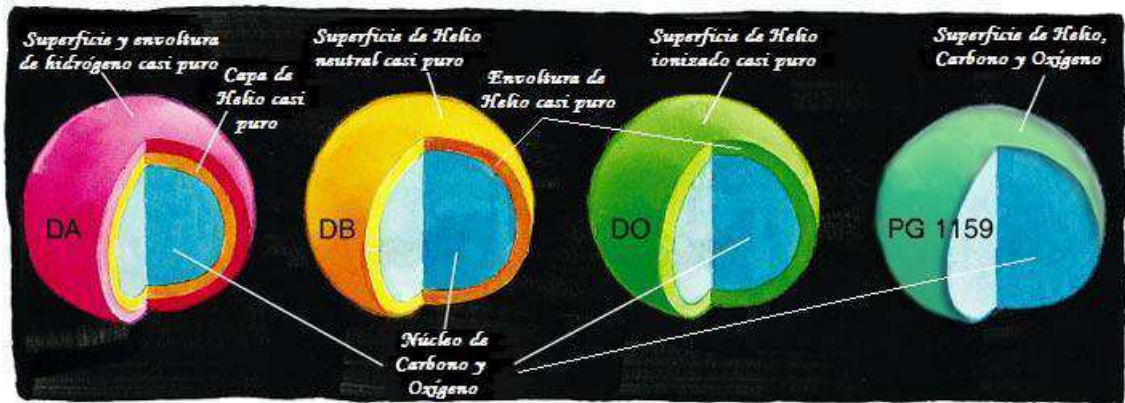


Figura 2.8: Estructura interna de diferentes tipos de enanas blancas. Salvo el tipo DA, el resto corresponde a enanas blancas deficientes en H (adaptado de Kawaler y Dahlstrom 2000).

A estas enanas blancas más o menos “clásicas” recientemente se les han agregado las, por ahora, llamadas enanas blancas “Hot DQ” (Dufour et al. 2007). Éstas estrellas conforman un tipo completamente nuevo de estrellas con atmosferas de carbono casi puro en su gran mayoría y campos magnéticos muy intensos.

### 2.2.3. Flashes tardíos (post-RGB) del núcleo de He

Se ha mencionado en la introducción que existen indicaciones observacionales de que la pérdida de masa en la RGB de las poblaciones ricas en metales podría ser bastante más alta de lo que se creía (Kalirai et al. 2008, Yi y Yoon 2004). Por otra parte, las estrellas que forman la rama de las gigantes en cúmulos globulares viejos y de baja metalicidad (de edades  $\sim 12 \times 10^9$  años) poseían, en la ZAMS, masas iniciales de  $\sim 0,85 M_{\odot}$ , por lo que la pérdida de tan solo la mitad de su masa en la RGB sería suficiente para que perdiesen toda su envoltura rica en H. Esto lleva a que no sea descabellado pensar que podrían existir estrellas que perdiesen (casi) toda su envoltura rica en H durante la RGB (tanto en poblaciones ricas como pobres en metales) abandonándola antes de sufrir el flash de He en el núcleo. Esto está en contraposición con lo

que ocurre en la evolución canónica de estrellas de baja masa, tal como se dijo en secciones anteriores.

Una vez que la estrella abandona la RGB a causa de haber perdido casi toda su envoltura, la capa que quema H sigue activa y por lo tanto el núcleo de He sigue aumentando su masa. Entonces la temperatura media del núcleo sigue creciendo y puede ocurrir que, si la estrella abandona la RGB con una temperatura cercana a la necesaria para el desarrollo del flash de He, se desate el flash de He cuando la estrella evoluciona desde la RGB hacia la región de las enanas blancas (horizontalmente en el diagrama HR, Castellani y Castellani 1993). Como consecuencia, la estrella es enviada a lo largo de un rápido bucle en el diagrama HR, hasta que finalmente ( $\sim 2 \times 10^6$  años después) se asienta cerca del extremo azul de la rama horizontal, donde ésta se cruza con la secuencia principal de estrellas de He puro (ver Kippenhahn y Weigert 1990 para la descripción de ésta y otras secuencias principales). Al igual que en el caso de los pulsos térmicos luego de la AGB, según el momento de la evolución post-RGB en el que ocurre el flash es posible que el resultado final sea una estrella deficiente en H (Sweigart 1997). D’Cruz et al. (1996) han separado a estos flashes tardíos según produzcan una estrella deficiente en H o no en: *tempranos*, aquellos que ocurren más cerca del momento de salida de la RGB y que no producen estrellas deficientes en H, y *tardíos*, aquellos en los que el resultado es una estrella deficiente en H. En el trabajo de Lanz et al. (2004) se propone además una interesante subclasificación de aquellos eventos que lleva a la formación de estrellas deficientes en H en eventos con “mezcla profunda” y con “mezcla superficial” según el mecanismo mediante el cual esta deficiencia de H es alcanzada. En la figura 2.9 se muestran diagramas HR típicos de la evolución durante dichos eventos.

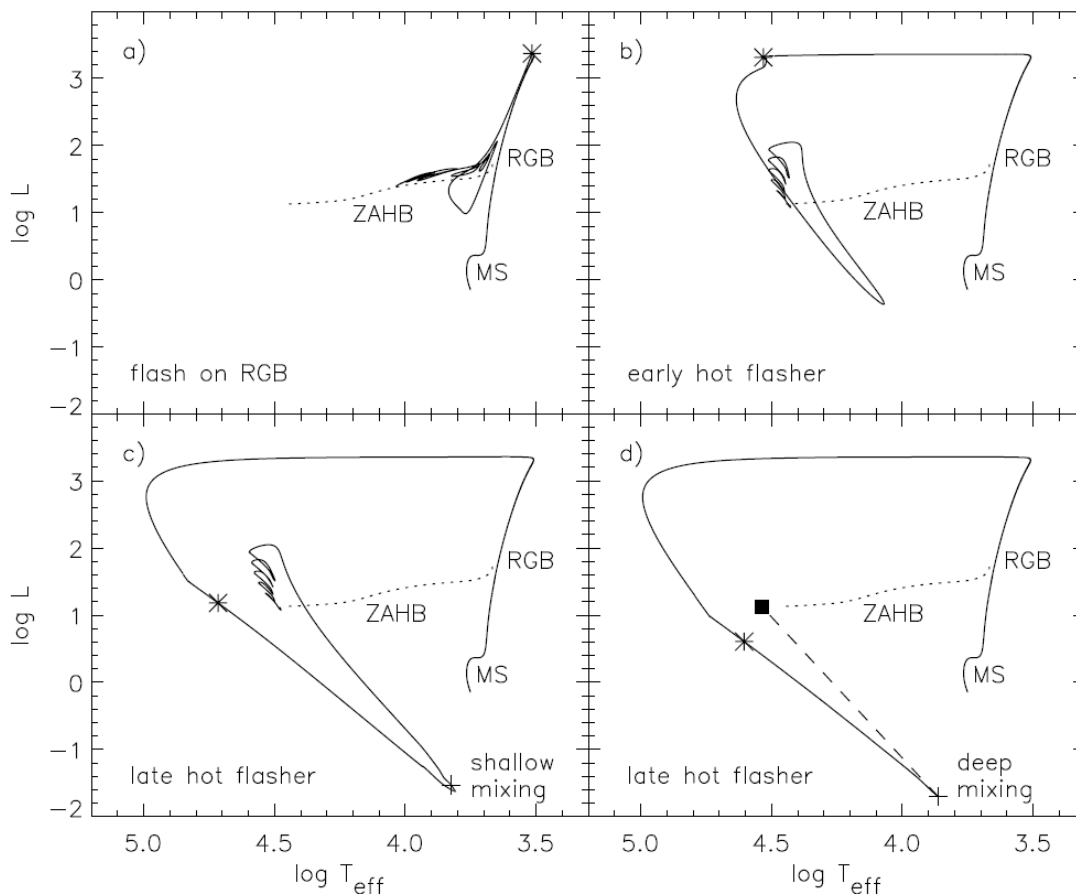


Figura 2.9: Diferentes tipos de “hot-flashers” según Lanz et al. (2004).

**Hot Flashers con mezcla profunda** Estos eventos ocurren cuando la estrella post-*RGB* sufre el flash primario en el núcleo de He (*HeCF*) estando ya en la etapa de enfriamiento como enana blanca. En estas circunstancias, la barrera de entropía en la zona de la transición H-He es muy leve (o inexistente), debido a que la quema de H en capas está casi extinta al momento del flash. Por lo tanto, la creciente zona convectiva desatada por el *HeCF* entra en contacto con la envoltura rica en H, arrastrando el material al interior donde se quema con el  $^{12}\text{C}$  ya producido por la quema de He. La energía liberada por la quema violenta del H ( $L_H \sim 10^{10} L_\odot$ ) lleva a la separación de la zona convectiva original en dos partes, y ayuda a que la zona convectiva penetre aún más en la envoltura rica en H. El contenido de H en la estrellas es reducido órdenes de magnitud debido a la quema del H. La pequeña envoltura rica en H remanente es diluida algunas decenas de años después cuando la estrella es enviada a la región de bajas temperaturas y luminosidades del diagrama HR y se desarrolla una pequeña zona convectiva superficial. El resultado (según Cassisi et al. 2003) es una estrella deficiente en H con abundancias superficiales de  $\text{H} \sim 4 \times 10^{-4}$ ,  $\text{He} \sim 0,96$ ,  $\text{C} \sim 0,029$ ,  $\text{N} \sim 0,007$  y  $\text{O} \sim 3,5 \times 10^{-5}$ . Vale la pena mencionar que es esperable que la separación gravitacional de los elementos haga que el H remanente en la estrella flote hacia la superficie, transformando la composición química de la estrella. Cálculos realizados por Unglaub (2005) predicen que con las abundancias de H derivadas más arriba (Cassisi et al. 2003) la superficie se mantendría deficiente en H durante su evolución futura como estrella de rama horizontal. Sin embargo esos mismos cálculos sugieren que abundancias de H remanentes un orden de magnitud mayores producirían abundancias de H/He significativamente distintas en la HB.

**Hot Flashers con mezcla superficial** Este tipo de eventos ocurre cuando el flash se desata con la capa quemadora de H aún activa, entonces la barrera de entropía presente en la transición H-He es más alta que en el caso anterior y la zona convectiva desarrollada durante el *HeCF* no entra en contacto inmediato con la envoltura rica en H. Solo algunos años más tarde, cuando la zona convectiva ya se ha separado en varias partes, una pequeña cola de la región más externa de esta zona convectiva es capaz de penetrar en la envoltura rica en H. Esto produce la dilución del material rico en H de las zonas inferiores de la envoltura convectiva, pero no su quema ya que la temperatura en la base de esta zona convectiva es muy baja para quemar el H. Cuando esta zona convectiva se fusiona con la zona convectiva superficial que se desarrolla en las regiones frías del diagrama HR, esto lleva a que la estrella adquiera una deficiencia moderada en H. Se forma una EDH con abundancias típicas reportadas por Lanz et al. (2004) de  $\text{He} \sim 0,50$ ,  $\text{C} \sim 0,008$ ,  $\text{N} \sim 0,005$ . Al igual que en el caso anterior, es de esperar que la separación gravitatoria del H y el He altere significativamente estos valores una vez que ha pasado suficiente tiempo desde el *HeCF*.

#### 2.2.4. Objetos astrofísicos asociados con flashes tardíos del núcleo de He (post-*RGB*)

**Estrellas subenanas ricas en He (He-*sdO* y He-*sdB*)** Greenstein (1940) introdujo las designaciones *sdB* y *sdO* para estrellas con espectros semejantes a los de los tipos O y B pero con líneas más anchas de H, HeI y HeII. Más tarde, al trabajar con espectros de mayor resolución, Green et al. (1986) introdujo varias subclases en estos grupos. Dos de esos subgrupos, las *sdOB* (dominadas por HeI y HeII con algo de H generalmente) y las *sdOC* (principalmente HeII con H e indicios de la línea HeI4471) son hoy en día llamadas He-*sdO*. Un tercer grupo, las *sdOD* (solo HeI, con líneas débiles o ausentes de H y HeII4686) son hoy conocidas como He-*sdB*.

Sin embargo, actualmente se carece de una clasificación homogénea de las estrellas subenanas ricas en He lo que produce cierta confusión al analizar resultados de diferentes autores (ver Ahmad et al. 2005 y Jeffery 2008).

A su vez, las estrellas clasificadas como He-*SdO* cubren un rango amplio de valores de

gravidad superficial. Esto ha llevado a Jeffery (1994, 2008) a proponer una separación de este grupo en 2 subgrupos, las He-sdO compactas y las de baja gravidad superficial. El primero de estos grupos es el más numeroso (con decenas de miembros) y muestra una población de estrellas tanto binarias como aisladas. Estas estrellas poseen además una superabundancia de He con excesos de C y/o N característicos de cada objeto particular. El segundo de estos grupos se compone de solo 5 estrellas, pero gran parte de su interés reside en su posible conexión con las EHe y las RCrB, pues si estas estrellas se contraen hacia la secuencia de enfriamiento de enanas blancas deberían mostrar en las etapas intermedias, características similares a las de estos objetos (Heber 2008).

**Rama horizontal extendida y “gancho” azul en diagramas HR de cúmulos globulares y abiertos** El escenario de Hot Flasher para la formación de estrellas tiene algunas consecuencias sobre lo que debería observarse en los cúmulos estelares. Recapitulando, este escenario propone que si la pérdida de masa es suficientemente alta las estrellas podrían sufrir el encendido del núcleo de helio degenerado luego de haber abandonado la RGB. Como mencionamos más arriba, la principal predicción de este escenario es la existencia de abundancias superficiales muy enriquecidas en He con valores significativos de C ( $0,01 \lesssim {}^{12}\text{C} \lesssim 0,04$ ) y, en algunos casos, de nitrógeno. A su vez, en el caso de poblaciones estelares simples como los cúmulos estelares cuyos individuos están caracterizados por un origen similar (en general con abundancias químicas y edades similares) otras correlaciones son esperables. La pérdida de masa necesaria para que ocurra un flash luego de la RGB es intermedia entre aquella que produciría enanas blancas con núcleos de He (si la pérdida de masa es un poco más grande) o estrellas de rama horizontal extremadamente azules con envolturas de H (como en el caso del Hot-Flasher temprano cuando la pérdida de masa es un poco menor). Por esto es de esperar que aquellos cúmulos estelares que presenten estrellas que han sufrido un hot flasher también presenten ramas horizontales azules y enanas blancas con núcleos de helio (ver figura 2.10). A su vez debido a que un pequeño cambio en la pérdida de masa produce un cambio repentino de la abundancia superficial de las estrellas resultantes en la HB, y esto a su vez altera la opacidad y la temperatura efectiva de la estrella, es de esperar que aparezcan brechas en los conteos de estrellas (en temperatura efectiva) de las ramas horizontales de cúmulos globulares<sup>13</sup>. Esto es así, pues al llegar a un valor crítico de la masa de la envoltura las estrellas abruptamente pasan a tener envolturas ricas en He y por lo tanto son más azules. El estudio de cúmulos estelares que presentan ramas horizontales extremadamente azules (i.e. con estrellas tipo sdB) es de especial interés para poner a prueba el escenario de Hot-Flasher. El estudio de los siguientes cúmulos estelares ofrece pistas que parecen validar —al menos parcialmente— el escenario de Hot-Flasher:

**Cúmulo Abierto NGC 6791:** Posee una metalicidad supra-solar ( $[\text{Fe}/\text{H}] \sim +0,4$ ) y una edad que lo ubica entre los cúmulos abiertos más viejos de la galaxia (edad =  $8 \times 10^9$  años, derivado del ajuste de isocronas a la secuencia principal). De su población de estrellas atravesando la etapa de quema central del He aproximadamente 18 son estrellas del “Red Clump”, mientras 12 de ellas son tipo sdB, por lo que aproximadamente el 40 % de la población de estrellas que queman He en el núcleo puede decirse que son sdB. El estudio de las enanas blancas en el cúmulo predice edades de  $\sim 2,4 \times 10^9$  años si las estrellas poseen núcleos de C-O, mientras que solo si se acepta que una parte importante de la población de enanas blancas posee núcleos de helio es posible reconciliar estas estimaciones con las derivadas del ajuste de la secuencia principal del cúmulo (edad  $\gtrsim 7 \times 10^9$  años). Esto parece ser una evidencia importante de que las estrellas RGB de este cúmulo poseen pérdidas de masa significativamente mayores a las normales, probablemente debido a la alta metalicidad en el cúmulo (Kalirai et al. 2008). Debemos destacar sin embargo que en los últimos tiempos parece haber surgido importante evidencia en contra de los resultados de Kalirai et al. (2008), tal es el caso de los muy recientes trabajos de van Loon et al. (2008) y

<sup>13</sup>La rama horizontal canónica esta compuesta por estrellas de núcleos donde se quema el He de igual masa rodeadas por envolturas ricas en H de diferentes masas, siendo las de envolturas menos masivas las más azules.

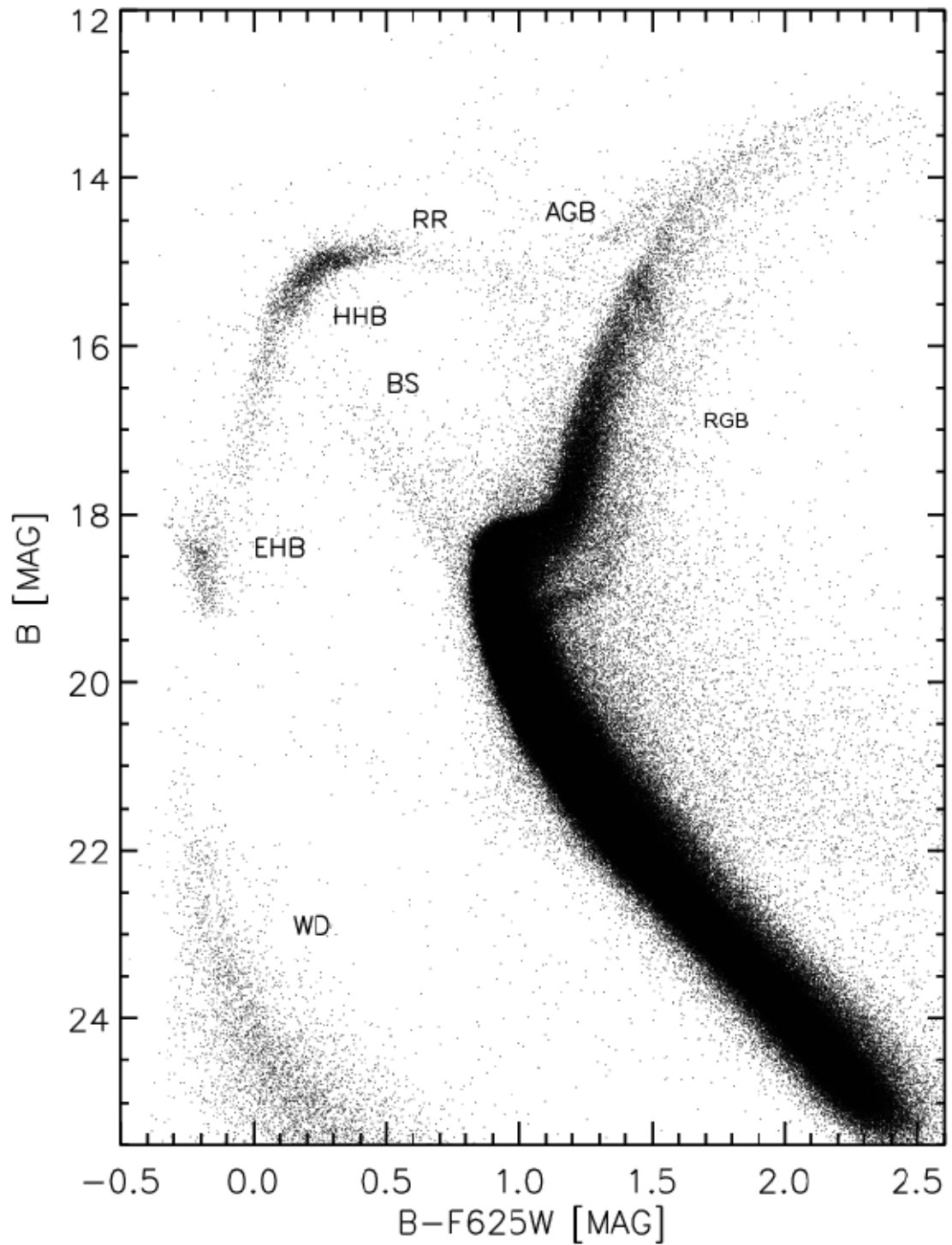


Figura 2.10: Diagrama color-magnitud ( $B$  contra  $B - F625W$ ) de  $\omega$ Cen en base a datos recolectados por el telescopio espacial Hubble. Las siglas indican la ubicación de las estrellas en diferentes estados evolutivos: la primera rama de las gigantes (RGB), “blue stragglers” (BS), estrellas RR Lyrae (RR), la rama asintótica de las gigantes (AGB), la rama horizontal caliente (HHB), la rama horizontal extrema (EHB o “gancho azul”, incluyendo posibles “hot-flashers”) y la secuencia de enfriamiento de enanas blancas (WD). Tomado de Moehler y Bono (2008).

Bedin et al. (2008a,b).



**Cúmulo Abierto NGC 188:** Este es el otro cúmulo abierto, además de NGC 6791, que posee estrellas de rama horizontal extrema (i.e. tipo sdB). Notablemente, posee una metalicidad tipo solar ( $[Fe/H] \sim -0,03$ ) y una edad que lo ubica, también, entre los cúmulos abiertos más viejos de la galaxia (edad =  $6,8 \times 10^9$  años). Puede decirse que, al igual que NGC 6791, es relativamente rico en metales y antiguo ofreciendo cierto sustento a la idea de un origen de las sdB debido a altas pérdidas de masas en la RGB como consecuencia de la metalicidad. De las estrellas en la etapa de quema central del He cinco son estrellas del “Red Clump” y, al menos dos son estrellas sdB, por lo que conforman el 28 % de la población.

**Cúmulo Globular NGC 2808:** Es un cúmulo de metalicidad intermedia,  $[Fe/H] \sim -1,36$  y  $10,2 \times 10^9$  años de edad. Uno de los rasgos más notables es la presencia de una rama horizontal azul muy extendida la cual está separada de las estrellas azules de la HB por una brecha, tanto en el óptico como en el UV, ubicada en la región esperable para la brecha debida al cambio en las abundancias superficiales en el escenario de hot flasher (al pasar de flashes tempranos a tardíos, Brown et al. 2001). A su vez Sandquist y Martel (2007), encontraron una deficiencia de estrellas RGB brillantes la cual los autores sugieren pueden estar asociadas a la producción de enanas blancas con núcleo de He —pues la ausencia de estrellas en la cima de la RGB correspondería a las estrellas que abandonaron la RGB de manera temprana. Moehler et al. (2004) encuentran que las estrellas del gancho azul de este cúmulo (y de  $\omega$  Cen) son enriquecidas en He y muestran también un enriquecimiento de C. A su vez encuentran que las estrellas enriquecidas en He ( $\log He/H > -1$ ) se aglomeran entre los 35000 K y los 40000 K. Ambos resultados están en acuerdo con el escenario de Hot-Flash, aunque dichas estrellas retienen abundancias de H sensiblemente mayores a las predichas por dicho escenario (Cassisi et al. 2003).

**Cúmulo Globular  $\omega$  Cen (NGC 5139):** Este cúmulo (figura 2.10), uno de los más brillantes del hemisferio sur, no posee una metalicidad muy bien definida, estando conformado por estrellas con metalicidades en el rango  $-2,2 \lesssim [He/H] \lesssim -0,8$ . Del ajuste de su secuencia principal podemos decir que su edad es de  $\sim 12 \times 10^9$  años. Ha sido recientemente descubierto que la secuencia principal de este cúmulo parece contener estrellas con abundancias de He tan altas como  $He \sim 0,4$  en fracción de masa. Al igual que NGC 2808 posee una población muy grande de estrellas en el gancho azul de la HB y, al igual que en éste, Moehler et al. (2004) encuentran que las estrellas del gancho azul de este cúmulo (y de  $\omega$  Cen) están enriquecidas en He y son más calientes que las estrellas de la rama horizontal extendida “canónica”. Esto llevó a Lee et al. (2005) a proponer que estas estrellas son la progenie de las estrellas de secuencia principal enriquecidas en He. En  $\omega$  Cen no existe la brecha entre ambos grupos de estrellas que se observa en NGC 2808, aunque esto puede deberse a que este cúmulo no posee un valor único de metalicidad. Recientemente Moehler et al. (2007) han mostrado que el exceso de He en las estrellas del gancho azul de este cúmulo es muy superior a lo predicho por el escenario propuesto por Lee et al. (2005) a la vez que mostraron que estas estrellas poseen abundancias de carbono muy por encima (C entre 0,01 y 0,03 en fracción de masa) de lo esperado para la metalicidad del cúmulo, aunque reteniendo cantidades significativas de H. Todo esto parece estar en bastante acuerdo con el escenario de Hot-Flasher para la formación de estas estrellas. Esto parece reforzarse con el resultado presentado por Calamida et al. (2008) quienes, en base a conteos de enanas blancas, encuentran que dicha población debe contener una fracción importante de estrellas con núcleos de He para explicar las observaciones. La población de estrellas de la rama horizontal extrema es el 32 % de la población total de la rama horizontal.

**El “UV-upturn” en galaxias elípticas:** Por primera vez detectado por el telescopio espacial OAO-2 (Code 1969), el “UV-upturn” consiste en el aumento de flujo en el UV a medida que decrece la longitud de onda entre el límite de Lyman y los 2500 Å en todas las galaxias esferoidales brillantes. Ha sido un misterio desde su descubrimiento porque se suponía que esas poblaciones viejas y ricas en metales no debían poseer un número importante de estrellas calientes. Esto llevó a la construcción de escenarios en que las poblaciones ricas en metales ( $Z \gtrsim Z_{\odot}$ ) y viejas

(edad  $\gtrsim$  algunos  $\times 10^9$  años) se volviesen brillantes en el UV (Yi y Yoon 2004). Las características de estas poblaciones las vinculan directamente con los cúmulos abiertos viejos (como NGC 6791 y NGC 188). Actualmente dos teorías dominantes existen para explicar este fenómeno; la hipótesis de HB pobre en metales y de HB rica en metales.

**Hipótesis de HB pobre en metales:** Esta teoría propone que al menos el 20 % de la masa en el núcleo de estas galaxias corresponde a estrellas ultra deficientes en metales. Las estrellas de HB ultra deficientes en metales es sabido que son fuentes muy importantes en el UV y no son nada exóticas. En particular, poseerían el rango de temperaturas adecuado para explicar el fenómeno como también la ubicación espacial del exceso en el UV y otras propiedades (ver Yi y Yoon 2004 para una reseña). Sin embargo este escenario requiere una constante cosmológica de  $\Omega_\Lambda \gtrsim 0,8$  que destruye el acuerdo alcanzado por la cosmología y la evolución estelar en el estudio de cúmulos globulares, debido a que las fuentes en el UV deben ser un 30 % más viejas que la mayoría de los cúmulos globulares galácticos. Esto le quita mucho de su atractivo a este escenario.

**Hipótesis de HB rica en metales:** Estudios de evolución estelar mostraron que las estrellas HB ricas en metales podrían volverse fuentes importantes en el UV —i.e. más calientes— si  $\Delta Y/\Delta Z \gtrsim 2,5$  o si la pérdida de masa de las estrellas ricas en metales es 30 a 40 % más grande que en estrellas deficientes en metales. La validez de este escenario está basada principalmente en estudios teóricos de evolución estelar. Sin embargo, el estudio reciente de Kalirai et al. (2008) ofrece una validación empírica de esto al mostrar evidencias contundentes de que poblaciones viejas y ricas en metales (como NGC 6791) poseen pérdidas de masa significativamente altas. Tanto NGC 6791 como NGC 188 parecen mostrarnos que, en poblaciones viejas y ricas en metales ( $Z \gtrsim Z_\odot$ , edad  $\gtrsim$  algunos  $\times 10^9$  años), una fracción importante de las estrellas que están quemando He en el núcleo son calientes (sdB) —40 % y 28 % respectivamente. Esto es interesante pues Dorman et al. (1995) afirman que si al menos el 25 % de las estrellas quemando He en el núcleo fuesen estrellas de rama horizontal extrema eso permitiría ajustar el UV-Upturn. Por su parte Brown et al. (1997) necesitan solo un 10 % de estrellas de rama horizontal extrema para explicar este fenómeno.

Es esta última hipótesis (la de HB rica en metales) la que se relaciona con el escenario de Hot-flasher ya que, de ser correcta, confirmaría la existencia de pérdidas de masa significativamente altas en la RGB de poblaciones ricas en metales (entre ellas el disco galáctico) haciendo posible que algunas estrellas abandonen la RGB antes de sufrir el flash en el núcleo.

### 2.3. Pulsaciones estelares

Uno de los objetivos de esta tesis es el estudio pulsacional de modelos de estrellas deficientes en hidrógeno por lo que haremos una breve descripción de algunos conceptos básicos necesarios para entender los resultados. Una descripción mas completa de estos conceptos puede encontrarse en Córscico (2003).

Durante la mayor parte de su vida, la mayoría de las estrellas se encuentran en equilibrio mecánico (hidrostático). Esto significa que las aceleraciones del fluido son mucho menores al valor local del campo gravitatorio, por lo que el “peso” de cada capa de la estrella es igual a la diferencia de presiones sobre esa capa. Si esta estructura es sometida a una perturbación que desplace a los elementos de fluido de su punto de equilibrio, ésta comenzará a oscilar. Al igual que ocurre con una barra de metal, una cuerda o un parche de timbal, éstas estructuras de plasma autogravitante también poseen modos normales de oscilación. Si la perturbación aplicada sobre estos objetos se corresponde con uno de los modos de oscilación normales de la estrella entonces es posible que esta perturbación crezca hasta llegar al punto de ser observable. Estos fenómenos se denominan oscilaciones o pulsaciones estelares, de manera indistinta. Las oscilaciones producen cambios en la temperatura de la superficie estelar y se manifiestan principalmente como cambios en la luminosidad de la estrella con el tiempo (“curva de luz” de la estrella, ver figura 2.11)

debido a la alta dependencia del brillo de un cuerpo negro con la temperatura ( $F \propto T_{\text{eff}}^4$ ). A

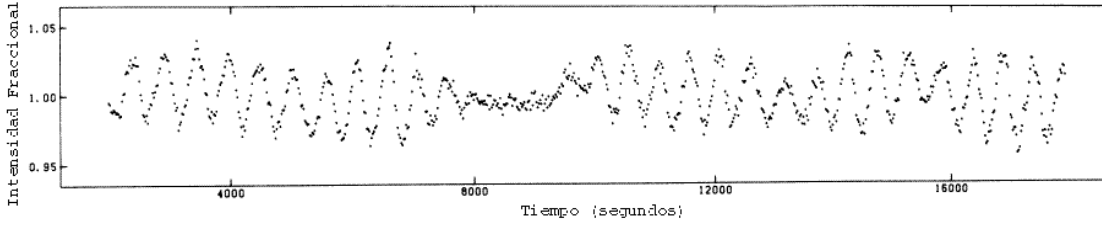


Figura 2.11: Curva de Luz de la estrella PG 1159-035 obtenida por Winget et al. (1985).

su vez estos cambios de temperatura también pueden llevar en algunos casos a cambios en las líneas espectrales del objeto. En principio estas oscilaciones pueden ser *forzadas*, cuando son causadas por un agente externo tal como una compañera en un sistema binario, o *autoexcitadas* cuando algún mecanismo físico (*mecanismo de excitación*) transforma parte de la energía de la radiación en energía cinética de las oscilaciones. Las estrellas pulsantes estudiadas en esta tesis están asociadas a este último caso.

Las pulsaciones estelares son un fenómeno que se encuentra en muchas etapas de la evolución estelar (de muchos tipos distintos de estrellas). En la figura (2.12) se muestra un diagrama H-R de algunas clases típicas de estrellas pulsantes y en la tabla 2.2 se dan algunas características de estos objetos.

Tipo	$T_{\text{eff}}$ ( $10^3\text{K}$ )	$M_*/M_{\odot}$	$L_*/L_{\odot}$	Período	Modos
Cefeidas	5.5–6.5	5 – 20	$10^3 - 10^5$	2 – 100 d	R
Mira	2.5–4.0	$\sim 1 - 2$	$10^2 - 10^4$	25 – 400 d	R
RGR	2.5–4.0	$\sim 1 - 8$	$10^2 - 10^4$	25 – 400 d	R
RR Lira	6.0–7.0	0.5–0.8	40 – 50	0.2–1.2 d	R
$\delta$ Scuti	7.5–8.7	1.6–2.6	10 – 100	0.5–6 h	R, NR( $p$ )
El Sol	6.0	1.0	1.0	5 – 10 m	NR( $p$ )
roAp	7.0–8.5	1.6–2.6	10 – 50	4 – 15 m	NR( $p$ )
$\gamma$ Doradus	6.5–7.3	1.4–1.7	5 – 20	0.5–3 d	NR( $g$ )
$\beta$ Cephei	22 – 30	8 – 15	$4 \times 10^3 - 2 \times 10^4$	3.5–6 h	NR( $p$ )
SPB	13 – 17	3 – 8	2.5–6	0.6–3 d	NR( $g$ )
LPVs	15 – 40	$10^3 - 10^5$	5 – 50	3 – 30 h	NR( $p$ )
GW Virginis ó DOV	$\sim 100$	$\sim 0.6$	$\sim 10^2$	300 – 3500 s	NR( $g$ )
DBV	$\sim 23$	$\sim 0.6$	$\sim 0.03$	400 – 1200 s	NR( $g$ )
DAV	$\sim 12$	$\sim 0.6$	$\sim 10^{-3}$	100 – 1200 s	NR( $g$ )
LBV	$\sim 20$	30 – 100	$10^5 - 10^6$	$\sim 30 - 50$ d	NR ?
RCBr	5.0–7.0	$\sim 1$	$\sim 10^4$	$\sim 40$ d	R ?
sdB (tipo EC 14026)	29 – 35	$\sim 0.5$	20 – 40	100 – 400 s	R, NR( $p$ )
sdB (tipo PG 1716)	23 – 30	$\sim 0.5$	20 – 40	2000 – 8000 s	NR( $g$ )

Tabla 2.2: Parámetros y nomenclatura de las clases de estrellas pulsantes conocidas. R significa modos radiales; NR( $p$ ) significa modos  $p$  no-radiales; NR( $g$ ) significa modos  $g$  no-radiales. Tomado de Romero (2007).

Las pulsaciones se clasifican entre *radiales* y *no radiales* según los desplazamientos de los elementos de fluido sean sólo en la dirección radial o no. Los objetos estudiados, o simplemente mencionados, en esta tesis (GW Vir, DBV, DAV, EC 14026, PG 1716) son objetos compactos cuyas oscilaciones son no radiales. Estas estrellas muestran una variedad especial de

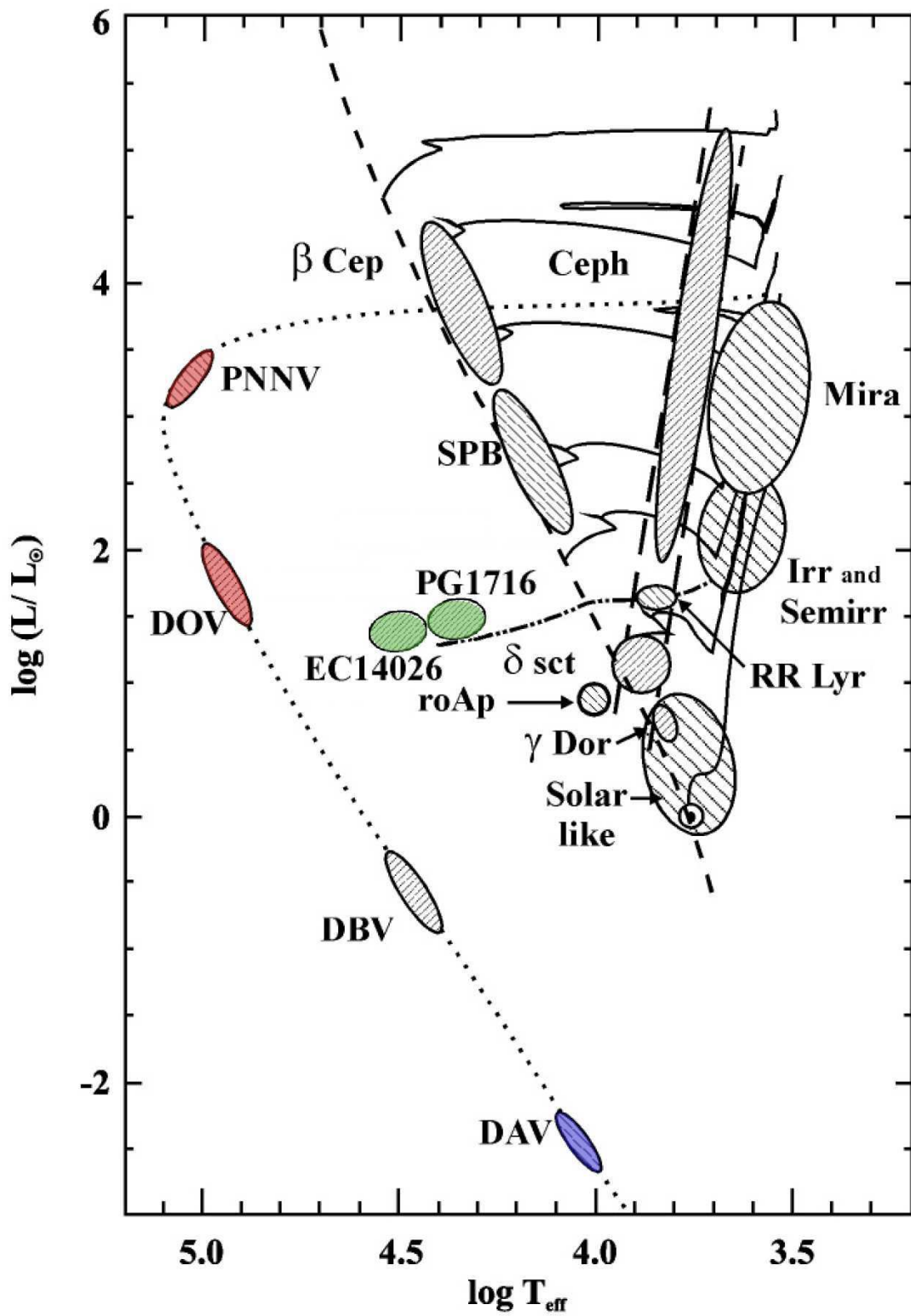


Figura 2.12: Ubicación en el diagrama HR de diferentes tipos de estrellas pulsantes. Aquellas indicadas con colores corresponden a estrellas relacionadas, de alguna manera, con esta tesis. Adaptado de Christensen-Dalsgaard (1998).

modos no radiales denominados “modos g” en los cuales la fuerza de empuje (flotación) juega un papel fundamental<sup>14</sup>. En la figura 2.13 se muestra un esquema de estas oscilaciones. En lo que sigue daremos una breve descripción de este fenómeno.

### 2.3.1. Pulsaciones estelares no radiales

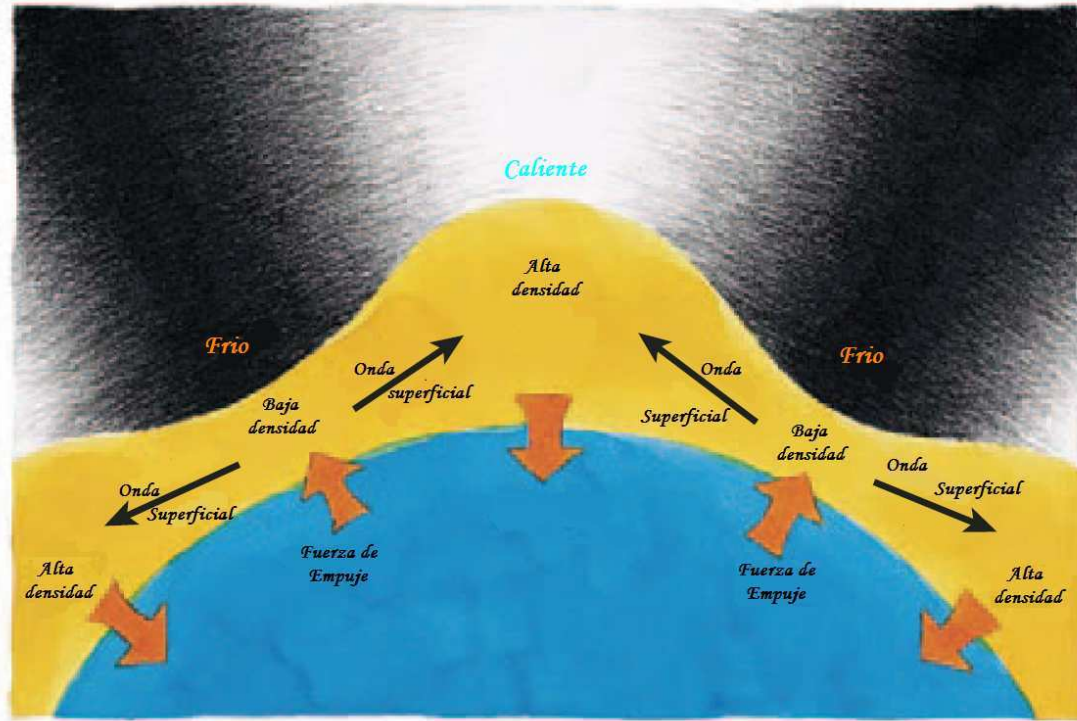


Figura 2.13: Bosquejo del funcionamiento de los modos  $g$  (gravitatorios) en estrellas enanas blancas. Adaptado de Kawaler y Dahlstrom (2000).

Las pulsaciones estelares no radiales, en el régimen no adiabático ( $\delta S = 0$ ) y en ausencia de campos magnéticos o convección (ver apéndice B para más detalle), pueden ser descritas mediante las ecuaciones

$$\frac{1}{r^2} \frac{d(r^2 \xi_r)}{dr} - \frac{g}{c_s^2} \xi_r + \left(1 - \frac{L_\ell^2}{\sigma^2}\right) \frac{p'}{\rho c_s^2} = \frac{\ell(\ell+1)}{\sigma^2 r^2} \Phi', \quad (2.6)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp'}{dr} + \frac{g}{\rho c_s^2} p' + (N^2 - \sigma^2) \xi_r = -\frac{d\Phi'}{dr}, \quad (2.7)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\Phi'}{dr} \right) - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \Phi' = 4\pi G \rho \left( \frac{p'}{\rho c_s^2} + \frac{N^2}{g} \xi_r \right). \quad (2.8)$$

Donde  $p'$ ,  $\Phi'$  son las perturbaciones en la presión y el campo gravitatorio mientras que  $\xi_r$  es la componente radial del desplazamiento. Una definición precisa de estas cantidades junto con una breve deducción de estas ecuaciones está dada en el apéndice B. A su vez, las cantidades  $N$  y  $L_\ell$  son frecuencias características de las oscilaciones y están dadas por

$$N^2 = g \left( \frac{1}{\Gamma_1} \frac{d \ln p}{dr} - \frac{d \ln \rho}{dr} \right) = -gA \quad \text{Frecuencia de Brunt-Väisälä} \quad (2.9)$$

<sup>14</sup>Salvo por las estrellas sdB tipo EC 14026 las cuales presentan modos  $p$ , o de presión, y modos radiales.

$$L_\ell^2 = \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} c_s^2 \quad \text{Frecuencia de Lamb} \quad (2.10)$$

La frecuencia de Lamb está asociada a la propagación horizontal (i.e. perpendicular al radio) de una onda sonora (de presión) mientras que la frecuencia de Brunt-Väisälä esta asociada a la oscilación vertical de un elemento de fluido alrededor de su punto de equilibrio gracias a las fuerzas de flotación. Estas ecuaciones (2.6)-(2.8) junto a las condiciones de borde apropiadas para la superficie y el centro constituyen un problema de autovalores con autovalor  $\sigma^2$ . Las autofunciones  $\xi_r$ ,  $P'$ ,  $\Phi'$  se obtienen entonces de resolver dicho problema.

Observar que para cada valor de  $\sigma^2$  (el cual poseerá un conjunto numerable —discreto— de soluciones posibles) tenemos muchos posibles valores de  $\ell$ , los cuales dan lugar a diferentes coeficientes en las ecuaciones para las autofunciones radiales. Por lo tanto las soluciones de las autofunciones de  $\ell$  diferente poseerán diferentes comportamientos. Por el contrario, ninguna de las ecuaciones involucra al orden azimutal ( $m$ ), por lo que las soluciones correspondientes a diferentes valores de  $m$  poseeran la misma autofuncion radial. De manera que este autovalor estará  $2l + 1$  veces degenerado pues, como siempre,  $\ell$  debe poseer un valor entero mayor que cero y los valores de  $m$  de esa solución deben ser los enteros entre  $-\ell$  y  $\ell$ .

### 2.3.2. Características locales de las soluciones

Si suponemos que los desplazamientos  $\xi_r(r)$ ,  $\xi_t(r)$  (ver apéndice B) poseen variaciones espaciales mucho más rápidas que los coeficientes de las ecuaciones, entonces puede considerarse que las variaciones de los desplazamientos son (localmente)  $\xi_r(r)$ ,  $\xi_t(r) \propto \exp(ik_r t)$ , donde  $k_r$  es el número local de ondas en la dirección radial (esto es similar a lo que ocurre en la aproximación WKB utilizada en mecánica cuántica). Un análisis detallado de las ecuaciones muestra que localmente la onda cumple la relación de dispersión

$$k_r^2 = \frac{1}{c_s^2 \sigma^2} (\sigma^2 - L_\ell^2) (\sigma^2 - N^2). \quad (2.11)$$

De esta expresión queda claro el papel fundamental de las frecuencias  $N$  y  $L_\ell$  como frecuencias críticas. Si  $\sigma^2$  es mayor que  $L_\ell^2$  y  $N^2$  o si es menor que  $L_\ell^2$  y  $N^2$  entonces  $k_r^2 > 0$  y el número de ondas es real. De manera que en esos casos puede considerarse localmente que existen ondas que se propagan radialmente. Por el contrario, si  $\sigma^2$  posee valores intermedios a los dos valores críticos  $L_\ell^2$  y  $N^2$  entonces  $k_r$  es imaginario puro y el comportamiento radial local es similar al de ondas evanescentes. Es decir, ondas que decaen exponencialmente en esa región. Una forma de visualizar las diferentes regiones de propagación de las ondas en la estrella es graficar diagramas de propagación (ver Córscico 2003), esto es, graficar las autofrecuencias de cada modo  $\sigma^2$ ,  $L_\ell^2$  y  $N^2$  contra la coordenada radial (figura 2.14).

Vale la pena destacar que este análisis es solo válido para modos con órdenes radiales suficientemente altos como para que las ondas radiales oscilen suficientemente rápido.

### 2.3.3. Comportamiento asintótico para alto orden radial<sup>15</sup>

Cuando el orden radial es alto ( $k \gg 1$ <sup>16</sup>) y para un dado valor pequeño de  $\ell$ , la autofrecuencia de los modos  $p$  está dada aproximadamente por (Tassoul 1980):

$$\sigma_{k,\ell} \approx \frac{\pi}{2} \left( 2k + \ell + n + \frac{1}{2} \right) \left[ \int_0^{R_*} \frac{1}{c_s(r)} dr \right]^{-1}, \quad (2.12)$$

Aquí  $n$  es el índice politrópico que caracteriza la estructura de las capas superficiales del modelo estelar. Por otra parte, en modelos estelares ya sean completamente radiativos o completamente convectivos, la frecuencia de los modos  $g$  para  $k \gg 1$  está dada por (Tassoul 1980):

<sup>15</sup>Lo que sigue está basado en el trabajo de tesis doctoral de Córscico (2003).

<sup>16</sup>En términos generales  $k$  es el número entero que surge al resolver la autofunción radial.

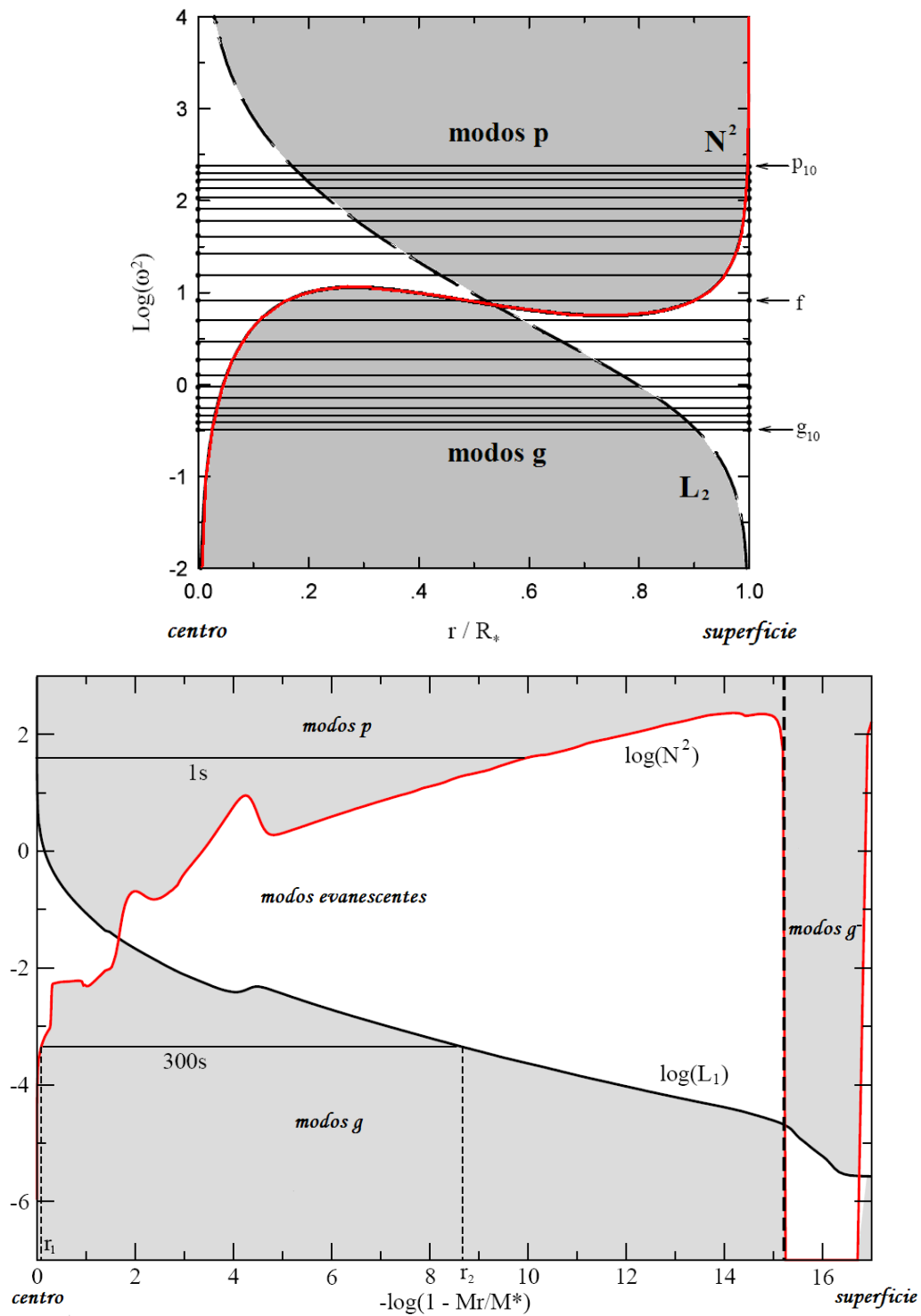


Figura 2.14: Diagramas de propagación correspondientes a una polítropa de  $n = 3$  (panel superior; tomado de Córscico 2003) y a un modelo de enana blanca (tomado de Birschoff-Kim et al. 2007).

$$\frac{1}{\sigma_{k,\ell}} \approx \frac{\pi}{2} \left( 2k + \ell + n + \frac{1}{2} \right) \frac{1}{\sqrt{\ell(\ell+1)}} \left[ \int_0^{R_*} \frac{N(r)}{r} dr \right]^{-1}, \quad (2.13)$$

De la Ecuación (2.12) tenemos que, para los modos  $p$  con  $\ell$  fijo, la frecuencia resulta

$$\Delta\sigma = \sigma_{k+1,\ell} - \sigma_{k,\ell} = \pi \left[ \int_0^{R_*} \frac{1}{c_s(r)} dr \right]^{-1} = \text{constante}, \quad (2.14)$$

esto es, el espaciamiento asintótico de frecuencias de los modos  $p$  es constante (e independiente de  $\ell$ ) en el límite de alto orden radial. Dicho valor constante depende solo de la marcha de la velocidad del sonido,  $c_s(r)$ , en el interior del modelo.

De la misma manera, de la Ecuación (2.13) tenemos, para modos  $g$  con  $\ell$  fijo, que el espaciamiento de períodos es

$$\Delta\Pi_\ell = \Pi_{k+1,\ell} - \Pi_{k,\ell} = \frac{2\pi^2}{\sqrt{\ell(\ell+1)}} \left[ \int_0^{R_*} \frac{N(r)}{r} dr \right]^{-1} = \text{constante}, \quad (2.15)$$

donde  $\Pi_{k,\ell} = 2\pi/\sigma_{k,\ell}$  es el período de oscilación. Notemos entonces que el espaciamiento asintótico de períodos de los modos  $g$  es un valor constante (aunque dependiente de  $\ell$ ) en el límite de alto orden radial. Esto se conoce como espaciamiento asintótico de períodos y es de especial interés para los resultados de esta tesis. Este valor es función de la frecuencia de Brunt-Väisälä.

Las propiedades asintóticas de los modos no-radiales han sido ampliamente utilizadas, tanto en el estudio de los modos  $p$  en el Sol como así también en la exploración del espectro de modos  $g$  de estrellas enanas blancas variables (Tassoul, Fontaine y Winget 1990).

Como se verá al discutir los resultados de esta tesis, ésta aproximación puede introducir efectos sistemáticos importantes en la determinación astrosismológica de masas de estrellas enanas blancas calientes (ver sección 2.3.5).

### 2.3.4. Influencia de la rotación

Hemos visto antes que, en ausencia de rotación, las  $2\ell + 1$  autofrecuencias (correspondientes a cada uno de los  $2\ell + 1$  valores del orden acimutal  $m$  para un dado  $\ell$ ) son iguales. Esta degeneración aparece por la ausencia de un eje preferencial de simetría para las oscilaciones. Si ahora suponemos la presencia de rotación lenta, la teoría de perturbaciones a primer orden predice que cada autofrecuencia es dividida en  $2\ell + 1$  componentes igualmente espaciadas en frecuencia, eliminando por completo la degeneración. Si la rotación es uniforme, cada componente tendrá una frecuencia dada por:

$$\sigma_{k,\ell,m} = \sigma_{k,\ell} + m(1 - C_{k,\ell})\Omega, \quad (2.16)$$

donde  $\Omega = \text{constante}$  es la frecuencia angular de rotación de la estrella y  $C_{k,\ell}$  son coeficientes que dependen de la estructura estelar y de las autofunciones del modelo no-rotante. Tales coeficientes están dados por (Cowling y Newing 1949, Ledoux 1951):

$$C_{k,\ell} = \frac{\int_0^{R_*} \rho r^2 [2\xi_r \xi_t + \xi_t^2] dr}{\int_0^{R_*} \rho r^2 [\xi_r^2 + \ell(\ell+1)\xi_t^2] dr} \quad (2.17)$$

Notemos que en el caso de modos  $p$ , cuando se incrementa el orden radial se cumple que  $\xi_r \gg \xi_t$ , de manera que  $C_{k,\ell} \rightarrow 0$ . En el caso de modos  $g$ , por otra parte, cuando  $k$  es grande se verifica que  $\xi_r \ll \xi_t$ , de modo que  $C_{k,\ell} \rightarrow 1/\ell(\ell+1)$ .

Es interesante mencionar que, cuando puede observarse, el desdoblamiento de un período en multipletes por efecto de la rotación, es la forma más segura de identificar el valor de  $\ell$  de un modo observado en una estrella. En las estrellas PG1159, con excepción de PG 1159-035, los modos solo aparecen desdoblados en tripletes, indicando que  $\ell = 1$ .



### 2.3.5. Astrosismología

Cuando un conjunto de frecuencias (períodos) de oscilación es conocido para una dada estrella pulsante, dicho conjunto puede ser comparado con las frecuencias calculadas teóricamente para un modelo que represente a dicha estrella. La técnica para inferir propiedades estelares mediante la comparación de las frecuencias de oscilación observadas con aquellas surgidas de los cálculos teóricos (como por ejemplo las que surgen de las ecuaciones 2.22 y 2.23) se denomina *astrosismología*.

La astrosismología, la cual está relacionada principalmente con pulsadores no-radiales, permite en principio obtener valiosa información (inaccesible mediante otras técnicas) acerca de la estructura interna y evolución de las estrellas (ver los artículos de revisión de, por ejemplo, Brown y Gilliland 1994, Gautschy y Saio 1995, 1996).

Cada modo individual de oscilación se propaga en una región específica de la estrella. Por lo tanto, cada frecuencia proporciona información de una zona particular del interior estelar, la zona en que el modo correspondiente principalmente oscila. Como resultado, cuanto mayor es el número de frecuencias observadas más rica y precisa será la información que pueda extraerse mediante técnicas sismológicas<sup>17</sup>.

Un ejemplo de astrosismología por excelencia lo constituye la *heliosismología* (Gough y Toomre 1991), que ha posibilitado a los astrónomos inferir el perfil de rotación interna y la marcha de la velocidad del sonido del Sol. De hecho actualmente son las determinaciones heliosismológicas las que proveen el principal argumento en contra de las nuevas abundancias solares determinadas por Asplund et al. (2005). El Sol oscila en  $\approx 10^7$  modos  $p$  simultáneamente, cuyas frecuencias pueden ser medidas con una altísima precisión. En contraste, en la mayoría de las estrellas pulsantes distantes solo unas pocas decenas de modos con  $\ell \lesssim 3$  (debido a efectos de cancelación geométrica) son, en el mejor de los casos, detectables.

La astrosismología como una potente herramienta de la astrofísica ha motivado grandes esfuerzos observacionales que han permitido, en años recientes, revelar el carácter de pulsadores no-radiales en una creciente variedad de estrellas, y ha permitido al mismo tiempo obtener frecuencias de oscilación cada vez más precisas. Paralelamente, un gran número de estudios teóricos han sido dedicados al modelado estelar con el afán de poder ajustar las frecuencias de los modelos a las frecuencias observadas.

Si bien las enanas blancas variables son tal vez la clase de variables no-radiales mejor establecida (Winget y Kepler 2008), otras varias clases de estrellas localizadas en una variedad de regiones del diagrama HR exhiben este tipo de oscilaciones (ver figura 2.12). De especial interés para esta tesis son las (pre)enanas blancas de tipo espectral PG1159 (McGraw et al. 1979a,b), cuyo prototipo es la estrella con mayor cantidad de períodos determinados después del sol. La tabla 2.2 contiene las principales clases de estrellas pulsantes no-radiales, junto con el tipo espectral, el rango de períodos y la clase de modo no-radial en que aparentemente pulsan.

### 2.3.6. Herramientas astrosismológicas

El principal atractivo de la astrosismología en enanas blancas es que permite a los astrónomos determinar la estructura del estado final más común de la evolución estelar. Esto, a su vez, posibilita poner restricciones a los procesos experimentados por los progenitores de enanas blancas antes de que estas se formaran. También, un mejor conocimiento de la estructura interna de las enanas blancas a través de la astrosismología proporciona valiosa información acerca de las propiedades de la materia bajo condiciones extremas de temperatura y densidad, imposibles de recrear en los laboratorios terrestres. Adicionalmente, un mejor conocimiento del enfriamiento de enanas blancas puede brindar potencial información acerca de la historia de formación estelar

---

<sup>17</sup>Como un ejemplo, las Cefeidas (pulsadores radiales) en general pulsan en el modo radial fundamental o en el primer armónico ( $k = 1$ ), y a expensas de estas pulsaciones es posible inferir la densidad media de la estrella. En Cefeidas de doble período es posible obtener la masa estelar, en adición a la densidad media.

en el disco galáctico y permite obtener la edad de la Galaxia (*cosmocronología*; ver, por ejemplo, Winget et al. 1987 y Wood 1992). Otra utilidad de la astrosismología de enanas blancas es la obtención de la luminosidad de la estrella y posteriormente la distancia empleando la magnitud aparente y la corrección bolométrica. De esta forma es posible obtener una “distancia astrosismológica”, independiente de la distancia inferida por las técnicas de paralaje tradicionales.

A continuación describimos algunos métodos astrosismológicos empleados hasta el presente en enanas blancas pulsantes.

**Espaciamiento medio de períodos.** El análisis asintótico (ver sección 2.3.3) predice que el espaciamento de períodos consecutivos de modos  $g$  para un dado  $\ell$  está dado, para valores elevados de  $k$ , por la expresión 2.15. Esta expresión es estrictamente válida solo en el régimen de altos órdenes radiales y para estructuras químicamente homogéneas y sin convección.

Si para una estrella podemos observar suficientes modos consecutivos en  $k$  y con el mismo valor  $\ell$ , podemos calcular el espaciamento de períodos ( $\Delta\Pi_{k,\ell} = \Pi_{k+1,\ell} - \Pi_{k,\ell}$ ) y promediarlo; designamos a este espaciamento medio como  $\langle\Delta\Pi_{k,\ell}\rangle$ . Resulta que, en general, se cumple que

$$\langle\Delta\Pi_{k,\ell}\rangle \approx \Delta\Pi_{\ell}^A \propto \left[ \int_0^{R_*} \frac{N(r)}{r} dr \right]^{-1}. \quad (2.18)$$

aún para enanas blancas estratificadas y con zonas convectivas externas (Tassoul et al. 1990).

Ahora bien, si consideramos masas estelares cada vez mayores para una  $T_{\text{eff}}$  fija, la frecuencia de Brunt-Väisälä crece (al aumentar la gravedad local), lo cual provoca que la integral en la Ecuación (2.18) adopte un mayor valor y en consecuencia el espaciamento medio de períodos decrezca. Esto tiene como consecuencia que el espaciamento medio de períodos resulta ser una cantidad extremadamente útil para obtener el valor de la masa de (pre)enanas blancas. Esto es especialmente útil en las estrellas (pre)enanas blancas tipo PG1159 en las cuales se detecta una cantidad suficiente alta de períodos consecutivos como para determinar el espaciamento promedio de períodos.

**Mode trapping.** Las (pre)enanas blancas tienen una estructura química estratificada muy marcada la cual provoca que algunos modos  $g$  experimenten una resonancia mecánica, y esto afecta la estructura global del espectro de períodos. Este fenómeno fue primero explorado por Winget, Van Horn y Hansen (1981) y luego estudiado en profundidad por Brassard et al. (1992a). Físicamente el atrapamiento de modos (*mode trapping*) es un fenómeno de resonancia que se produce cuando la longitud de onda local de las autofunciones de un dado modo coincide aproximadamente con la separación entre dos interfases químicas o entre una interfase química y el centro o la superficie. Esto sucede entonces cuando un nodo de las autofunciones está ubicado en proximidades de una zona de transición de composición química (por ejemplo, He  $\rightarrow$  H, carbono  $\rightarrow$  helio). Cuando este tipo de resonancia se produce, la amplitud de oscilación de las autofunciones es grande, principalmente en una región limitada por una de las transiciones químicas y la superficie estelar, o entre dos interfases químicas<sup>18</sup>. El principal efecto (el cual es observable en estrellas reales cuando oscilan en varios modos consecutivos) es que los modos atrapados y los de orden radial adyacentes tienen espaciamientos de períodos mucho más cortos que el espaciamento medio. Otra consecuencia de este fenómeno es el efecto (no observable) sobre la distribución de energía cinética de oscilación de los modos,  $(E_{\text{kin}})_{k,\ell}$ . Dependiendo de la región interna de la estrella en la que el modo tiene sus máximas amplitudes de oscilación, la energía cinética adopta valores máximos (si el modo es confinado al interior denso de la enana blanca) o mínimos (cuando el modo queda atrapado en la envoltura estelar), respecto de los modos adyacentes que no sufren la resonancia mecánica.

Un aspecto de crucial importancia relacionado con este fenómeno es la forma y el ancho de las zonas de transición química. La efectividad de las zonas de transición química (las cuales

---

<sup>18</sup>También puede producirse un confinamiento de las autofunciones entre una interfase química y el centro estelar; en ese caso el fenómeno se denomina *mode confining*.

constituyen saltos en densidad y peso molecular) para provocar resonancias sobre ciertos modos, esto es, la efectividad de atrapamiento de modos de un modelo, depende fuertemente de los detalles de tales interfases. En el caso de pre-enanas blancas la forma de estas transiciones depende de su historia previa, por lo que el modelado consistente de esta historia previa no puede ser evitado. Esto diferencia a estos objetos de lo que ocurre en enanas blancas pulsantes muy evolucionadas (DAV) donde la difusión de elementos químicos produce una erosión de los perfiles químicos (Córscico et al. 2002) y no es tan necesario un tratamiento consistente de la historia previa.

La principal utilidad del atrapamiento de modos reside en la potencial capacidad de medir el espesor de la región en la que dichos modos son atrapados.

Otra manera de inferir información acerca de la estructura de las capas externas es graficar las diferencias de períodos entre sucesivos modos en función del período para modos de un dado  $\ell$ . Estos son los diagramas  $\Delta\Pi_{k,\ell}$  vs  $\Pi_{k,\ell}$ , donde  $\Delta\Pi_{k,\ell} = \Pi_{k+1,\ell} - \Pi_{k,\ell}$  es la diferencia hacia adelante entre períodos de orden radial consecutivo y  $\ell$  fijo. En estos diagramas el *mode trapping* se manifiesta como mínimos de  $\Delta\Pi_{k,\ell}$  regularmente espaciados, correspondientes a modos atrapados sucesivos. La diferencia de período entre modos atrapados sucesivos (“ciclo de trapping”) proporciona información acerca de la profundidad a la que se encuentra la zona de transición de composición química: el ciclo de trapping permite en principio estimar la masa de H en las DAVs (o helio en las DBVs). Por otra parte la amplitud de la variación de  $\Delta\Pi_{k,\ell}$  en torno de  $\langle \Delta\Pi_{k,\ell} \rangle$  (“amplitud de trapping”) es sensible al espesor de la zona de transición química. Transiciones abruptas dan lugar a mayores valores de los apartamientos: mayor amplitud de trapping. De esta forma la amplitud de trapping permitiría dilucidar la forma de las interfases químicas (Brassard et al. 1992ab, Bradley 1996).

**Tasas de cambio de períodos.** La evolución de (pre)enanas blancas involucra enfriamiento y (en menor medida) contracción, y la frecuencia de Brunt-Väisälä cambia en respuesta a esos cambios evolutivos. En particular, como respuesta al enfriamiento la frecuencia de Brunt-Väisälä decrece en las regiones del núcleo, debido al aumento en la degeneración. Una disminución de esta frecuencia provoca el corrimiento gradual del espectro de períodos de oscilación hacia valores mayores<sup>19</sup>.

Para enanas blancas puede encontrarse una expresión sencilla para el cambio secular en los períodos (Winget, Hansen y van Horn 1983). En efecto, en la aproximación de grandes órdenes radiales el período de los modos  $g$  puede escribirse como

$$\Pi_g^2 = \frac{k^2 r^2}{N^2 l(l+1)} \quad (2.19)$$

donde el lado derecho de la ecuación está evaluado en la región de oscilación característica de ese modo. Suponiendo que la zona de formación de modos  $g$  en enanas blancas es donde está el máximo de temperatura en el núcleo entonces en la expresión de  $N$  podemos suponer que  $\nabla \sim 0$ . En el caso de bajas temperaturas para el caso no relativista,  $N$  resulta

$$N^2 \simeq \frac{\chi_T}{\chi_\rho} \frac{g \nabla_{\text{ad}}}{\lambda_P} \simeq \left( \frac{6}{25} \frac{N_A k}{\mu_I} \right) \frac{\rho T}{P_e} \frac{g}{\lambda_P} = \text{cte.} \frac{T}{\lambda_P^2} \quad (2.20)$$

Ahora como

$$\frac{k^2 r^2}{l(l+1)} = \frac{k^2}{k_h^2} \quad (2.21)$$

es de esperar que ese cociente (adimensional) no varíe demasiado con el radio de la estrella. Por el contrario, de un análisis dimensional se desprende que  $\lambda_P \propto R_\star$  (lo que equivale a suponer

---

<sup>19</sup>Esto puede apreciarse examinando la figura 2.14 para el caso de la polítropa: si  $N^2$  disminuye las frecuencias posibles decrecen, aumentando los períodos.

una contracción uniforme de toda la estructura). Con estos resultados la expresión para  $\Pi_g^2$  resulta

$$\Pi_g^2 \simeq cte. \frac{k^2 r^2}{l(l+1)} \frac{T}{\lambda_P^2} \propto \frac{T}{R_\star^2}. \quad (2.22)$$

Luego, la tasa de cambio de períodos resulta

$$\frac{\dot{\Pi}}{\Pi} \simeq -\frac{1}{2} \frac{\dot{T}_m}{T_m} + \frac{\dot{R}_\star}{R_\star} \quad (2.23)$$

donde  $T_m$  es la temperatura máxima en el núcleo. En vistas de este resultado aproximado suele escribirse

$$\frac{\dot{\Pi}}{\Pi} \simeq -a \frac{\dot{T}_m}{T_m} + b \frac{\dot{R}_\star}{R_\star} \quad (2.24)$$

donde  $a, b > 0$  son constantes del orden de la unidad determinadas por las propiedades del modelo. Notemos que en este tratamiento analítico simplificado, el enfriamiento ( $\dot{T}/T < 0$ ) produce un incremento en el período, mientras que la contracción ( $\dot{R}_\star/R_\star < 0$ ) provoca un decrecimiento. En estrellas PG 1159 aún en su etapa de contracción hacia la secuencia de enanas blancas, tanto el enfriamiento como la contracción están actuando sobre  $\dot{\Pi}$ . Dado que los modos atrapados tienen sus autofunciones confinadas principalmente a la envoltura, son más sensibles a la contracción que al enfriamiento, por lo cual muestran valores de  $\dot{\Pi}$  más bajos (o incluso negativos) respecto de los no-atrapados (Kawaler y Bradley 1994). Como contrapartida, los modos confinados son susceptibles al enfriamiento del núcleo, y el valor de  $\dot{\Pi}$  está especificado casi exclusivamente por el enfriamiento (principalmente por emisión de neutrinos), con lo cual sus valores son siempre positivos. En las DAVs y DBVs la influencia de la contracción es despreciable, y los valores de  $\dot{\Pi}$  están determinados por el enfriamiento y son positivos para todos los modos (aunque más pequeños en el caso de modos atrapados). A partir de modelos teóricos, los valores esperables de  $\dot{\Pi}$  son los siguientes:  $10^{-15} \text{ s s}^{-1}$  para las DAVs,  $10^{-14} \text{ s s}^{-1}$  para las DBVs y  $10^{-11} - 10^{-12} \text{ s s}^{-1}$  para las pre-enanas blancas.

La medición del  $\dot{\Pi}$  en enanas blancas implica la medición de la escala de enfriamiento de estas estrellas, y esto brinda información acerca de la composición química del núcleo. De esta manera la medición de  $\dot{\Pi}$  constituye, en principio, una prueba directa de la validez de las predicciones de la teoría de evolución estelar. Entre las DAVs, la mejor medición de  $\dot{\Pi}$  ha sido obtenida para la estrella G117-B15A, con un valor de  $(3,57 \pm 0,82) \times 10^{-15} \text{ s s}^{-1}$  (Kepler et al. 2005). En el caso de las PG 1159, un valor  $(13 \pm 1,6) \times 10^{-11} \text{ s s}^{-1}$  para PG 1159-035 ha sido obtenido (Costa y Kepler 2008). No existe aún un valor medido de  $\dot{\Pi}$  para ninguna estrella DBV.

**Desdoblamiento de períodos por rotación y campos magnéticos.** Si la enana blanca está rotando y/o posee un campo magnético la frecuencia de cada modo de oscilación es dividida en multipletes. La rotación lenta ( $P_{\text{rot}} \ll P_{k,\ell}$ ) dá lugar, suponiendo rotación de cuerpo rígido, a multipletes de  $2\ell+1$  componentes igualmente espaciadas, aunque la detección de las componentes depende del ángulo de inclinación de la estrella (por efectos de cancelación geométrica). Existe evidencia de splitting rotacional en varias enanas blancas variables. Utilizando la expresión vista en la sección 2.3.4 es posible obtener la frecuencia de rotación  $\Omega$  midiendo la diferencia  $\sigma_{k,\ell,m} - \sigma_{k,\ell}$  en los multipletes observados y utilizando los coeficientes a primer orden  $C_{k,\ell}$  calculados a partir de modelos teóricos. Las separaciones encontradas entre las componentes de los multipletes son del orden de  $3 - 7 \mu\text{Hertz}$ , implicando períodos de rotación comprendidos entre algunas horas y unos pocos días. Si un campo magnético está presente (sin rotación), cada frecuencia es dividida en  $\ell+1$  componentes. La magnitud de la separación entre las componentes se incrementa para períodos crecientes. Cuando un campo magnético débil está presente junto con la rotación, su efecto es el de correr cada frecuencia (respecto a los valores en ausencia del campo magnético) una cantidad proporcional a  $m^2 B^2$ , donde  $B$  es la intensidad del campo magnético. Las dos componentes  $m = \pm 1$  (si  $\ell = 1$ ) son igualmente desplazadas hacia mas altas frecuencias, mientras que la componente con  $m = 0$  es también corrida pero en una cantidad

menor (Unno et al. 1989, Jones et al. 1989). Esto en principio permite obtener un valor para  $B$ . Por ejemplo, para la DBV GD 358 Winget et al. (1994) han obtenido un valor de  $B \sim 1300$  Gauss. Por su parte Costa et al. (2008) obtienen para la estrella PG 1159-035 un límite superior de  $B \lesssim 2000$  Gauss.

## 2.4. Perdidas de energía no estándar en (pre-)enanas blancas

En un buen tiempo viejo, un señor trabajaba un año en un escritorio, haciendo cálculos, y luego enviaba un telegrama a un observatorio: “Dirijan el telescopio a la posición tal y verán un planeta desconocido”. Los planetas eran muy corteses y tomaban lugar donde se les indicaba, como en un ballet bien organizado. Hoy, las partículas atómicas aparecen de súbito y como por escotillón, haciendo piruetas. La física de antaño tenía algo de fiesta de salón con música de Mozart, mientras que ahora parece una fiesta de diversiones, con salas de espejos, laberintos de sorpresas, tiro al blanco y hombres que pregonan fenómenos.

Y a la astronomía, que era una recatada niña de su hogar, laboriosa y modesta, le ha salido ahora un hermano menor que ensucia la casa, convierte el altillo en polvorín, hace preguntas insoportables e inventa cuentos descabellados.

Uno y el universo, Ernesto Sábato (1945)

Los hermanos sean unidos  
 porque ésa es la ley primera;  
 tengan unión verdadera  
 en cualquier tiempo que sea,  
 porque si entre ellos se pelean  
 los devoran los de ajuera.

La vuelta de Martín Fierro, José Hernandez (1879)

Desde que Newton propuso que el movimiento lunar podía ser descrito por las mismas leyes que la caída de los cuerpos sobre la tierra, “los cielos” han sido utilizados numerosas veces para poner a prueba y validar las leyes de la física fundamental. Por ejemplo, dos de las teorías más importantes del siglo pasado, la relatividad general y la física cuántica, han recibido una importante validación por medio de observaciones astronómicas. Este es el caso las predicciones del corrimiento del perihelio de Mercurio y de la existencia de agujeros negros, estrellas de neutrones y enanas blancas. Actualmente esta interrelación de la física fundamental y la astrofísica es más fuerte que nunca, como lo ejemplifica las inferencias de la existencia de la masa del neutrino basadas en la discrepancia de las mediciones y valores teóricos de los neutrinos solares. De igual forma, las determinaciones astronómicas de la aceleración del universo han desatado una crisis en la física fundamental no muy diferente a la de fines del siglo XIX.

En lo que a esta tesis se refiere, las estrellas pueden ser utilizadas como laboratorios para estudiar propiedades de partículas fundamentales reales o hipotéticas (Raffelt 1996). En particular, la emisión de partículas débilmente interactuantes en el plasma del interior de las estrellas producirían efectos observables en estrellas o poblaciones estelares. Estas partículas (como es el caso de los neutrinos) una vez generadas por algún mecanismo físico en el interior de la estrella escapan sin interactuar con el material estelar, por lo que resultan un sumidero local de energía en las regiones donde son producidas. En el caso de la emisión de neutrinos por procesos estándar (i.e. surgidos del modelo estándar de interacciones) esto es rutinariamente considerado en los cálculos de evolución estelar por medio de una tasa  $\epsilon_\nu$  de pérdidas locales de energía<sup>20</sup>.

Además de la emisión de neutrinos durante las reacciones nucleares (ver sección 3.4), los neutrinos son generados por diversos procesos como son  $\gamma \rightarrow \bar{\nu}\nu$  (decaimiento de fotones o

<sup>20</sup>En general las pérdidas de energía por emisión de neutrinos generados en reacciones nucleares suelen considerarse simplemente restando, a la energía liberada en cada reacción ( $Q$ ), el valor medio de la energía que se llevan los neutrinos que participan de ella.

“plasmón”),  $\gamma e^- \rightarrow e^- \bar{\nu} \nu$  (fotoproducción),  $e^+ e^- \rightarrow \bar{\nu} \nu$  (aniquilación de pares) y  $e^- (Ze) \rightarrow (Ze) e^- \bar{\nu} \nu$  (bremmsstrahlung). De estos el proceso dominante en enanas blancas y estrellas gigantes es el decaimiento de fotones el cual, aunque imposible en el vacío, es cinemáticamente posible en un plasma gracias a que los fotones adquieren una masa efectiva. La relación de dispersión de fotones en un plasma es  $\omega^2 = \omega_P^2 + \vec{k}^2$  donde la frecuencia del plasma es  $\omega_P^2 = 4\pi\alpha n_e/m_e$  para el caso no relativista. De alguna manera el decaimiento  $\gamma \rightarrow \bar{\nu} \nu$  se vuelve cinemáticamente posible gracias a que los electrones del medio inducen un acoplamiento efectivo fotón-neutrino (Raffelt 1996). Además de este acoplamiento efectivo, la hipotética existencia de una milicarga del neutrino ( $e_\nu$ ) o de un momento electromagnético dipolar del neutrino ( $\mu_\nu, d_\nu$ ) inducirían una interacción *directa* entre los neutrinos y los fotones del tipo

$$L_{\text{mili}} = -ie_\nu \bar{\psi}_\nu \gamma^\alpha \psi_\nu A_\alpha, \quad L_{\text{dipo}} = \sum_{a,b} (\mu_{ab} \bar{\psi}_a \sigma_{\mu\nu} \psi_b + d_{ab} \bar{\psi}_a \sigma_{\mu\nu} \gamma_5 \psi_b) F^{\mu\nu} \quad (2.25)$$

lo que permitiría el decaimiento  $\gamma \rightarrow \bar{\nu} \nu$  aún en el vacío.

La existencia de estas propiedades anómalas del neutrino producirían una pérdida de energía extra en los interiores de las estrellas, las cuales pueden ser calculadas (ver Haft et al. 1994 y sección 3.4) y poseerían consecuencias observables.

De igual forma, la existencia de partículas débilmente interactuantes hipotéticas como el axión (figura 2.15) cuya existencia permitiría resolver el problema de porqué la teoría de QCD

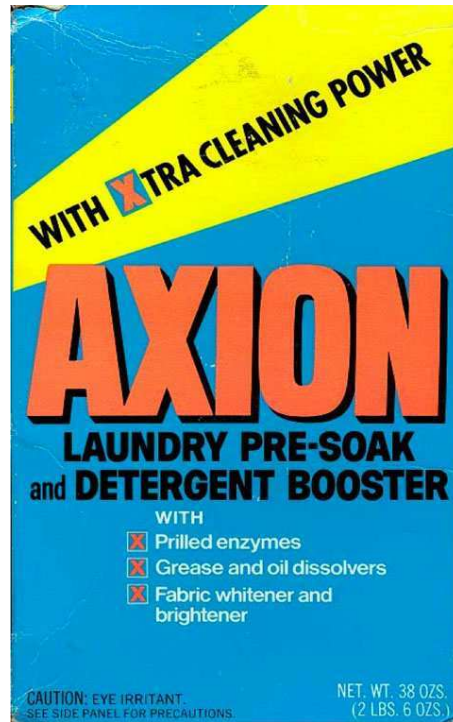


Figura 2.15: El nombre axion fue acuñado por Frank Wilczek, uno de los primeros autores en predecir la existencia del axion (Wilczek 1977 y Weinberg 1977), en referencia a una marca de jabón en polvo porque permitiría limpiar la mancha del “strong CP-problem” de la teoría QCD.

no rompe la simetría de CP, carga y paridad respectivamente (“strong CP problem”)<sup>21</sup>. Esta

<sup>21</sup>La ausencia de un momento dipolar magnético del neutrón es al parecer algo inesperado desde el punto de vista de la teoría QCD ya que requiere la anulación precisa (“fine tuning”) de dos parámetros de la teoría que a priori debieran ser independientes (Raffelt 1996). Este problema posee una solución elegante si se introduce un campo dinámico nuevo ( $a_{(x)}$ ; el campo de axiones) en lugar de las constantes del modelo, el cual en el estado de mínima energía produciría la ausencia del momento dipolar magnético del neutrón —ver Raffelt 1996, Capítulo

partícula, al igual que los neutrinos, sería producida y emitida en el plasma caliente del interior de las estrellas para luego escapar sin volver a interactuar con el material estelar, produciendo un sumidero local de energía.

Como ya ha sido realizado por varios autores (Isern et al. 1992, Haft et al. 1994, Córscico et al. 2001 entre otros) tanto en el caso de las propiedades anómalas de neutrinos como en el caso de las propiedades de los axiones es posible utilizar estrellas gigantes rojas (en cúmulos globulares) y enanas blancas para poner cotas a las propiedades de estas partículas.

### 2.4.1. Enfriamiento de enanas blancas

Tal vez la clase de estrellas más apropiadas para la aplicación del argumento de pérdida de energía son las enanas blancas. Estas estrellas poseen una evolución relativamente sencilla, a primer orden dictada por la emisión del calor remanente al empezar esta etapa. En estas estrellas la incidencia de las pérdidas de energía extra es bien simple, pues éstas simplemente aceleran el enfriamiento. Una de las consecuencias principales de esta propiedad es que permite utilizar la llamada función de luminosidad de enanas blancas (nro. de enanas blancas por rango de luminosidad) para imponer cotas a posibles pérdidas de energía extra en estas estrellas (ver figura 2.16). En la figura 2.5 se muestra la evolución canónica de una enana blanca (Althaus 2008).

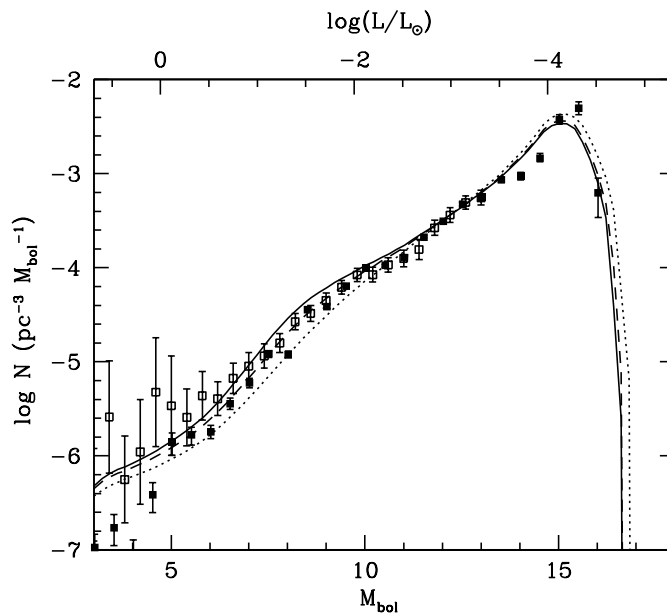


Figura 2.16: Función de luminosidad de las enanas blancas inferida (puntos) por Isern et al. (2008). Las curvas continuas marcan las funciones de luminosidad teóricas considerando diferentes masas del axión.

Allí puede verse cómo la emisión de neutrinos domina entre  $28000 \lesssim T_{\text{eff}} \lesssim 110000\text{K}$  mientras

---

14 y el artículo de divulgación de Sikivie 1996; el único de los artículos sobre el tema que el autor de la tesis realmente comprende.

que las pérdidas por emisión de fotones son las dominantes fuera de ese rango. Allí también pueden verse las regiones (bandas) de inestabilidad de enanas blancas DOV (también llamadas GW Vir), DBV y DAV. Como hemos visto, la tasa de cambio de los períodos de las enanas blancas depende del enfriamiento de estas estrellas, por lo que la emisión de partículas débilmente interactuantes debería dejar una impronta visible en el valor de  $\dot{P}$ . Esto abre otra posibilidad, que es la de usar estrellas individuales para imponer cotas a las propiedades de partículas elementales mediante la comparación de las estimaciones teóricas del  $\dot{P}$  y su valor observado en enanas blancas. Como resulta evidente, estas bandas de inestabilidad involucran regiones donde la pérdida de energía esta dominada por diferentes procesos, lo que hace a cada tipo de enana blanca pulsante interesante para diferentes procesos. En las DAV, donde el interior es más frío, la pérdida de energía por emisión de neutrinos es despreciable, los hipotéticos axiones (cuya dependencia con la temperatura es menos empinada) se volverían relativamente más relevantes. Esto hace que las DAV<sup>22</sup> hayan sido utilizadas para acotar la masa del axión (Isern et al. 1992, Córscico et al. 2001 y Bischoff-Kim et al. 2007). Por su parte, las DBV se ubican en una región donde la evolución está fuertemente dominada por las pérdidas de energía por emisión de neutrinos, por lo que han sido postuladas como un laboratorio potencial extremadamente útil para estudiar las propiedades electromagnéticas del neutrino (Winget et al. 2004). Lamentablemente, debido a la inconstancia que presentan los períodos observados en estrellas DBV, no ha sido posible aún determinar la tasa de cambio de períodos de ninguna de estas estrellas lo que imposibilita su uso. Finalmente las estrellas DOV, o GW Vir, se ubican en una región donde, desde el punto de vista teórico tanto la emisión por fotones como las pérdidas por neutrinos son relevantes ( $L_\nu \sim L_\gamma$ ), por lo que pérdidas extra de energías debido a las propiedades electromagnéticas del neutrino debieran ser detectables. Mejor aún, gracias a que la evolución en estas etapas es más rápida que a las temperaturas de las DBV,  $\dot{P}$  es de dos a tres órdenes de magnitud mayor y ha sido determinado en una de estas estrellas (PG 1159-035, Costa et al. 1999) y la determinación en otra (PG 0122+200) parece muy cercana (Fu et al. 2007). De esta manera las estrellas DOV (PG 1159 pulsantes) parecen ofrecer una alternativa viable a las DBV para imponer cotas a las propiedades electromagnéticas del neutrino. Por otra parte, si bien a priori parecería que las DOV no serían útiles para estudiar las propiedades de los axiones, pues al ser sus interiores más calientes la emisión de neutrinos debería ser en términos relativos más importante, esto podría no ser así. En efecto, el estudio de Domínguez et al. (1999) acerca del impacto de los axiones sobre la evolución teórica de estrellas AGB (cuyos núcleos son esencialmente iguales a las estrellas PG1159), muestra que la emisión de axiones en estas estrellas no es despreciable y por lo tanto no debería serlo en las estrellas PG1159, cuyas características son similares<sup>23</sup>.

Uno de los objetivos de esta tesis es analizar la viabilidad de utilizar estas estrellas para estudiar tanto las propiedades electromagnéticas del neutrino como imponer cotas a la masa del axión.

---

<sup>22</sup>En especial G117-B15A cuya estabilidad ha permitido medir la tasa de cambio de períodos tan baja como  $10^{-15} \text{ ss}^{-1}$ .

<sup>23</sup>Debe tenerse en cuenta sin embargo que es posible que el efecto de los axiones en Dominguez et al. (1999) esté sobrestimado debido a la utilización de una tasa de emisión de axiones no apropiada para el régimen de altas correlaciones iónicas  $\Gamma > 1$  propio de los núcleos de estrellas AGB.



## Capítulo 3

# Modelos y herramientas analíticas simples

Oddly enough, I have noticed an interesting thing about human beings when they are engaged in activities that can lead to reproduction: careful analytical thinking about serious intellectual questions is often the last thing on their minds.

Red giants: then and now. John Faulkner (2005)

En esta sección se realiza un estudio analítico de diversos procesos que juegan un papel importante en los fenómenos estudiados en esta tesis. Su objetivo es desarrollar modelos sencillos que permitan mejorar la interpretación (y la intuición física) de los resultados numéricos que surgen de las simulaciones de evolución estelar. El lector solo interesado en los resultados de esta tesis, o no interesado en este tipo de análisis, puede —y se le aconseja hacerlo— saltar este capítulo sin remordimientos.

La evolución estelar es usualmente estudiada mediante la resolución numérica de las ecuaciones diferenciales que determinan la estructura y la evolución de las estrellas. Dichas ecuaciones, bajo la aproximación de simetría esférica y equilibrio hidrostático, son las ecuaciones 4.1-4.6 que serán descritas en detalle en el próximo capítulo. Si bien el estudio de la evolución estelar requiere de la resolución numérica de las ecuaciones diferenciales recién mencionadas, en muchos casos es posible obtener cierta intuición física de lo que está ocurriendo mediante la resolución aproximada o local de las mismas. En las secciones que siguen nos avocaremos precisamente a eso.

### 3.1. La secuencia principal

#### 3.1.1. Relaciones de homología

Una de las herramientas que usaremos para analizar los resultados numéricos son las llamadas relaciones de homología. Estas relaciones permiten obtener relaciones de potencias sencillas entre los parámetros involucrados en el modelado de la estrella que permiten interpretar los resultados numéricos. En el caso de los modelos homológicos completos (i.e. de toda la estrella) estas relaciones no difieren mucho de lo que resulta de un análisis dimensional y se basan en la existencia de una única escala de distancias ( $R_*$ ), por lo que no serán aplicables al caso de estrellas como las gigantes rojas las cuales poseen otra escala de distancias relevante a su estructura ( $R_{\text{nucleo}}$ ). En lo que sigue seguiremos a Kippenhahn y Weigert (1990).

Dadas dos estructuras estelares diferentes, de masas  $M$  y  $M'$  y radios  $R$  y  $R'$  entonces, si consideramos que sendos radios conforman la única escala de distancias relevante en ambos modelos, resulta interesante estudiar los puntos en ambas estrellas que poseen iguales valores de

$r/R$ . Llamaremos entonces “puntos homológicos” a aquellos puntos (de radios  $r$  y  $r'$ ) de ambas estructuras que poseen

$$\frac{r}{R} = \frac{r'}{R'} \text{ def. de Ptos. homológicos} \quad (3.1)$$

y definir como “capas homológicas” entre estas dos estrellas, a aquellas que contienen igual fracción de la masa total, i.e.

$$\frac{m}{M} = \frac{m'}{M'} \text{ def. de Capas. homológicas} \quad (3.2)$$

Con estas definiciones puede definirse como “estructuras homológicas” a aquellas que poseen “todas sus capas homológicas en puntos homológicos”. Matemáticamente esto es, si llamamos  $\xi$  a la variable lagrangiana  $\xi = m(r)/M$ , *dos estructuras serán consideradas homológicas sii*  $\forall \xi$  con  $0 \leq \xi \leq 1$

$$\forall \xi \ 0 \leq \xi \leq 1 \Rightarrow \frac{r(\xi)}{R} = \frac{r'(\xi)}{R'} \quad (3.3)$$

De esta manera, dado un modelo de estructura estelar, es decir con  $r(\xi)$ ,  $m(\xi)$  dadas, podemos construir una estructura homológica a la primera haciendo  $r'(\xi) = r(\xi) \cdot R'/R$  y  $m'(\xi) = m(\xi) \cdot M'/M$ . Esto significa que la materia al pasar de un modelo a otro es comprimida (o expandida) en igual factor, pues

$$\rho(\xi) = \frac{m(\xi)}{r(\xi)^3} = \frac{M}{M'} \frac{m'(\xi)}{r'(\xi)^3} \frac{R'^3}{R^3} = \frac{M/R^3}{M'/R'^3} \rho'(\xi) \quad (3.4)$$

es decir,  $\forall \xi$ ,  $\rho(\xi)/\rho'(\xi) = \bar{\rho}/\bar{\rho}'$ .

Esta compresión global por un mismo factor (global) de todas las capas en todos los puntos de la estructura. alterará necesariamente los valores de  $L$ ,  $T$  y  $P$  en esos puntos, ya que ambas estructuras deben satisfacer las ecuaciones de estructura estelar. Las expresiones que derivaremos a continuación serán para estrellas supuestas homogéneas y caracterizadas por valores  $\mu$  y  $\mu'$  del peso molecular medio. De manera que nuestras estructuras homológicas estarán caracterizadas por los valores globales de  $M$ ,  $\mu$  y  $R$ . Las variables  $P$ ,  $T$ ,  $l$  y  $r$  de un modelo pueden siempre considerarse funciones de la masa relativa  $\xi$ . Denominaremos con  $P$ ,  $T$ ,  $l$  y  $r$  a las variables de la estrella dada por  $M$ ,  $\mu$  y  $R$  y con  $P'$ ,  $T'$ ,  $l'$  y  $r'$  a las variables de la estrella dada por  $M'$ ,  $\mu'$  y  $R'$ . La idea del análisis que sigue es encontrar como son los valores de  $P$ ,  $T$ ,  $l$  y  $r$  (en todo punto  $\xi$ ) en relación a los de  $P'$ ,  $T'$ ,  $l'$  y  $r'$  cuando el cambio homológico corresponde a valores dados:

$$x = \frac{M}{M'} \quad y = \frac{\mu}{\mu'} \quad (3.5)$$

Supondremos (y veremos que la solución existe) que ambos conjuntos de soluciones se relacionan mediante un factor de escala, i.e.; propondremos

$$P(\xi) = p \cdot P'(\xi), \quad r(\xi) = z \cdot r'(\xi), \quad T(\xi) = t \cdot T'(\xi), \quad l(\xi) = s \cdot l'(\xi) \quad (3.6)$$

donde  $p$ ,  $z$  y  $s$  son constantes a encontrar. Por ser constantes en toda la estrella, estos factores suelen ser escritos en términos de los valores de borde, no nulos, de las variables correspondientes:

$$z = R/R', \quad p = P_c/P'_c, \quad t = T_c/T'_c, \quad s = L/L' \quad (3.7)$$

Conviene además definir los coeficientes

$$d = \rho/\rho', \quad e = \epsilon/\epsilon', \quad k = \kappa/\kappa' \quad (3.8)$$

los cuales resultan constantes en toda la estructura como consecuencia de eq. 3.6. Las estructuras que consideraremos no solo son estrellas homogéneas sino en equilibrio completo (térmico e hidrostático) y con transporte radiativo de la energía.

Escribiendo las ecuaciones de estructura estelar para la primera estrella

$$\frac{dr}{d\xi} = \frac{1}{4\pi} \frac{M}{r^2 \rho}, \quad \frac{dl}{d\xi} = \epsilon M, \quad \frac{dP}{d\xi} = \frac{-G \xi M^2}{4\pi r^4}, \quad \frac{dT}{d\xi} = \frac{-3}{64\pi^2 ac} \frac{\kappa M}{r^4 T^3} \quad (3.9)$$

y reemplazando en estas ecuaciones las variables  $P$ ,  $T$ ,  $l$  y  $r$  por las variables de la segunda estrella  $P'$ ,  $T'$ ,  $l'$  y  $r'$  tenemos

$$\frac{dr'}{d\xi} = \frac{1}{4\pi} \frac{M'}{r'^2 \rho'} \cdot \left[ \frac{x}{z^3 d} \right], \quad \frac{dl'}{d\xi} = \epsilon' M' \cdot \left[ \frac{ex}{s} \right], \quad \frac{dP'}{d\xi} = \frac{-G \xi M'^2}{4\pi r'^4} \cdot \left[ \frac{x^2}{z^4 p} \right], \quad \frac{dT'}{d\xi} = \frac{-3}{64\pi^2 ac} \frac{\kappa' l' M'}{r'^4 T'^3} \cdot \left[ \frac{xsk}{z^4 t^4} \right] \quad (3.10)$$

de donde, al recordar que las variables  $P'$ ,  $T'$ ,  $l'$  y  $r'$  deben también cumplir las ecuaciones de estructura estelar surge que:

$$\left[ \frac{x}{z^3 d} \right] = 1, \quad \left[ \frac{ex}{s} \right] = 1, \quad \left[ \frac{x^2}{z^4 p} \right] = 1, \quad \left[ \frac{xsk}{z^4 t^4} \right] = 1 \quad (3.11)$$

Podemos ahora confirmar lo que habíamos adelantado, i.e. los cocientes  $d$ ,  $e$  y  $k$  son independientes del punto ( $\xi$ ) particular de las estructuras que estamos observando.

Si ahora suponemos que, de manera aproximada, la ecuación de estado, la ley de opacidad y la tasa de liberación de energía, es decir las “funciones materiales” pueden escribirse como leyes de potencias de variables de estado  $P$  y  $T$  (lo cual suele ser válido cuando no hay mezcla de diferentes procesos), propondremos

$$\rho \sim P^\alpha T^{-\delta} \mu^\phi, \quad \epsilon \sim \rho^\lambda T^\nu, \quad \kappa \sim P^a T^b \quad (3.12)$$

de donde surge que para los cocientes  $d$ ,  $e$  y  $k$  vale:

$$d \sim p^\alpha t^{-\delta} y^\phi, \quad e \sim \underbrace{d^\lambda t^\nu}_{t^{\nu-\delta\lambda} p^{\alpha\lambda} y^{\phi\lambda}}, \quad \kappa \sim P^a T^b \quad (3.13)$$

Con estas expresiones es interesante encontrar la relación entre  $z$ ,  $p$ ,  $t$ ,  $s$  y los valores de  $x$  e  $y$ . Es decir entre las funciones que describen la estructura estelar  $r$ ,  $P$ ,  $T$ ,  $l$  y los “parámetros independientes” de dicha estructura ( $M$ ,  $\mu$ ). La idea es proponer una relación de potencias entre dichos parámetros.

$$z = x^{z_1} y^{z_2}, \quad p = x^{p_1} y^{p_2}, \quad t = x^{t_1} y^{t_2}, \quad s = x^{s_1} y^{s_2} \quad (3.14)$$

Con estas definiciones y suposiciones (ec. 3.13 y 3.14) las ecuaciones 3.11, que garantizan que las  $r'$ ,  $P'$ ,  $T'$ ,  $l'$  sean soluciones de las ecuaciones de estructura, se transforman en las siguientes relaciones entre exponentes:

$$\begin{pmatrix} -3 & -\alpha & \delta & 0 \\ -4 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda\alpha & (\nu - \lambda\delta) & -1 \\ -4 & a & (b - 4) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ p_1 \\ t_1 \\ s_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

y

$$\begin{pmatrix} -3 & -\alpha & \delta & 0 \\ -4 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda\alpha & (\nu - \lambda\delta) & -1 \\ -4 & a & (b - 4) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_2 \\ p_2 \\ t_2 \\ s_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi \\ 0 \\ -\lambda\phi \\ 0 \end{pmatrix}$$

cuyas soluciones son

$$\begin{aligned}
z_1 &= \frac{1}{2}(1 + A), & p_1 &= -2A, & t_1 &= \frac{1}{2\delta}[1 + (3 - 4\alpha)A] \\
s_1 &= 1 + \frac{4 - b}{2\delta} + \left[2 + 2a + \frac{3 - 4\alpha}{2\delta}(4 - b)\right] A \\
z_2 &= \phi B, & p_2 &= -4\phi B, & t_2 &= \frac{\phi}{\delta}[1 + (3 - 4\alpha)B] \\
s_2 &= \frac{(4 - b)\phi}{\delta} + \phi \left[4 + 4a + \frac{3 - 4\alpha}{2\delta}(4 - b)\right] B
\end{aligned} \tag{3.15}$$

donde  $A$  y  $B$  estan dados por

$$A = \left[ \frac{4\delta(1 + a + \lambda\alpha)}{\nu + b - 4 - \lambda\delta} + 4\alpha - 3 \right]^{-1}, \quad B = A \left( 1 - \frac{\lambda\delta}{\nu + b - 4} \right)^{-1}. \tag{3.16}$$

Para poder utilizar estos resultados para un análisis práctico, es necesario conocer las funciones materiales, i.e. conocer la microfísica del problema a estudiar. De manera que para conocer como se escalean las variables que describen la estructura de la estrella al pasar de un modelo de  $M, \mu$  a otro de  $M', \mu'$  debemos conocer como es la microfísica<sup>1</sup>.

### 3.1.2. Características de la secuencia principal

La interpretación de algunas de las características esenciales de la secuencia principal pueden ser entendidos utilizando la metodología descrita en la sección anterior utilizando un modelo muy simplificado, que en cierto sentido es similar a un simple analisis dimensional de las ecuaciones de estructura estelar.

Antes de realizar ninguna especificación de las funciones materiales notemos que las primeras dos igualdades en Eq. 3.11 nos dicen como se relacionan la presión y la densidad de las dos estructuras homológicas (aunque la dependencia  $R(M, \mu)$  es desconocida ya que depende de las otras ecuaciones)

$$\frac{\rho}{\rho'} = \frac{M/M'}{(R/R')^3}, \quad \frac{P}{P'} = \frac{(M/M')^2}{(R/R')^4} \tag{3.17}$$

lo que surgiría simplemente de estimaciones groseras sobre las ecuaciones 2.1 y 2.2.

Para obtener las siguientes estimaciones sobre la secuencia principal, tomaremos el caso de un gas de Boltzmann ideal ( $\alpha = \delta$ ,  $\phi = 0^2$ ) con opacidad constante ( $a = b = 0$ ) y donde el transporte de energía es realizado por la radiación (esto último es necesario para que valgan las expresiones derivadas en la sección anterior). Estas son aproximaciones groseras ya que, por ejemplo, en estrellas de baja masa las corrección por degeneración a la presión empieza a ser importante y en el caso de estrellas masivas la presión de la radiación se vuelve progresivamente más importante. Sin embargo, la aproximación más relevante son las peticiones de homología y de transporte radiativo, ya que estrellas de diferentes masas presentan zonas convectivas considerables en diferentes valores de  $\xi$  (las masivas en el núcleo, las menos masivas en la envoltura), lo que lleva a que la hipótesis de homología (eq. 2.8) sea solo débilmente justificable de manera global (i.e.  $\forall M$ ). Con la elección anterior de las funciones materiales tenemos:

$$z_1 = \frac{\nu + \lambda - 2}{\nu + 3\lambda}, \quad p_1 = 2 - 4z_1, \quad t_1 = 1 - z_1, \quad s_1 = 3$$

<sup>1</sup>Notar que una de las suposiciones principales de este análisis es que la ley de potencias que aproximan a las funciones materiales no se ven alteradas por el cambio  $(M, \mu) \rightarrow (M', \mu')$ . Esto no será válido cuando dicho cambio lleve a un claro cambio en el régimen en el cual estan las funciones de estado —i.e. cuando cambia el tipo de proceso por el cual se libera energía o se entra en un régimen en el cual la ecuación de estado empieza a ser gobernada por otro proceso como puede ser el caso de la degeneración.

<sup>2</sup>Es de esperar que de utilizar una opacidad al estilo Kramers el resultado fuese más realista, consideraremos opacidad constante solo por comodidad.

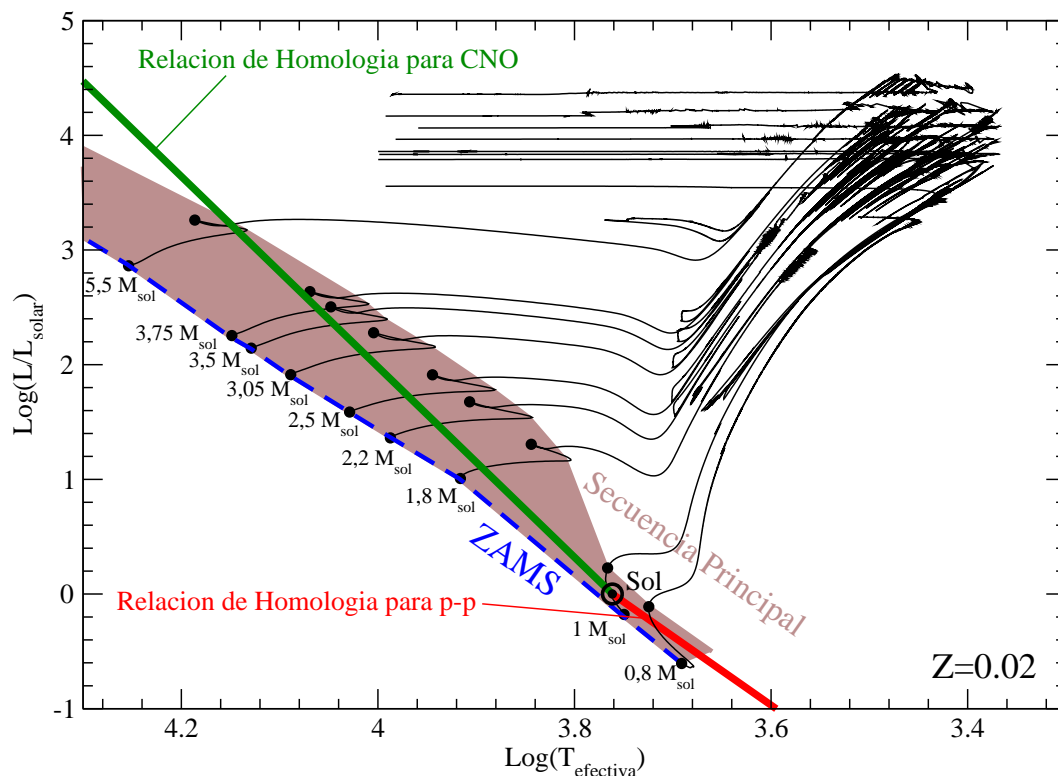


Figura 3.1: Comparación de la ubicación en el diagrama de Hertzsprung-Russell de la secuencia principal y los modelos homólogos al sol (bajo la suposición de opacidad constante). Las secuencias corresponden a valores iniciales  $X/Y/Z= 0,705/0,275/0,02$ .

$$z_2 = \frac{\nu - 4}{\nu + 3\lambda}, \quad p_2 = -4z_2, \quad t_2 = 1 - z_2, \quad s_2 = 4. \quad (3.18)$$

El primer resultado llamativo a quien analiza esto por vez primera es que  $s_1$  y  $s_2$ , que determinan la dependencia de la luminosidad con  $M$  y  $\mu$ , sean independientes de los detalles del mecanismo de generación de energía. Esto se debe simplemente a que la petición de equilibrio hidrostático y la petición de transporte de energía por radiación fijan los gradientes de temperatura y presión y el gradiente de temperatura dicta como debe ser  $l$ , de manera que la estructura solo debe *ajustar* su valor de  $\epsilon$  para que el valor de  $l$  sea el correcto. La ecuación para  $L$  es entonces,

$$\frac{L}{L'} = \left[ \frac{M}{M'} \right]^3 \left[ \frac{\mu}{\mu'} \right]^4 \quad (3.19)$$

mientras que para los radios tenemos

$$\frac{R}{R'} = \left[ \frac{M}{M'} \right]^{z_1} \left[ \frac{\mu}{\mu'} \right]^{z_2}. \quad (3.20)$$

Donde  $z_1$  y  $z_2$  dependen de  $\lambda$  y  $\nu$ , los detalles del mecanismo de liberación de energía. Valores típicos para la secuencia principal son las correspondientes a la quema de H por medio del tri-ciclo CNO o las cadenas protón-protón. Estos valores son  $\lambda = 1$ , ya que la tasa de las reacciones por unidad de volumen crece cuadráticamente con la densidad pues involucra siempre reacciones entre dos partículas, y para la dependencia con la temperatura  $\nu \sim 4..,5$  (cadenas p-p) o  $\nu \sim 15..,18$ . Estos últimos valores de  $\nu$  corresponden a valores de  $z_1$  de 0,42 o 0,80 en la ecuación 3.20, por lo que la dependencia de  $R$  con  $M$  no es tan sensible al mecanismo de generación de energía. Bajo la suposición de que las estrellas de secuencia principal son estructuras homólogas

al sol (afortunadamente el sol se encuentra en la región donde ocurre el cambio del p-p al CNO), encontramos la siguiente relación:

$$\log(L/L_{\odot}) = \frac{12}{3 - 2z_1} [\log(T_{\text{eff}}) - 3,762]. \quad (3.21)$$

Donde hemos asumido que estamos mirando estrellas que poseen igual peso molecular medio, como es de esperar en estrellas de secuencia principal no muy evolucionadas. Adoptando valores típicos para los dos tipos posibles de reacciones nucleares de quema de H resulta:

$$\begin{aligned} \log(L/L_{\odot}) &= 6 \log(T_{\text{eff}}) - 22,57 && \text{cadena p-p, } \nu \sim 5 \\ \log(L/L_{\odot}) &= 8,33 \log(T_{\text{eff}}) - 31,35 && \text{ciclo CNO, } \nu \sim 15 \end{aligned} \quad (3.22)$$

la comparación entre estas relaciones aproximadas y la secuencia principal puede observarse en la figura 3.1. Es interesante notar la buena calidad del acuerdo en vista de todas las simplificaciones hechas.

Observemos también que la ecuación 3.19 nos ayuda a entender los resultados de la tabla 2.1. Para estrellas quemando H mediante el ciclo CNO el combustible disponible para la vida en la secuencia principal de una estrella es  $M_{\text{comb}} \sim \theta X_{\text{ZAMS}} M$ , donde  $\theta$  es la fracción de masa correspondiente al núcleo convectivo que es débilmente dependiente de  $M$  (usualmente  $\theta \sim 0,2 \dots 0,4$ ). Mientras que la luminosidad, que da la tasa de consumo de combustible, escala como  $L \sim M^3$ . Luego el tiempo de vida en la secuencia principal a grandes rasgos crece como  $\tau_{\text{MS}} \propto M^{-2}$ . Un ajuste de los datos de la tabla 2.1 para las estrellas quemando el H mediante el ciclo CNO ( $M \geq 1,8 M_{\odot}$ ) arroja una dependencia  $\tau_{\text{MS}} \propto M^{-2,64 \pm 0,05}$  (y si se incorpora la secuencia de  $1 M_{\odot}$ ,  $\tau_{\text{MS}} \propto M^{-2,80 \pm 0,065}$ ).

## 3.2. Estructura de estrellas gigantes

El objetivo de esta sección es estudiar las estrellas gigantes y su estructura, estado inmediatamente anterior a todas las etapas estudiadas en esta tesis. La transición de estrellas gigantes a objetos compactos es un ingrediente esencial en todos los escenarios estudiados en esta tesis. La idea es obtener una descripción sencilla de sus características esenciales. Para ello nos enfocaremos principalmente en las estrellas de la primera rama de la gigante (RGB) las cuales corresponden a las estructuras gigantes más sencillas por tener solo una capa quemando combustible, aquella que quema H en helio —en la rama asintótica de las gigantes además de ésta existe una capa que quema He en carbono y oxígeno. La estructura de las estrellas de la RGB puede ser esquematizada como se muestra en la figura 2.2. Desde los primeros trabajos de Öpik (1938, ver la reseña de Pustynnik 2002) y Schwarzschild y Hoyle (1955) las estrellas gigantes (rojas) han sido objeto de numerosos estudios y acaloradísimos debates (Renzini 1984, Weiss 1989, Renzini et al. 1992, Renzini et al. 1994, Faulkner 1997, Sugimoto 1997, Sugimoto y Fujimoto 2002, Faulkner 2005). Hasta el día de hoy no existe una respuesta consensuada a la pregunta (mil y una veces formulada) “¿Porqué las estrellas se vuelven gigantes rojas?” (Salaris et al 2002). Esto se manifiesta de muchas maneras en los libros de evolución y estructura estelar ya que mientras algunos omiten directamente el tema (e.g. Cox y Giuli 1968, Hansen y Kawaler 1994) otros elevan la respuesta a la categoría de *principio* en la teoría de evolución estelar (Kippenhahn y Weigert 1990). Por lo tanto lo desarrollado en la presente sección está basado en ideas personales *en desarrollo*<sup>3</sup> sobre este tema. Parte de lo hecho aquí se basa en

---

<sup>3</sup>Con posterioridad a la defensa de esta tesis he encontrado que una de las hipótesis fundamentales en el análisis que sigue (la suposición de que  $n_{\text{ef}} \sim N$ ), parece no ser una buena aproximación a lo que sucede en los modelos estelares (numéricos). Esto arroja serias dudas sobre la validez de las expresiones derivadas de esta expresión. Un ejemplo de esto es que la ecuación 2.3 puede no ser válida para estrellas de baja masa. Si bien las expresiones derivadas en esta sección, a partir de la hipótesis recién mencionada, pueden no ser completamente

las observaciones de Faulkner (2001, 2005), aunque ni el enfoque de dicho trabajo ni su énfasis en los modelos politrópicos de  $n = 3$  es adoptado. El punto de vista presentado por Faulkner (2001/2005) es sumamente interesante y permite realizar algunas estimaciones y explicaciones de algunas características observadas en las simulaciones numéricas, como quedará claro más adelante. A grandes rasgos, y escrito de manera coloquial, la idea esencial de la teoría de Faulkner de estrellas gigantes consiste en considerar a las gigantes rojas como enanas blancas con un problema de almacenamiento de masa en su envoltura. Es decir, núcleo compacto (similar a una enana blanca caliente) que posee una envoltura masiva. En general la envoltura posee una masa varias veces superior a la del núcleo, encima de la capa que quema H en He. Desde este punto de vista, los ingredientes esenciales para explicar el gran tamaño de las estrellas gigantes son, la existencia de un núcleo denso, en un sentido que se definirá rigurosamente a continuación, y de una envoltura con una masa de al menos un porcentaje de la del núcleo (y la existencia de —al menos— un pequeño manto radiativo por encima de la capa que quema H en He).

### 3.2.1. Densidad relativa del núcleo

Como ha sido notado por Faulkner (2001), un ingrediente interesante en el análisis de la estructura de estrellas gigantes es la densidad relativa del núcleo. A fin de contar con una definición rigurosa de este concepto diremos que un *núcleo es denso* si

$$\frac{\rho_c}{\bar{\rho}_n} \ll 1 \quad (3.23)$$

donde  $\rho_c$  es la densidad de la capa que quema H (“capa ardiente”) y  $\bar{\rho}_n$  es la densidad media del núcleo  $\bar{\rho}_n = 3M_n/4\pi R_c$ .

### 3.2.2. La relación $T_c(M_n, R_c)$

La idea ahora es ver que la existencia de un manto radiativo pequeño es suficiente para forzar una dependencia de  $T(P)$  que solo depende de la estructura del núcleo ( $M_n$ , y  $R_c$ ). Este efecto es bien conocido del cálculo de envolturas estelares desde los albores de la teoría de estructura estelar y tiene consecuencias interesantes para la estructura de estrellas gigantes.

El análisis que haremos será bajo la suposición de que la región justo por encima de la capa ardiente no posee liberación de energía a causa de reacciones nucleares  $\epsilon \sim 0$  y asumiendo que la misma se encuentra en equilibrio térmico,  $dS/dt \sim 0$ , lo que nos permitirá usar que en dicha región  $l \sim cte$ . Esto último ocurrirá efectivamente si la evolución es suficientemente lenta para que la estructura alcance el estado estacionario. En todo caso la estructura con  $dS/dt \sim 0$  corresponde al estado estacionario final al que tendería la estructura y, por lo tanto no es descabellado comenzar con dicha hipótesis.

Estudiaremos la evolución de  $P(r)$  y  $T(r)$  de un punto  $r_n$  a otro punto  $r_0$  en una región cuya masa es despreciable, es decir  $\Delta m \ll m(r_n)$ . El gradiente de temperaturas en una zona radiativa es

$$\nabla = \nabla_{\text{rad}} = \frac{3}{16\pi acG} \frac{\kappa l P}{m T^4}. \quad (3.24)$$

Bajo la suposición de que  $\Delta m \ll m(r_n)$  y de que podemos aproximar  $l \sim L_c$  (la luminosidad de la capa quemadora de H) tenemos

$$\nabla = \frac{3L_c}{16\pi acGM_n} \frac{\kappa P}{T^4}. \quad (3.25)$$

---

correctas, el enfoque aquí desarrollado ofrece, a nuestro entender, la mejor posibilidad actual de comprender la estructura de las estrellas gigantes. Es por esto último que, a pesar de la debilidad de una de sus suposiciones fundamentales, consideramos que lo desarrollado en esta sección resulta aún de interés.

Asumiendo que tenemos un gas ideal ( $\rho = \frac{P\mu}{N_A k T}$ ) y  $\kappa = \kappa_0 \rho^n T^{-s}$  entonces podemos escribir

$$\kappa = \kappa_g P^n T^{-n-s}, \quad \kappa_g = \kappa_0 \left( \frac{\mu}{N_A k} \right)^n \quad (3.26)$$

substituyendo ésto en la expresión  $\nabla := \frac{dT}{T} \frac{P}{dP}$  se tiene

$$P^n dP = \frac{16\pi acGM_n}{3\kappa_g L_c} T^{3+n+s} dT \quad (3.27)$$

Ahora si integramos la ec. 3.27 desde la capa que quema H (que consideraremos infinitamente delgada;  $r_c = r_n$ ) en  $r_c$  hasta un punto  $r_0$  por encima de la misma (donde éste debe cumplir que  $\Delta m \ll m(r_n)$ ) entonces

$$\frac{P_0^{n+1} - P_c^{n+1}}{n+1} = \frac{16\pi acGM_n}{3\kappa_g L_c} \left[ \frac{T_0^{4+n+s} - T_c^{4+n+s}}{4+n+s} \right]. \quad (3.28)$$

De esta expresión surge que podemos escribir la relación entre la temperatura y la presión en la capa que quema H como

$$P_c = \left[ \frac{16\pi acGM_n}{3\kappa_g L_c} \frac{n+1}{4+n+s} \right]^{1/(n+1)} \left[ \frac{(1 - (T_0/T_c)^{4+n+s})}{(1 - (P_0/P_c)^{n+1})} \right]^{1/(n+1)} T_c^{(4+n+s)/(n+1)} \quad (3.29)$$

y si podemos alejarnos del shell lo suficiente para que  $(T_0/T_c)^{4+n+s}$  y  $(P_0/P_c)^{n+1}$  decrezcan órdenes de magnitud manteniéndonos dentro de la suposición de  $\Delta m \ll m(r_n)$  (como comprobaremos después que es *consistente* asumir<sup>4</sup>) y que el transporte es radiativo (esto es, pedir que exista un manto radiativo apreciable)

$$P_c = \underbrace{\left[ \frac{16\pi acGM_n}{3\kappa_g L_c} \frac{n+1}{4+n+s} \right]^{1/(n+1)}}_{=:K'} T_c^{(4+n+s)/(n+1)} \quad (3.30)$$

luego la relación entre  $P$  y  $T$  en el manto radiativo es (integrando eq. 3.27 hasta un punto arbitrario  $r$  del mismo)

$$P = K' T^{(4+n+s)/(n+1)} \quad (3.31)$$

es decir una relación politrópica —recordemos que estamos en el caso de un gas ideal  $\rho \sim T/P$ — por lo que conviene definir un *coeficiente politrópico efectivo*  $n_{\text{ef}} = (s+3)/(n+1)$ . En esta aproximación, el gradiente de temperaturas  $\nabla$  resulta  $\nabla = 1/(1+n_{\text{ef}})$ .

La idea ahora es estudiar la estructura de temperaturas de esta región radiativa por encima de la capa liberadora de energía. Como dicha región está en equilibrio hidrostático tenemos que

$$\frac{dP}{dr} = \frac{-Gm(r)\rho}{r^2} \sim \frac{-GM_n\rho}{r^2} \quad (3.32)$$

ahora, usando que de la definición de  $\nabla$

$$\frac{dP}{dr} = \frac{P}{\nabla T} \frac{dT}{dr} \quad (3.33)$$

<sup>4</sup>Veremos en la próxima subsección que la presión cumple naturalmente ésto a medida que el núcleo se hace denso. Notar además que para casos típicos estos exponentes son grandes. Por ejemplo para el caso de dispersión de Thompson por electrones libres ( $n = s = 0$ ) esto es  $(T_0/T_c)^7$  y  $(P_0/P_c)^4$  por lo que esos factores decrecen rápidamente. En el caso de la opacidad de Kramers la situación es similar, pues  $n = 1$  y  $s = 3,5$  de manera que  $(T_0/T_c)^{8,5}$  y  $(P_0/P_c)^2$ .



y recordando que estamos analizando el caso de un gas de Boltzmann ideal (sin radiación) surge que el gradiente de temperaturas cumple (en la región de masa despreciable)

$$\frac{dT}{dr} = \frac{-GM_n\mu}{(1+n_{\text{ef}})N_A k r^2}, \quad \left(\text{y por lo tanto } \frac{dT}{dr}\Big|_c \sim \frac{T_c}{R_c}\right). \quad (3.34)$$

Integrando esta expresión en el manto radiativo hasta un punto arbitrario  $r$  obtenemos la dependencia de la temperatura con el radio  $r$

$$T - T_c = \frac{GM_n\mu}{(1+n_{\text{ef}})N_A k} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_c}\right). \quad (3.35)$$

Al igual que antes, si existe un punto  $r_0$  donde se cumpla que  $T_0/T_c \ll 1$  entonces en la base de la envoltura deberá cumplirse

$$T_c = \frac{GM_n\mu}{(1+n_{\text{ef}})N_A k} \left(\frac{1}{R_c} - \frac{1}{r_0}\right) + T_0 \simeq \frac{GM_n\mu}{(1+n_{\text{ef}})N_A k} \left(\frac{1}{R_c} - \frac{1}{r_0}\right). \quad (3.36)$$

donde en principio  $r_0$  no es conocido y no sabemos si  $r_0 \gg R_c$  o  $r_0 \sim R_c$ . Es útil definir un nuevo coeficiente  $N$  de manera que la expresión anterior se escriba como

$$T_c = \frac{GM_n\mu}{(1+N)N_A k} \frac{1}{R_c} \quad (3.37)$$

donde como  $r_0 > 0$  entonces es esperable (siempre que  $T_0$  sea despreciable) que  $N \gtrsim n_{\text{ef}}$ . Veremos que, de hecho,  $N$  debe ser muy cercano a  $n_{\text{ef}}$  aunque por debajo de un cierto valor crítico para que la envoltura pueda contener toda la masa restante de la estrella<sup>5</sup>. Es interesante notar la ausencia de cualquier referencia a la reacción por medio de la cual ocurre la liberación de energía. Si se recuerda que cada tipo de reacción nuclear posee su temperatura característica ( $10^7$  K para la quema de H,  $10^8$  para la quema de He) esta expresión nos dice que agotado un núcleo de una masa dada, es el radio de la capa ardiente el que deberá acomodarse para que la quema pueda ocurrir.

Ejemplos de valores típicos de  $n$  y  $s$  son la opacidad debida a la dispersión de electrones ( $n = s = 0$ ) y las opacidades de Kramers ( $n = 1$ ,  $s = 3,5$ ).

Vale la pena aquí notar que la expresión 3.37 a pesar de su extremada simpleza posee un buen grado de correctitud. Por ejemplo si miramos una secuencia de  $7M_\odot$  cuando el núcleo posee  $1,06 M_\odot$  y el radio de la misma es de  $1,3 \cdot 10^{10}$  cm (y  $\mu \sim 1,28$  en el punto de máxima liberación de energía) tenemos que en el manto radiativo  $n_{\text{ef}} = 5,76$ . Luego, mirando el plano  $U - V$  surge que el  $N$  debe estar entre  $5,76$  y  $\sim 3$  por lo que la temperatura resulta

$$T_c = \mu \frac{1,592 \cdot 10^{18} [M_n/M_\odot]}{(N+1) R_c} \Rightarrow 2,88 \times 10^7 \text{K} \lesssim T_c \lesssim 4,15 \times 10^7 \text{K}. \quad (3.38)$$

El valor derivado está en acuerdo con el valor real ( $T_c = 4,15 \cdot 10^7$  K) un hecho notable en virtud de lo simple de la expresión obtenida.

Un detalle interesante a notar es que en esta aproximación las propiedades de la capa que quema H no son afectadas por lo que ocurre más arriba. Esta convergencia a una relación  $P - T$  dada (politrópica) independiente del valor inicial ( $P_0, T_0$ ) es un resultado análogo al bien conocido para las envolturas estelares donde se muestra que las condiciones de contorno elegidas para el cálculo de una estructura estelar no son relevantes cuando la envoltura es radiativa. En el caso del manto radiativo de la capa que quema H, el principal resultado de esto es que las condiciones en la capa quemadora de H no reflejan el estado de la envoltura y solo son

<sup>5</sup>Observar que la dependencia de  $T_c$  con la masa y el radio del núcleo dada por ec. 3.37 es igual a la dependencia de un núcleo compuesto por un gas ideal en contracción (como surge del teorema del virial). Por lo que en principio  $T_c$  en esos casos —estrellas de masa intermedia— escalará igual que la  $\bar{T}$  del núcleo.

afectadas por la estructura del núcleo (resultado que en algunos libros es "explicado" en base a argumentos dudosos o poco claros, Kippenhahn y Weigert 1990). Este resultado sencillo explica porqué durante episodios de alta pérdida de masa al final de la AGB los modelos numéricos no alteran su luminosidad a pesar de que la masa de su envoltura es alterada en más de un orden de magnitud. Vale la pena notar que si bien cuando la expansión recién comienza, despreciar el término  $r/r_0$  en ec. 3.36 es una aproximación mediocre (si el núcleo aún no es muy denso), la aproximación se vuelve progresivamente más apropiada a medida que la caída de  $P$  en el manto (debido a la contracción del núcleo) se hace más pronunciada.

Otro punto interesante a notar es que la aproximación  $dS/dt = 0$  en el manto de masa aproximadamente despreciable no siempre es mala. Si bien esto no es el interés de nuestro análisis ya que buscamos describir la estructura estacionaria *hacia la que tendería la estrella* si tuviese el tiempo de acomodar su envoltura a la estructura instantánea del núcleo, podemos ver que el manto radiativo de masa despreciable se acomoda rápidamente a cada nueva estructura del núcleo. Podemos estimar la escala de tiempo  $\tau_{MR}$  en que el manto tarda en acomodarse como la luminosidad de la capa dividida la energía de ligadura del manto. Por ejemplo para un manto de  $\Delta m/M_n \sim 0,01$

$$E_g^{MR} = - \int_{M_n}^{M_n + \Delta m} \frac{Gm}{r} dm \Rightarrow E_g^{MR} = \frac{-G0,01M_n^2}{R_c} \quad (3.39)$$

luego si tomamos dos ejemplos característicos de estrellas de 1 y  $7M_\odot$  (con valores  $M_c/R_c/L = 0,14M_\odot/2 \times 10^9 \text{cm}/2L_\odot$  y  $0,34M_\odot/7,5 \times 10^9 \text{cm}/110L_\odot$  respectivamente) obtenemos escalas de tiempo de  $\tau \sim 10^5$  y  $3 \times 10^3$  años respectivamente. Ambas escalas de tiempo son mucho menores a las escalas de tiempo evolutivas de esas estrellas, por ejemplo el modelo de  $7M_\odot$  cruza la brecha de Hertzsprung en  $\sim 2 \times 10^6$  años por lo que el manto radiativo de  $\Delta m/M_n \sim 0,01$  se acomoda casi instantáneamente. Lamentablemente en el caso de modelos de mayor masa debemos analizar mantos de  $\Delta m \sim 0,3M_n$  para que se note el efecto de la expansión pues los núcleos son menos densos en el caso de estrellas de masa intermedia.

### 3.2.3. Caída de la presión inmediatamente fuera del núcleo

Es interesante notar que la caída de la presión en el borde del núcleo (de masa  $M_n$  y radio  $R_n$ ) donde se ubica la capa que quema H en el radio  $R_c$ , a la cual consideraremos delgada ( $R_n = R_c$ ) en virtud de la alta sensibilidad de la liberación de energía con la temperatura, puede estimarse de la ecuación de equilibrio hidrostático como

$$\frac{dP}{dm} = \frac{-Gm}{4\pi r^4} \Rightarrow \Delta P = \frac{-G}{3} \frac{\bar{\rho}_n}{R_c} \Delta m \Rightarrow \Delta \ln P|_c = \frac{\Delta P}{P_c} = \frac{-G}{k} \left[ \frac{\bar{\rho}_n}{\rho_c} \right] \frac{M_n}{R_c T_c} \frac{\Delta m}{M_c} \quad (3.40)$$

donde hemos usado que el material en la capa que quema H no debe ser muy degenerado (pues sino la quema sucedería violentamente) y por lo tanto  $P_c = k\rho_c T_c$ .

De la relación deducida en el estudio del manto radiativo sabemos que si dicho manto existe el factor  $M_n/(R_c T_c)$  permanece aproximadamente constante a medida que se alteran  $M_n$  y  $R_c$ . La eq. 3.40 nos muestra que la caída de la presión al recorrer una fracción despreciable de masa (por ejemplo  $\Delta m \sim 0,01$ ) en el borde del núcleo se incrementa como  $\left[ \frac{\bar{\rho}_n}{\rho_c} \right]$ , valor que aumenta órdenes de magnitud a medida que el núcleo se hace denso.

Observar que en el caso de estrellas de baja masa ( $M \lesssim 1,8M_\odot$ ) como  $R_c \propto \frac{M_n}{T_c}$  y tanto la masa como la temperatura crecen, es de esperar que el radio de la capa no cambie mucho con la evolución.

Para ver como se relaciona esto con la gigantez, debemos hacer un análisis mas detallado de lo que ocurre en el manto radiativo sobre la capa que quema H, cuya ubicación puede apreciarse en la (hermosa) figura 2.2. Es por ello que en lo que sigue analizaremos las características de regiones donde el transporte de energía es mediante radiación (fotones).

### 3.2.4. Aumento de la densidad relativa del núcleo con la evolución

En lo que sigue analizaremos principalmente el caso de opacidades por dispersión por electrones libres ( $\kappa = cte$ ) y opacidad de Kramers ( $\kappa = \kappa_0 \rho T^{-3.5}$ ). El tipo de dependencia de la opacidad con la temperatura y la densidad afectará las relaciones de potencias finales pero no afectará el análisis cualitativo, a menos que  $\kappa \propto \rho^{-2}$  en el caso del CNO (dependencia completamente improbable). El fin de estas secciones es graficar el comportamiento de la transformación en estrellas gigantes, el cual se da también para el caso de opacidad constante, como fue puesto en evidencia por Weiss (1989) y contrariamente a lo expuesto por Renzini (1984).

Para entender esto veremos qué nos dice la ecuación 2.3 en la región inmediatamente por encima de donde tiene lugar la quema del H (asumiendo como antes  $dS/dt = 0$ , es decir describiendo el estado estacionario al que tendería la región). Asumiendo un gas ideal con radiación con  $\beta = cte$  (luego pondremos  $\beta = 1$ ) entonces

$$\frac{-Gm}{4\pi r^4} = \frac{dP}{dm} = \frac{a}{3(1-\beta)} 4T^3 \frac{dT}{dm} \quad (3.41)$$

y de esa expresión, asumiendo que el transporte allí es por radiación, obtenemos que

$$L_{\text{rad}} = \frac{4\pi c}{\kappa} (1-\beta) M_n G. \quad (3.42)$$

Donde hemos asumido como antes que estamos trabajando en la región donde  $m \sim M_n$ . Finalmente para obtener una expresión más clara —eliminando el denominador  $(1-\beta)$  que se anularía en el caso de un gas ideal puro— tomamos

$$(1-\beta) = \frac{aT^4}{3P} = \frac{aT^4\beta}{3P_{\text{gas}}} = \frac{aT^4\beta\mu}{3\Re\rho T}. \quad (3.43)$$

De allí surge la siguiente relación de la luminosidad con la temperatura y densidad de la capa ardiente y con la masa del núcleo

$$L_{\text{rad}} = \frac{4\pi c G a \beta \mu}{3\Re} \frac{T^3 M_n}{\rho \kappa}. \quad (3.44)$$

Tomando que la opacidad es  $\kappa = \kappa_0 \rho^n T^{-s}$  tenemos

$$L_{\text{rad}} = \frac{4\pi c G a \beta \mu}{3\Re} \frac{T^{3+s} M_n}{\rho^{n+1} \kappa_0}. \quad (3.45)$$

Ahora entonces la idea es aproximar la otra parte de la ecuación 2.3. Por conservación de la energía la luminosidad en el manto debe estar dada por la energía producida por la capa que quema H —estamos asumiendo que el núcleo no posee luminosidad, esto no será cierto si existe generación de energía en el mismo<sup>6</sup>.

$$L_{\text{H} \rightarrow \text{He}} = L_{\text{rad}} = \int_{m_{\text{int}}}^{m_{\text{ext}}} \epsilon \, dm. \quad (3.46)$$

En lo que sigue haremos una “aproximación de capa delgada”. Aprovechando la alta sensibilidad de  $\epsilon$  con la temperatura, en el caso del CNO  $\epsilon \sim \epsilon_0 \rho T^\nu$  ( $\nu \sim 15 - 18$ ) podemos notar que la liberación de energía estará confinada a una región donde la caída de la liberación de energía es  $\Delta\epsilon \sim \epsilon$ .<sup>7</sup> En términos de la temperatura podemos decir que la capa que quema H esta restringida

<sup>6</sup>Por ejemplo cuando se encienda la quema del He o la estrella esté en la AGB y debajo de la capa que quema H esté la capa que quema He. Otro caso es el de estrellas RGB más masivas, cuyo núcleo es básicamente un gas ideal en contracción, que libera energía siguiendo el teorema del Virial.

<sup>7</sup>Hacia afuera  $\epsilon$  cae debido a la caída en  $T$ , mientras que hacia adentro solo lo hace debido a la caída en el combustible disponible

a una zona donde  $\Delta T^\nu \sim T^\nu$ , por lo tanto  $\Delta T \sim T/\nu$ . Para estimar el radio de la capa entonces observamos que

$$\Delta R_c = \frac{dr}{dT} \Delta T = \frac{T}{\nu} \frac{1}{(dT/dr)|_c}. \quad (3.47)$$

Utilizando  $(dT/dr)|_c \sim T_c/R_c$  y las ecuaciones 2.39 2.42 que  $\Delta R = R_c/\nu$ . Esta es la aproximación de capa delgada, que usaremos para reemplazar en la ecuación 3.46. Con este resultado entonces podemos decir que

$$L_{H \rightarrow He} = \epsilon(\rho, T)|_c \rho_c \frac{4\pi R_c^3}{\nu}. \quad (3.48)$$

Igualando ahora las expresiones de ec. 3.45 y 3.48 tenemos (recordando la definición de  $\bar{\rho}_n$ )

$$\left[ \frac{\rho_c^{n+2}}{\bar{\rho}_n} \right] \epsilon_{\text{capa}} = \frac{4\pi c G a \mu \beta \nu}{9\mathfrak{R}\kappa} T_c^{3+s} = 2,5510^{-19} \left( \frac{\beta \mu \nu}{\kappa_0} \right) T_c^{3+s}, \quad \text{en c.g.s.} \quad (3.49)$$

Esta expresión es válida para cualquier tipo de capa. Si en particular analizamos la capa que quema H en He en gigantes rojas (por medio del CNO) podemos reemplazar  $\epsilon_{\text{capa}} = \epsilon_{\text{CNO}}$  del libro de Hansen y Kawaler (1994). Es esta es expresión quien contiene la información esencial para entender el extraño comportamiento de la densidad de la capa que quema H a medida que se contrae el núcleo de H.

$$\epsilon_{\text{CNO}} \sim 4,4 \times 10^{25} \rho X Z e^{-15,228/T_9^{1/3}} T_9^{-2/3} \quad (3.50)$$

Entonces la ec. 3.49 asumiendo  $\nu = 15$ ,  $X=0,7$  y  $Z=0,02$  apropiado para el CNO, resulta

$$\frac{\rho_c^{3+n}}{\bar{\rho}_n} = 5,795 \cdot 10^{-45} \left( \frac{\beta \mu \nu}{X Z \kappa_0} \right) (10^9)^{3+s} T_9^{(2/3)+3+s} e^{15,228/T_9^{1/3}} = f(T_c) \quad (3.51)$$

Esta expresión nos dice, entre otras cosas que  $\rho_c$  queda determinado por la masa y el radio del núcleo, es decir  $\rho_c(R_c, M_n)$ . Especialmente es interesante notar que, salvo que  $n=-2$ ,  $\rho_c$  **no es proporcional a  $\bar{\rho}_n$** . Esta es la esencia del principio de los movimientos especulares de la evolución estelar (Kippenhahn y Weigert 1990). La presencia de una capa que libera energía fuerza a que la contracción de esa región no siga la contracción media del núcleo, i.e. la capa posee un comportamiento *no homológico*.

Reemplazando los valores típicos para la capa que quema H ( $\nu = 15$ ,  $\mu = 1,25$ ,  $\beta = 1$ ,  $X = 0,1$  y  $z = 0,02$ ) tenemos

$$\frac{\rho_c^3}{\bar{\rho}_n} = 2,469 \times 10^{-13} T_9^{11/3} e^{15,228/T_9^{1/3}} = g_1(T_9) \quad \text{Dispersión por electrones libres, } n = 3, s = 2 \quad (3.52)$$

$$\frac{\rho_c^4}{\bar{\rho}_n} = 4,194 \times 10^{-5} T_9^{43/6} e^{15,228/T_9^{1/3}} = g_2(T_9) \quad \text{Opacidad de Krammer, } n = 1, s = 3,5 \quad (3.53)$$

Ahora, en virtud de la relevancia que hemos visto puede dársele al cociente  $\rho_c/\bar{\rho}_n$ , para interpretar este resultado conviene escribirlo como una relación entre el cociente relevante para nuestro análisis  $\rho_c/\bar{\rho}_n$  y la propiedad del núcleo  $\bar{\rho}_n$

$$\frac{\rho_c}{\bar{\rho}_n} = \frac{g_1(T_c)^{1/3}}{\bar{\rho}_n^{2/3}} \quad \text{Dispersión por electrones libres, } n = s = 0 \quad (3.54)$$

$$\frac{\rho_c}{\bar{\rho}_n} = \frac{g_2(T_c)^{1/4}}{\bar{\rho}_n^{3/4}} \quad \text{Opacidad de Krammer, } n = 1, s = 3,5 \quad (3.55)$$

En la figura 3.2 mostramos las curvas de igual  $\rho_c/\bar{\rho}_n$  en la región de temperaturas a las que actúa el CNO.

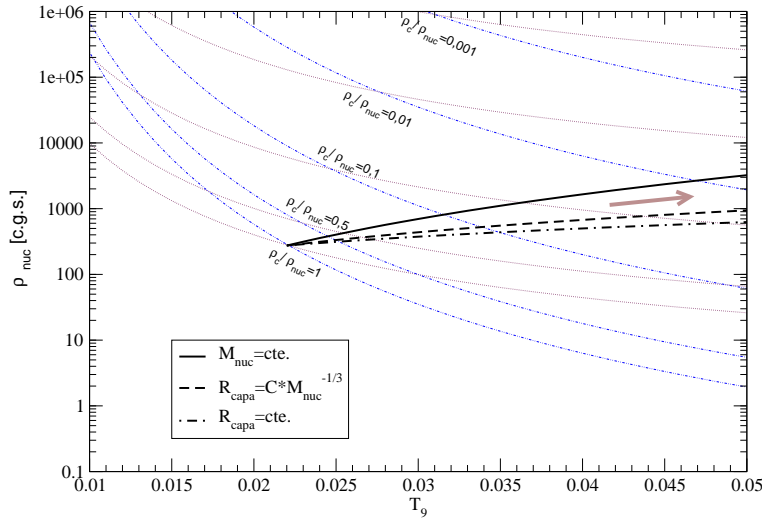


Figura 3.2: Curvas de iguales valores de  $\rho_c/\bar{\rho}_n$ , para la opacidad de Kramers (verde) y la dispersión de Thompson (rojo).  $\rho_c/\bar{\rho}_n$  se incrementa hacia arriba a la derecha, y las curvas corresponden a  $\rho_c/\bar{\rho}_n=1, 0,5, 0,1, 0,01$  y  $0,001$  en ambos casos. Las curvas negras corresponden a la evolución de núcleos contrayéndose a masa constante, la azul a la contracción a radio constante y la magenta es el caso de contracción de un núcleo tipo enana blanca fría ( $R \propto M^{-1/3}$ .)

Ahora averiguaremos como debe evolucionar una estrella en ese diagrama. Es fácil ver que si  $\bar{\rho}_n$  crece entonces crecen  $T_c$  y  $\rho_c/\bar{\rho}_n$ . Para verlo primero notemos que si el núcleo se contrae (i.e.  $\bar{\rho}_n$  crece) entonces si  $t$  y  $t'$  son dos momentos distintos de la evolución ( $t' > t$ ), el crecimiento de  $\bar{\rho}_n$  implica que

$$\frac{M'_n}{M_n} > \left(\frac{R'_c}{R_c}\right)^3 \quad (3.56)$$

y como  $T \propto M_n/R_c$  entonces

$$\frac{T'_c}{T_c} = \left(\frac{M'_n/M_n}{R'_c/R_c}\right) > (M'_n/M_n)^{2/3} > 1 \quad (3.57)$$

donde hemos usado que  $M' > M$ , pues al núcleo no le queda más que crecer. Vemos, de la ec. 3.57, que la temperatura de la capa debe crecer a medida que crece la densidad media del núcleo. Ahora el crecimiento de ambas cantidades ( $\bar{\rho}_n$  y  $T_c$ ) implica que a medida que la estrella evoluciona debe moverse hacia arriba y hacia la derecha en el diagrama de la figura 3.2. En virtud de como son las curvas de igual  $\rho_c/\bar{\rho}_n$  en ese diagrama eso implica que la densidad relativa del núcleo está *forzada* a crecer a medida que el núcleo se hace denso. En la figura 3.2 mostramos algunas curvas características de la evolución de los modelos, como la evolución a masa  $M_n$  constante (curva negra) típica de estrellas de masa intermedia en los cuales el núcleo de gas ideal se contrae rápidamente luego de finalizada la secuencia principal. La evolución a radio constante es similar a la experimentada por las estrellas de baja masa que posee un núcleo fuertemente degenerado (que haría que  $R_c \propto M_n^{-1/3}$ ) pero rodeado por una región de gas no degenerado que se expande a medida que la capa por encima de ella se calienta.

Otro detalle importante es que la densidad de la capa  $\rho_c$ , en los casos analizados, decrece a medida que la densidad del núcleo se hace más importante. Esto puede apreciarse en la figura 3.3 donde se muestra el cambio en la densidad de la capa en las evoluciones típicas discutidas más arriba. Puede allí verse como en todos los casos un incremento de la temperatura de  $2 \times 10^7$  K a  $4 \times 10^7$  K (factor 2) en la capa que quema H acompaña un decrecimiento de alrededor de un orden de magnitud en  $\rho_c$ . La presión en la capa que quema H (que es a grandes rasgos un

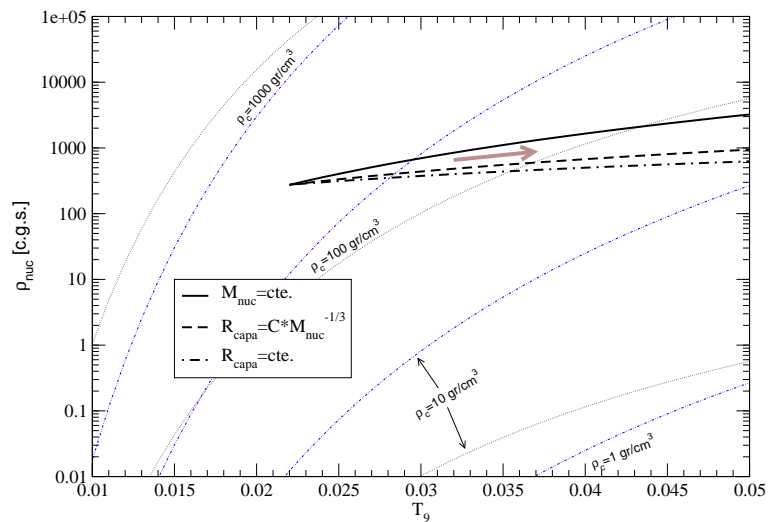


Figura 3.3: Curvas de  $\rho_c$  constante, para la opacidad de Kramers (verde) y la dispersión de Thompson (rojo).  $\rho_c/\bar{\rho}_n$  se incrementa hacia arriba a la izquierda, y las curvas corresponden a  $\rho_c=10, 100, 1000$   $\text{gr}/\text{cm}^3$  en ambos casos. Las curvas negras corresponden a la evolución de núcleos contrayéndose a masa constante, la azul a la contracción a radio constante y la magenta es el caso de contracción de un núcleo tipo enana blanca fría ( $R \propto M^{-1/3}$ )

gas ideal) cae entonces un factor  $\sim 5$ . Esto significa que la presión en las regiones por encima de la capa ardiente la presión cae fuertemente, pues volviendo a la ecuación 3.40 vemos que

$$\Delta \ln P|_c = \frac{\Delta P}{P_c} = \frac{-G}{k} \left[ \frac{\bar{\rho}_n}{\rho_c} \right] \underbrace{\frac{M_n}{R_c T_c}}_{\text{cte.}} \frac{\Delta m}{M_c} \quad (3.58)$$

donde  $\bar{\rho}_n/\rho_c$  cae más de un orden de magnitud, de manera que no solo cae la presión de la capa sino que, principalmente aumenta la caída de la presión en el manto.

$$\frac{\Delta \ln P'}{\Delta \ln P} \sim 100, \quad \frac{\Delta \ln \rho'}{\Delta \ln \rho} \sim 100 \quad (3.59)$$

donde las cantidades primadas corresponden al caso de  $\rho_c/\bar{\rho}_n \sim 0,01$

### 3.2.5. Principio de los movimientos radiales especulares en evolución estelar

En base a lo que vimos recién podemos ahora analizar como la región por encima del núcleo se expande. De la figura 3.3 vemos que la evolución está marcada por el descenso de la densidad relativa  $\rho_c/\bar{\rho}_n$ , ahora ese descenso durante el final de la quema de H es mucho más marcado en estrellas de baja masa en los cuales ese cociente decrece hasta 3 órdenes de magnitud. Por otra parte en estrellas de baja masa la temperatura en la capa ardiente aumenta bastante más (ver tabla 3.1) que en estrellas de alta masa. Por ésto analizaremos primero este caso.

**Caso de baja masa:** Mirando la evolución de la densidad de la capa ardiente en la figura 3.2, vemos que  $\rho_c/\bar{\rho}_n$  decrece dos órdenes de magnitud a medida que la estrella va de  $3,24 \times 10^7$  K a  $4,75 \times 10^7$  K en la capa ardiente. Miremos que ocurre con el radio de un punto correspondiente a  $m(r) = M_c + \Delta m = 1,01M_c$  (el cual si la masa del núcleo crece, no será el mismo a cada instante). La distancia  $\Delta R$  entre dicho punto y la capa ardiente es:

$$\Delta \ln R = \frac{\Delta R}{R_c} = \left[ \frac{\Delta m}{M_c} \right] \frac{\bar{\rho}_n}{\rho_{M.R.}} \frac{1}{3} \gtrsim \frac{\Delta m}{M_c} \frac{\bar{\rho}_n}{\rho_c} \frac{1}{3} \quad (3.60)$$

sec. de $7 M_{\odot}$	$T_c$	$\rho_c/\bar{\rho}_n$	$R_c$	$\rho_c$	$M_c$
mod. #90	$3,25 \cdot 10^7$	0,47	$2,38 \cdot 10^{10}$	17	$1,05 M_{\odot}$
mod. #430	$3,95 \cdot 10^7$	0,074	$1,12 \cdot 10^{10}$	27	$1,095 M_{\odot}$
sec. de $1,8 M_{\odot}$	$T_c$	$\rho_c/\bar{\rho}_n$	$R_c$	$\rho_c$	$M_c$
mod. #130	$3,24 \cdot 10^7$	0,45	$6,8 \cdot 10^9$	120	$0,18 M_{\odot}$
mod. #22700	$4,75 \cdot 10^7$	0,074	$1,9 \cdot 10^9$	26	$0,45 M_{\odot}$

Tabla 3.1: Características de modelos evolutivos tomados de dos secuencias representativas del caso de baja masa ( $1,8M_{\odot}$ ) y masa alta/intermedia ( $7M_{\odot}$ ).

$\rho_c$	$T_c$	$R_c$	$R_{1,3}$	$\rho_{1,3}$	$R_{1,5}$	$\rho_{1,5}$
98,7	$3,25 \times 10^7$	$1,36 \times 10^{10}$	$1,67 \times 10^{10}$	50,7	$1,94 \times 10^{10}$	26,8
76,49	$3,15 \times 10^7$	$1,12 \times 10^{10}$	$1,81 \times 10^{10}$	15,2	$3 \times 10^{10}$	1,37

Luego si llamamos con la variable primada a las cantidades en  $t' > t$  entonces como miramos los puntos de igual  $\Delta m/M_c$  tenemos  $\Delta \ln r' \gtrsim 100 \Delta \ln r$ , de donde surge que

$$\ln(R'_{1,01}/R'_c) \gtrsim \ln(R_{1,01}/R_c) \Rightarrow \frac{R'_{1,01}}{R'_c} \sim \left( \frac{R_{1,01}}{R_c} \right)^{100}. \quad (3.61)$$

Para estimar como es  $R_{1,01}/R_c$  originalmente (es decir a tiempo  $t$  cuando recién se desarrolla la capa ardiente) podemos notar que cuando la capa recién está desarrollándose  $\rho_{1,01} \sim \bar{\rho}_c$ , luego

$$\frac{\rho_{1,01}}{\bar{\rho}_c} = \frac{M_{1,01}}{M_c} \left( \frac{R_c}{R_{1,01}} \right)^3 \Rightarrow R_{1,01} \sim 1,003322 R_c \quad (3.62)$$

de manera que para las cantidades a tiempo  $t'$  tenemos  $R'_{1,01}/R'_c \sim 1,4$ . Aún si  $R_c$  decrece como lo haría en el caso de una enana blanca fría ( $R_c \propto M_n^{1/3}$ ) y si tomamos un valor pequeño  $M/M' = 1/3$  la razón entre los radios es  $R'_c/R_c \sim 0,69$  y entonces los radios de los puntos de igual valor de  $\Delta m/M_n = 0,01$  son  $R'_{1,01}/R_{1,01} \sim 0,97$  es decir casi iguales (tomando  $\rho_c/\bar{\rho}_n = 0,001$  obtenemos  $R'_{1,01}/R_{1,01} \sim 19$ ). De manera que aún en el peor de los casos  $R'_{1,01}$  es igual a  $R_{1,01}$ , mientras que la densidad de esos puntos cae muchísimo, pues hemos visto que la caída de la densidad aumenta fuertemente al aumentar  $\bar{\rho}_n/\rho_c$ . Lo que nos indica que la contracción del núcleo fuerza un aumento de los radios de los puntos de la envoltura por encima de  $m = 1,01M_c$ .

**Caso de masa intermedia:** En estrellas de mayor masa la situación es más sutil debido a que el aumento de  $\bar{\rho}_n/\rho_c$  es mucho más débil pues el cambio en la temperatura es solo desde por ejemplo  $3,25 \times 10^7$  K a  $3,95 \times 10^7$  K. Para esto tomaremos la evolución de un modelo de inicialmente  $T \sim 3,25 \times 10^7$  K,  $\rho_c/\bar{\rho}_n = 0,5$  y  $M = 1,05M_{\odot}$  con opacidad de Kramers. La evolución a  $M \sim cte.$  hace que (ver figura 3.2) el radio decrezca desde  $1,36 \times 10^{10}$  cm a  $1,12 \times 10^{10}$ . El resultado de la integración desde los valores en la capa hasta los puntos de  $1,3$  y  $1,5 M_n$  (asumiento  $l \sim cte$ ) se muestra en la tabla 3.2.5. Vemos que si bien el núcleo se contrae las capas por encima de él están obligadas por la caída en la densidad a *expandirse*.

En base a lo anterior en lo que sigue veremos que la región inmediatamente adyacente a la capa que quema H se expande a medida que el núcleo se hace denso, veremos sin embargo más adelante que es necesario un valor crítico en la masa de la envoltura para que la estructura de gigante de alcance.

Como el gas en el manto es un gas ideal, la relación politrópica entre la presión y la temperatura puede deducirse de la secciones anteriores. Surge entonces que la relación entre la caída de la presión en el manto radiativo (en una región de  $\Delta m$  dada) y la caída en la densidad es

$$P = cte. \rho^{1+1/n_{ef}} \Rightarrow \frac{\Delta P}{P} = (1 + 1/n_{ef}) \frac{\Delta \rho}{\rho} \Rightarrow \Delta \ln P = (1 + 1/n_{ef}) \Delta \ln \rho \quad (3.63)$$

por lo que, como  $n_{\text{ef}}$  suele ser tal que  $1 + 1/n_{\text{ef}} \gtrsim 1$ , el aumento en tres órdenes de magnitud en la caída de la presión a medida que el núcleo se hace denso (como ocurre en estrellas de baja masa) en el mismo valor, lleva a un aumento en la caída en la densidad en igual factor. Es decir a una fuerte expansión del manto radiativo. Notar sin embargo que aún si el manto fuese convectivo ( $n = 1,5$  para convección adiabática) esas regiones también se expandirían como consecuencia del aumento de la densidad del núcleo. Vale la pena notar, sin embargo, podrían existir casos en que el índice politrópico natural del manto radiativo puede ser  $-1 < n_{\text{ef}} < 0$ . Sin embargo estos casos son marginales y en general los índices correspondientes a las opacidades más típicas implican valores positivos<sup>8</sup>.

Lo que hemos visto muestra que a medida que el núcleo se contrae (se vuelve denso en el sentido anterior) el manto se expande, con la presión y la densidad cayendo órdenes de magnitud allí. Esta es la expansión del manto, uno podría preguntarse que ocurre con la región más externa. En lo que sigue llamaremos envoltura a lo que está por encima del manto despreciable, por ejemplo  $m(r) > 1,01M_n$ . Como  $\rho$  cayó en la base de esa envoltura es de esperar (como  $d\rho/dr > 0$  en casi todos los casos<sup>9</sup>) que la envoltura también se expanda<sup>10</sup>. Podemos hacernos una idea de lo que allí ocurre de la siguiente observación.

La presión en la base de esa envoltura cayó órdenes de magnitud, pero sigue sosteniendo a toda la envoltura por encima de ella, por lo que la ecuación de equilibrio hidrostático nos dice (recordando que la presión superficial es despreciable)

$$\frac{dP}{dm} = \frac{-Gm}{r^4 4\pi} \Rightarrow \langle R_{\text{env}}^4 \rangle \sim \frac{-GM_c M_{\text{env}}}{P_{\text{env}}} \quad (3.64)$$

De manera que como  $M_c \cdot M_{\text{env}}$  permanece inalterado o crece, entonces al decrecer  $P_{\text{env}}$  debe aumentar el radio promedio de la envoltura<sup>11</sup>, es decir, debe expandirse. Ahora si además agregamos que el material estelar cumple el teorema del Virial entonces podemos sacar otra información importante. El potencial gravitatorio al que está sujeto la envoltura (el del núcleo, si nos olvidamos de la envoltura interactuando consigo misma<sup>12</sup>) decrece como  $E_g \sim -GM_n/R_{\text{env}}$  entonces el aumento del radio de la envoltura hace que caiga  $E_g$  y eso en un gas ideal implica que debe caer la energía interna de acuerdo a  $E_i = -E_g/2$ . Por lo tanto como  $E_i \propto \langle T \rangle$  entonces la temperatura promedio de la envoltura cae. Es decir, la envoltura se expande y se enfría.

Veremos más adelante que será necesario que la envoltura posea un valor mínimo de masa para que la estrella posea una estructura de gigante. Esto es natural ya que si bien la existencia de un núcleo denso lleva a que la densidad caiga órdenes de magnitud fuera del núcleo, esto solo producirá un cambio en el radio de la estrella si la masa por encima de la capa que quema H ( $\Delta m$ ) es suficiente, pues su radio es (cuando la masa es suficientemente pequeña)  $\Delta R \sim \Delta m / (4\pi R_c^2 \rho)$ . De manera que si la masa por encima de la capa que quema H es despreciable aún si el núcleo es denso la estrella no será gigante. Tal es el caso de las enanas blancas. La necesidad y valor crítico de dicha envoltura serán analizados en la sección *Valor crítico de N* ya que la masa de la envoltura está íntimamente ligada a la temperatura basal.

Todo el análisis anterior muestra porque la contracción de los núcleos luego de la secuencia principal independientemente de que esta ocurra por la contracción de un núcleo de gas ideal ( $M > 1,8$ ) o debido al lento crecimiento de un núcleo degenerado ( $M < 1,8$ ) lleva a la expansión

<sup>8</sup>Nótese que aún en el caso de la extraña dependencia con  $\rho$  y  $T$  de la opacidad del  $H^{-1}$ , éste posee  $n_{\text{ef}} = -4$  ( $n = 0,5, s = -9$ ) y por lo tanto vale que  $d \ln P \simeq 0,75 d \ln \rho$ .

<sup>9</sup>En equilibrio hidrostático  $d\rho/dr < 0$  solo ocurre en casos de transporte radiativo cuando la opacidad posee dependencias con  $T$  y  $\rho$  inusuales (de manera que el índice politrópico local haga  $dP/d\rho < 0$ ).

<sup>10</sup>Por ejemplo si toda la envoltura por encima de este manto fuese convectiva  $n = 1,5$  entonces  $P \propto \rho^{5/3}$  y  $P$  decae monotonamente en equilibrio hidrostático.

<sup>11</sup>Sin embargo debe notarse que el alto exponente en  $r$  hace que el cambio en el radio estimado aquí no sea tan grande

<sup>12</sup>Debido a la expansión que sufre la envoltura el efecto de considerar la autointeracción gravitatoria de la envoltura es en el mismo sentido, ya que al expandirse interactúa aún menos.



de las capas inmediatamente alrededor del núcleo. Este comportamiento corresponde al llamado “Mirror Principle of Stellar Structure” mencionado por Kippenhahn y Weigert (1990).

Veremos sin embargo que para que la estrella alcance dimensiones de gigante existe una masa crítica que debe tener la envoltura. Para este fin es necesario entender el comportamiento de las soluciones en el plano  $U$ - $V$ .

### 3.2.6. Dependencias $L_{\text{rad}}(M_n, R_c)$ , $P_c(M_n, R_c)$

En el análisis anterior vimos que la expresión 2.57 nos decía que la densidad de la capa dependía del radio y la masa del núcleo. Como consecuencia de esto y de la dependencia de  $T$  con las mismas variables es inevitable que la luminosidad de la capa quemadora de H quede determinada por las mismas variables.

En virtud de la expresión 2.51 podemos escribir, si asumimos  $\kappa_c \propto \rho_c^n T_c^{-s}$ ,

$$L_{\text{rad}} \propto \frac{T_c^3}{\rho_c} \frac{M_n}{\rho_c^n T_c^{-s}} = \frac{T_c^{3+s} M_n}{\rho_c^{n+1}}. \quad (3.65)$$

De manera que recordando que  $T_c(M_n, R_c)$  y  $\rho_c(M_n, R_c)$  queda demostrado que  $L_{\text{rad}}(M_n, R_c)$ .

La dependencia de  $P_c$  con  $M_n$ ,  $R_c$  surge directamente de la existencia de una ecuación de estado y de que, como hemos dicho arriba,  $T_c(M_n, R_c)$  y  $\rho_c(M_n, R_c)$ .

El resultado de que todas las variables de estructura  $T, P, \rho, l$  en la capa deben depender de solo dos variables estructurales ( $M_n, R_c$ ) es especialmente interesante para el planteo de lo que se conocen como relaciones de homología para capas, de especial interés para entender el desarrollo de inestabilidades térmicas en la capa que quema He durante la AGB Ver sección 2.2.3.

### 3.2.7. Masa Crítica de la Envoltura

**El Plano U-V** Las Variables  $U$  y  $V$ , también llamadas invariantes homológicos están definidas por:

$$\begin{aligned} U &= \frac{d \ln m(r)}{d \ln r} = \frac{4\pi r^3 \rho}{m(r)} = \frac{3\rho}{\bar{\rho}} \\ V &= -\frac{d \ln P(r)}{d \ln r} = \frac{\rho}{P} \frac{Gm(r)}{r} \quad \left( = \frac{G\mu m(r)}{\Re T r} \text{ en el caso de gas ideal} \right) \end{aligned} \quad (3.66)$$

En el plano  $U$ - $V$  una dada solución ( $U(r), V(r)$ ) está caracterizada por una curva. Diferenciando ambas variables *sobre la curva* obtenemos

$$\frac{dU}{U} = 3 \frac{dr}{r} + \frac{d\rho}{\rho} - \frac{dm}{m}, \quad \frac{dV}{V} = -\frac{dr}{r} + \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dm}{m} - \frac{dP}{P} \quad (3.67)$$

En las situaciones en las cuales la relación entre presión y densidad es politrópica localmente<sup>13</sup>

$$P(r) = K \rho(r)^{1+1/n} \Rightarrow \frac{dP}{P} = \left( \frac{n+1}{n} \right) \frac{d\rho}{\rho} \quad (3.68)$$

lo que permite en la ec. 3.67 reemplazar  $\rho$  en términos de  $P$ . Luego, podemos escribir

$$\frac{dV/V}{dU/U} = \frac{\left[ -\frac{dr}{r} + \frac{dm}{m} - \frac{1}{n+1} \frac{dP}{P} \right]}{\left[ 3 \frac{dr}{r} - \frac{dm}{m} + \frac{n}{n+1} \frac{dP}{P} \right]} \quad (3.69)$$

<sup>13</sup>Vale la pena resaltar que ésto no requiere que la ecuación de estado sea politrópica ya que usualmente ésto surge como consecuencia de las ecuaciones de estructura en una dada situación, por ejemplo regiones de transporte convectivo adiabático o la situación de transporte radiativo estudiada más arriba para un manto de masa despreciable.

Usando las definiciones de  $U$  y  $V$  (ec. 3.66) junto a la ecuación de definición de  $m(r)$  (ec. 2.1) y de equilibrio hidrostático (ec. 2.2) podemos despejar a  $m$  y  $P$  en términos de  $r$  como sigue:

$$\begin{aligned}\frac{dm}{m} &= U \frac{dr}{r} & (\text{ec. 2.1 + def. de } U) \\ \frac{dP}{P} &= -V \frac{dr}{r} & (\text{ec. 2.2 + def. de } V)\end{aligned}\tag{3.70}$$

Introduciendo estas expresiones en ec. 3.69 podemos deducir que

$$\frac{dV}{dU} = \frac{U}{V} \frac{(U + (n+1)^{-1}V - 1)}{(3 - U - (n+1)^{-1}nV)}\tag{3.71}$$

donde como hemos dicho el índice politrópico  $n$  depende usualmente del tipo de transporte y la composición química (mediante la opacidad) en la región analizada. Los ceros del numerador o el denominador definen regiones donde la solución debe ser horizontal ( $dV = 0$ ; en  $V = (1 - U)(n + 1)$ , línea de las horizontales) o vertical ( $dU = 0$ ; en  $V = (3 - U)(n + 1)/n$ , línea de las verticales) en el plano  $U$ - $V$ , salvo en el caso de puntos singulares (cuando ambos son cero). Además de estas dos rectas, otra recta importante que ayuda a interpretar como son las soluciones en el plano  $U$ - $V$  es la denominada “línea de las tangentes” por Faulkner (2005), veamos que tiene de particular esta recta. Tomando las dos ecuaciones de ec. 3.67 y restándolas tenemos:

$$d\ln(U) - d\ln(V) = (2U + V - 4)d\ln(r)\tag{3.72}$$

De manera que cuando  $2U + V - 4 = 0$  independientemente de cual es el  $n$  tenemos que las soluciones al pasar por esa curva del plano  $U$ - $V$  poseen la misma pendiente que la recta que une ese punto con el origen. El conocimiento de la ubicación de estas rectas nos permite sospechar como es la forma de las soluciones, solo nos resta conocer en que dirección el radio de la estrella crece. Esto puede averiguarse mirando como es  $dV/dr$ , para eso tomemos la expresión de  $dV/dr$  y derivémosla (recordemos que  $P/\rho = Kr^{1/n}$ ), tenemos entonces

$$\frac{dV}{dr} = \frac{G}{K} \left[ \frac{-1}{n} \rho^{-1/n-1} \frac{d\rho}{dr} \frac{m}{r} + \rho^{-1/n} \left( \frac{-m}{r^2} + \frac{4\pi r^2 \rho}{r} \right) \right]\tag{3.73}$$

donde usando la definición de  $V$ , la definición de  $U$  y que la ecuación de equilibrio hidrostático nos dice que

$$\frac{d\rho}{dr} = \frac{-Gm\rho^{1-1/n}}{Kr^2(1 + 1/n)}\tag{3.74}$$

encontramos que pedir que  $dV/dr > 0$  es pedir que

$$\left[ \frac{V}{n(1 + 1/n)} \frac{m}{r^2} - \frac{m}{4\pi r^2} + 4\pi r \rho \right] > 0 \Rightarrow \left[ \frac{V\rho}{(n+1)U} - \frac{\rho}{U} + \rho \right] > 0.\tag{3.75}$$

De manera que  $dV/dr > 0$  (es decir que al alejarnos del centro de la estrella  $V$  crece) cuando la solución cumple  $V > (n + 1)(1 - U)$ , es decir cuando estamos por encima de la recta de las horizontales. Conociendo estas cosas podemos entonces deducir el sentido y la orientación de las soluciones en el plano  $U - V$ . El sentido de las soluciones, desde el centro hacia afuera, inferido de este análisis corresponde al indicado por las flechas en la figura 3.2.7.

### 3.2.8. Valor Crítico de $N$

Veremos ahora que existe un valor crítico de  $N$  a partir del cual la envoltura de un núcleo denso puede acumular masa. Si bien Faulkner (2005) se centra en el estudio del caso  $n = 3$  que es más sencillo, en lo que sigue estudiaremos los casos de  $n > 3$ , ya que el índice politrópico de

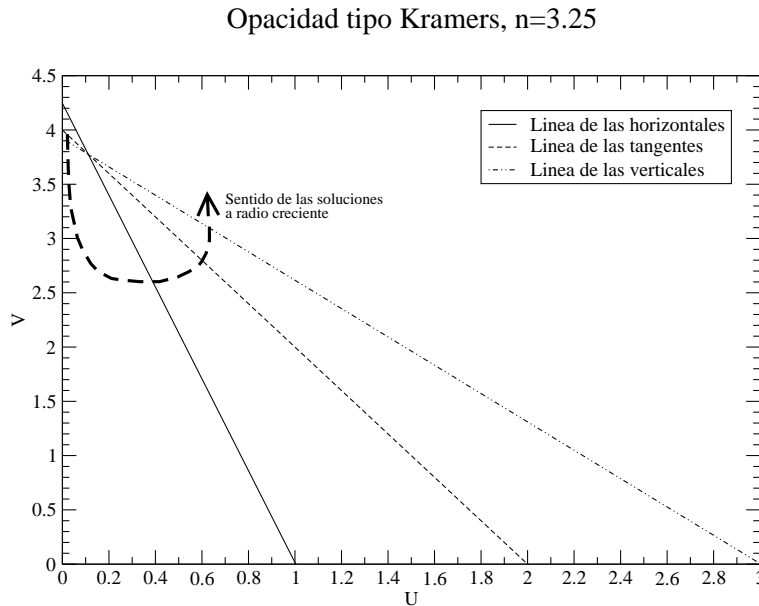


Figura 3.4: Plano  $U-V$  ya las rectas características estudiadas para el caso de  $n = 3, 25$ , correspondiente a una opacidad tipo Kramers. Las flechas marcan el sentido de las soluciones a radio  $r$  creciente y los segmentos negros la orientación de las soluciones al pasar por las rectas características

los modelos detallados corresponde a estos casos. En general en el caso de la capa que quema H  $n \gtrsim 3, 25$ , acercándose al valor correspondiente a la opacidad de Kramers en el caso de estrellas de baja masa a medida que el núcleo se hace mas compacto y masivo. Para estrellas de masa intermedia el valor de  $n$  puede mantenerse mayor a 4 durante toda la RGB. Ejemplificaremos nuestro análisis con el caso de la opacidad de Kramers ( $n = 3, 25$ ).

De la definición de  $N$  y la de  $V$  vemos que  $N$  corresponde a  $N + 1 = V_c$  con  $V_c$  el valor de la variable  $V$  en la capa que quema H. Ahora si tomamos un núcleo denso de  $\frac{\rho_c}{\bar{\rho}_n} = 0,001$  eso significa que  $U$  en la capa es  $U_c = 0,003$ , por lo que la integración de la envoltura debe empezar en algun lugar bien a la izquierda del plano  $U - V$ . Como vimos en el momento de definir  $N$ , debe ocurrir que  $N < n_{ef}$ , pero sabemos además que en el caso de envolturas de masa despreciable (envolturas clásicas, “radiative zero solution”, Kippenhahn y Weigert 1990)  $N \gg n_{ef}$ . La idea es entonces realizar integraciones “de envoltura” de la polítropa de  $n$  dado desde la base hacia afuera (hasta que la presión sea cero) y estimar la masa contenida en dicha envoltura. Para ello definimos las nuevas variables adimensionales:  $p = P/\bar{P}_n$ ,  $\mu = m/M_n$ ,  $\xi = r/M_n$ , donde  $\bar{P}_n = K\rho_c^{-1+1/n}$ . Con estas definiciones las ecuaciones 2.1 y 2.2 quedan:

$$\frac{dr}{dm} = \frac{1}{4\pi r^2 \rho} \Rightarrow \frac{dp}{d\xi} = -(N + 1) \left( \frac{\rho_c}{\bar{\rho}_c} \right)^{1/n} \frac{\mu}{\xi^2} p^{\frac{n}{n+1}} \quad (3.76)$$

$$\frac{dP}{dm} = -\frac{Gm}{4\pi r^4} \Rightarrow \frac{d\mu}{d\xi} = 3\xi^2 p^{\frac{n}{n+1}} \quad (3.77)$$

La idea es integrar las envolturas desde la base (capa que quema H) hasta el exterior ( $P = 0$ ), las ecuaciones a integrar entonces son:

$$\frac{d\xi}{dp} = \frac{-1}{(N + 1)c^{1/n}} \frac{\xi^2}{\mu} p^{\frac{-n}{n+1}} \quad (3.78)$$

$$\frac{d\mu}{dp} = \frac{-3}{(N + 1)c^{1/n}} \frac{\xi^4}{\mu} \quad (3.79)$$

desde  $p_0 = c^{\frac{n}{n+1}}$  hasta  $p = 0$ <sup>14</sup> con condiciones iniciales  $\xi_0 = 1$ ,  $\mu_0 = 1$ , donde  $c = \rho_c/\bar{\rho}_n$ . Esto puede realizarse numéricamente con cualquier integrador de ecuaciones diferenciales ordinarias. Debe recordarse que ésto será representativo de una solución real solo mientras valga la condición de transporte radiativo y la masa en dicho manto sea despreciable (pues es en este contexto que dedujimos que la relación era politrópica). En las tablas 2.2, 2.3 y 2.4 se muestra el resultado de integrar esto para diferentes valores de  $n$ ,  $\rho_c/\bar{\rho}_n$  y  $N = V_c - 1$ . Como puede verse de los dos

$N$	$R_*/R_c$	$M_*/M_c$	$R_*/R_c$ al momento de $M_*/M_c = 0,05$
4	6,622	1,00199	-
3,6	12,898	1,00294	-
3,26	215,57	1,00692	-
3,25	426,36	1,00769	-
3,24	19191,2	1,01042	-
3,23978	$4,963 \cdot 10^5$	1,0114	-
3,23976	$2,923 \cdot 10^9$	175,289	$3,216 \cdot 10^7$
3,239	$2,5 \cdot 10^7$	101,723	$2,938 \cdot 10^5$
3,235	$3,24 \cdot 10^5$	80,3596	3872,29
3,23	$1,45 \cdot 10^5$	73,2843	1744,66

Tabla 3.2: Radio y masa de las envolturas politrópicas de  $n = 3,25$ . Nótese el abrupto salto en la masa contenida en dichas envolturas al cruzar el valor crítico cerca de  $N \sim 3,23977$ . Nótese también como los radios de las envolturas crecen al acercarse  $N$  a dicho valor. En el caso de radios muy grandes a partir de determinado momento la convección se volverá importante (debido a la existencia de la línea de Hayashi) y la solución se apartará de la calculada.

$N$	$R_*/R_c$	$M_*/M_c$	$R_*/R_c$ al momento de $M_*/M_c = 0,05$
4.4	13,31	1,0018	-
4,2	25,19	1,0021	-
4,1	47,72	1,0024	-
4	671,22	1,0029	-
3,999	770,94	1,0029	-
3,993	9985,92	1,0030	-
3,992	$2,792 \cdot 10^9$	3306,1	$7,777 \cdot 10^5$
3,9	$1,143 \cdot 10^5$	246,4	630,6

Tabla 3.3: Radio y masa de las envolturas politrópicas de  $n = 4$ . Nótese el abrupto salto en la masa contenida en dichas envolturas al cruzar el valor crítico cerca de  $N \sim 3,992$ . Nótese también como los radios de las envolturas crecen al acercarse  $N$  a dicho valor. En el caso de radios muy grandes a partir de determinado momento la convección se volverá importante (debido a la existencia de la línea de Hayashi) y la solución se apartará de la calculada.

casos analizados, con valores de  $n$  típicos del manto radiativo en estrellas gigantes, la existencia de un valor crítico de  $N$  no depende del valor estricto de índice politrópico (incluso existe ese comportamiento por ejemplo para  $n = 13$ , valor similar al que pueden tener estrellas masivas al entrar en la RGB). Vemos que en los casos en que  $N$  está por encima del valor crítico es posible integrar la envoltura sin que la masa aumente y por lo tanto representando una envoltura real (pues además mientras el radio no sea muy grande no se desarrollará la convección) de manera que vemos que *efectivamente* cuando  $N$  está por encima del valor crítico la envoltura no puede

<sup>14</sup>Estrictamente la integración realiza hasta valores cada vez más cercanos a cero disminuyendo el valor hasta que dejan de cambiar los valores finales de  $R_*$  y  $M_*$

$N$	$R_*/R_c$	$M_*/M_c$	$R_*/R_c$ al momento de $M_*/M_c = 0,05$
3,6	11,13	1,0278	-
3,25	48,21	1,0514	-
3,2	94,11	1,0622	-
3,15	1095,37	1,0955	-
3,14477	$2,378 \cdot 10^9$	60,572	-
3,14	$1.508 \cdot 10^5$	24,004	-

Tabla 3.4: Radio y masa de las envolturas politrópicas de  $n = 3,25$ ,  $\rho \sim 10^{-2}$ .

almacenar una cantidad apreciable de masa. Por reducción al absurdo podemos entonces concluir que si la envoltura ha de poseer una masa comparativa a la del núcleo  $N$  debe estar por debajo de dicho valor crítico.

La existencia de dicho valor crítico se debe a la existencia de una bifurcación en el plano  $U-V$  de las soluciones. Tomemos el caso de  $n = 3,25$  mostrado en la figura 3.2.7 y una estructura con un núcleo denso  $U \sim 0,02$ . La existencia de la línea de las horizontales claramente marca que soluciones con  $N = V_c$  sobre o debajo de esta línea serán enviadas hacia abajo (a  $r$  creciente) a través de un lazo alrededor del punto crítico donde se cortan todas las rectas. Estas soluciones son las que presentan masas importantes en las tablas. Por otra parte soluciones suficientemente (apenas) por encima de la recta de las horizontales son enviadas hacia arriba y hacia la izquierda, integrando envolturas de masa despreciable. Esto se muestra en el bosquejo realizado en la ampliación presentada en la figura 3.5. La transición de un tipo a otro de envolturas (masivas

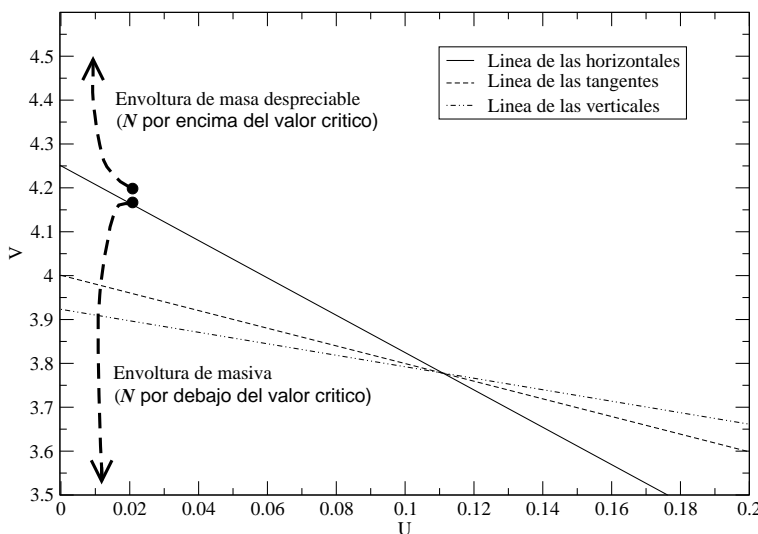


Figura 3.5: Plano  $U-V$  ya las rectas características estudiadas para el caso de  $n = 3,25$ , correspondiente a una opacidad tipo Kramers. Las flechas marcan el sentido de las soluciones a radio  $r$  creciente y los segmentos negros la orientación de las soluciones al pasar por las rectas características

y no masivas) es indudablemente alterda por la presencia de convección, pero debe remarcarse que mientras la envoltura posee masa casi despreciable y radios no extremadamente grandes las integraciones son representativas de la realidad.

Es interesante notar lo rápido que aumenta el radio de dichas envolturas a medida que  $N$  se acerca al valor crítico, valor que veremos es muy cercano a la ubicación de la línea de las horizontales para ese valor dado de  $U$ . Incrementos en  $N$  de menos del 10% desde el valor crítico producen envolturas con radios desde valores imposiblemente altos, imposibles debido a

la existencia de la línea de Hayashi a apenas 10 veces el radio del núcleo. Esto nos dice que la temperatura en la capa que quema H (dada por 3.37) permanece sin modificar durante esta transición (esto explica porqué la capa que quema H no se apaga al salir de la AGB o RGB). Más interesante aún es el hecho de que surge una dependencia muy fuerte entre la masa de la envoltura y el radio de la estrella (dependencia que es más fuerte para un  $n$  dado en el caso de núcleos más densos) y especialmente el hecho de que existe una masa crítica (más pequeña cuanto más denso el núcleo) para la envoltura de,  $\sim 0,01M_n$  a  $\sim 0,001M_n$  dependiendo del caso, alrededor de la cual la envoltura toma dimensiones gigantescas. Este resultado, no mencionado por nadie aún, es lo que explica porque las estrellas abandonan la RGB o la AGB cuando la pérdida de masa erosiona a la envoltura, reduciéndola a apenas unos centésimos de la masa estelar.

El siguiente experimento mental ayuda a entender el comportamiento de la estructura de gigante. Tomemos por ejemplo una estrella con  $n = 3,25$  típico de la opacidad de Kramers, un núcleo denso y  $M_\star \sim 1,003M_c$ . Según la tabla 2,2 poseerá un radio apenas 10 veces mayor al de su núcleo. Si empezamos aumentar la masa de la envoltura entonces el radio rápidamente irá creciendo, con un aumento de un factor dos en la masa de la envoltura el radio crece un factor 40. La temperatura basal puede decirse que efectivamente no cambió. Si se sigue aumentando la masa entonces los radio son tan grandes que la estrella estaría más allá de la línea de Hayashi, por lo que en realidad la estructura se va volviendo progresivamente convectiva. Esto ayuda a que el acopio de masa sea más efectivo. Cuando más masiva la envoltura más importante es la zona convectiva, pero debido a la presencia de la zona radiativa la temperatura en el fondo de la envoltura no es esperable que sea afectada. Este análisis “de afuera hacia adentro” muestra que la temperatura en la base de una envoltura convectiva estará fijada cerca del valor crítico dado por la recta de las horizontales. Mirando de adentro hacia afuera podemos decir que con temperaturas en la línea de las horizontales es posible integrar envolturas masivas, por lo que una envoltura masiva debe poseer, por continuidad con el caso no masivo, temperaturas basales cerca de ese valor. En la realidad la convección viene a cambiar el comportamiento de la solución en las regiones más externas, produciendo radios mucho más chicos de manera que se cumplan las condiciones de contorno externas y las estrella este en la región permitida de la línea de Hayashi.

El experimento mental mencionado más arriba es lo opuesto de lo que ocurre con una estrella gigante cuando la envoltura por encima de ella es removida por la pérdida de masa. Por lo tanto lo anterior explica porqué las estrellas deciden abandonar la rama de las gigantes una vez que su envoltura es erosionada. En la figura 3.6 se muestra la ubicación de modelos de la secuencia de  $1,8 M_\odot$  antes y después de salir de la AGB. Dichos modelos poseen en el manto radiativo un índice de  $n_{\text{ef}} = 3,23$  y masas cerca del valor crítico  $M_\star/M_n = 1,24$  y  $M_\star/M_n = 1,006$  antes y después de salir de la AGB respectivamente. El acuerdo con lo expuesto más arriba es extraordinario. Es especialmente interesante notar la bifurcación que ocurre en el camino seguido por las soluciones al abandonar la AGB, tal y como predice el análisis anterior.

### 3.3. Evolución post secuencia principal hacia el encendido del Helio

#### 3.3.1. Estrellas con $M \gtrsim 1,8M_\odot$

**Efectos sobre la capa que quema H de la contracción del núcleo inerte de Helio** Si tomamos la expresión 2.42 de la dependencia  $T(R_c, M_n)$  con  $n_{\text{ef}} = 3,25$

$$T_c \simeq \frac{(5 \pm 0,3)10^{17}}{R_c} [M_n/M_\odot] \Rightarrow R_c \sim 2 \cdot 10^{-18} \frac{T_c}{M_n/M_\odot} \quad (3.80)$$

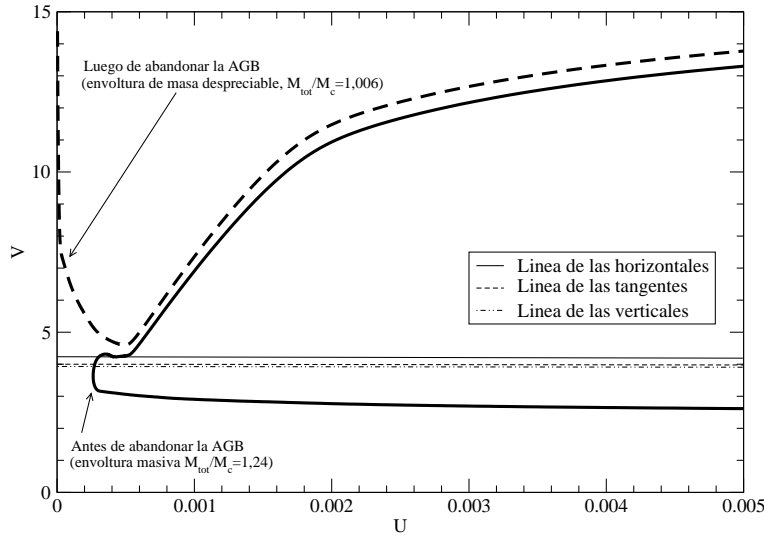


Figura 3.6: Plano  $U$ - $V$  y las rectas características estudiadas para el caso de  $n = 3, 23$ . Nótese como la bifurcación ocurre efectivamente cerca del valor dado por la recta de las horizontales. Las temperaturas efectivas de los modelos son 2800 K y 44700 K para el modelo de envoltura masiva y el de envoltura despreciable respectivamente.

y la introducimos en 2.62, podemos obtener la dependencia de  $\frac{\rho_c}{\bar{\rho}_n}$  con la temperatura y la masa del núcleo para la capa que quema H. Reemplazando esto resulta

$$\frac{\rho_c}{\bar{\rho}_n} = 9,352110^{-7} T_9^{-11/24} e^{3,807/T_9^{1/3}} \left[ \frac{M_n}{M_\odot} \right]. \quad (3.81)$$

En la figura 3.7 se muestran la relación de  $\rho_c/\bar{\rho}_n$  con  $T_c$  para diferentes masas del núcleo que surge de este análisis. Unas de las consecuencias directas de esta relación es que la disminución de  $\rho_c/\bar{\rho}_n$ , que surge inevitablemente del aumento de  $\bar{\rho}_n$  está acompañado por un aumento de la temperatura de la capa y por lo tanto de un aumento en su luminosidad ( $\epsilon$  depende fuertemente de  $T$ ). Esto se observa en los modelos numéricos, los cuales van trepando la rama de las gigantes a medida que su núcleo se contrae.

Es interesante notar que, a diferencia de lo que ocurre con las densidades, la temperatura del núcleo y la de la capa que lo rodea aumentan al mismo compás, manteniendo una relación más o menos constante. Si tomamos la ecuación de equilibrio hidrostático y notamos que la presión cae ordenes de magnitud desde el centro del núcleo al borde del mismo podemos estimar que en el centro

$$P_{\text{centro}} \sim \frac{2G}{\pi} \frac{M_n^2}{R_c^4}. \quad (3.82)$$

Luego como el gas del núcleo es aproximadamente un gas ideal tendremos que

$$T_{\text{centro}} \sim \frac{8\mu G}{3\mathfrak{R}} \frac{M_n}{R_c} \frac{\bar{\rho}_n}{\rho_{\text{centro}}} \quad (3.83)$$

donde puede apreciarse la misma dependencia de  $T_{\text{centro}}$  con  $M_n$  y  $R_c$  que para la temperatura de la capa. De manera que recordando la expresión para la temperatura en la capa que quema H tenemos que

$$\frac{T_{\text{centro}}}{T_c} \sim \frac{8N}{3} \frac{\bar{\rho}_n}{\rho_{\text{centro}}} \quad (3.84)$$

donde como  $\rho_{\text{centro}}$  en el caso de estrellas de masa intermedia es solo algunas veces  $\bar{\rho}_n$  y no cambia mucho a lo largo de la evolución vemos que la temperatura en el centro y en la capa que quema H aumentan al mismo ritmo. Lo más importante de esto es que el aumento de  $T_c$  es acompañado por un aumento de la temperatura del núcleo inerte de helio.

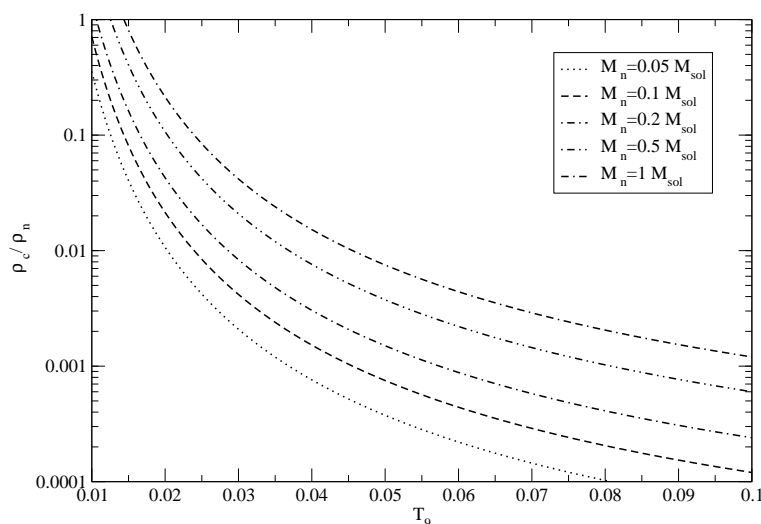


Figura 3.7: Relación de  $\rho_c/\bar{\rho}_n$  con  $T_c$ . Notar que las estrellas de masa intermedia, en las cuales el encendido del núcleo ocurre por contracción del núcleo inerte, la masa del mismo no cambia demasiado, por lo que se moverán aproximadamente sobre líneas de igual masa.

**Evolución post secuencia principal de estrellas masivas** Como hemos mencionado más arriba, debido a que la quema de H en estrellas masivas ocurre en un núcleo convectivo, cuando el H se agota en el núcleo este lo hace de golpe en toda una región de masa considerable. Al perder la fuente de sustentación (el gradiente de temperaturas producido por la necesidad de liberar energía) este comienza a contraerse. La contracción de este núcleo de gas ideal <sup>15</sup> sucede a medida que la energía del mismo es radiada ya que en virtud del teorema del virial (ver sección anterior) la pérdida de energía total del sistema está acompañada de compresión y calentamiento por la ecuación 3.179. A medida que el núcleo de He se contrae las capas externas se expanden y enfrían, en virtud de lo analizado en la sección 2.2.3, llevando a la estrella a la región de las gigantes rojas del diagrama H-R cerca de línea de Hayashi. Vale la pena notar que todo esto ocurre fuera del equilibrio térmico,  $dS/dt \neq 0$ , y las estructuras estudiadas en la sección 2.2.3 por lo tanto solo corresponden al estado estacionario al cual *tiende* la estructura. Como hemos visto en la sección anterior el calentamiento de la capa ardiente acompaña el calentamiento del núcleo de He inerte. Cuando la temperatura alcanza los  $1,1 \times 10^8$  K la liberación de energía por medio de la reacción  $3\alpha \rightarrow {}^{12}\text{C}$  se vuelve importante y el núcleo se expande nuevamente (con la consecuente contracción de la envoltura). La estrella alcanza entonces una estructura en equilibrio térmico nuevamente. Luego de agotarse el He en el núcleo la estrella, ahora compuesta de un núcleo de C-O rodeado de dos capas concéntricas que queman He e H respectivamente (ver figura 2.3), la estrella vuelve a dirigirse a la región de las gigantes (ahora llamada AGB). A medida que la estrella evoluciona en la AGB el núcleo de C-O se hace más denso (como consecuencia del aumento de su masa, como ocurre con las estrellas de menor masa al final de la secuencia principal, ver próxima sección) y  $\Delta P/P$  se hace muy grande en la superficie de dicho núcleo. Como veremos más adelante (sección 2.2.7) la consecuencia de esto es que la capa que quema He se vuelve muy delgada e inestable frente a la quema de He. Esta inestabilidad da lugar a los pulsos térmicos de la AGB que juegan un papel esencial en la presente tesis.

<sup>15</sup>Si la degeneración se vuelve importante, como ocurre en los núcleos de estrellas de  $M \lesssim 1,8M_{\odot}$ , lo que sigue no es aplicable y por el contrario la evolución a partir de ese punto está dada por lo estudiado en la sección siguiente y que culmina en el flash del núcleo de He.



### 3.3.2. Estrellas con $M \lesssim 1,8M_{\odot}$

A diferencia de lo que ocurre en estrellas de mayor masa en las estrellas de baja masa la degeneración rápidamente se hace importante en el núcleo agotado de H. Como consecuencia estos núcleos no se contraen de manera significativa y la temperatura de los mismos no aumenta por esta contracción. En estos casos el aumento de la temperatura solo ocurre a medida que la capa que quema H va dejando atrás un núcleo cada vez más grande de He fuertemente degenerado. Debido a la alta conductividad del calor de los electrones degenerados el núcleo es, a grandes rasgos, isotérmico y posee una temperatura similar a la de la capa que quema H a su alrededor. En la realidad, alrededor del núcleo de He degenerado existe un manto de gas caliente poco degenerado donde la temperatura cae a los valores de la capa ardiente. A medida que la masa del núcleo aumenta también aumenta la temperatura de la capa que la rodea. Por ejemplo, si despreciásemos la existencia de una región del núcleo que no está fuertemente degenerada, una estructura mantenida por la presión de degeneración de electrones completamente degenerados y no relativistas cumple que  $M^{1/3}R \sim cte$  y como  $T_c \sim M_c/R_c$  entonces vemos que en tal caso la temperatura aumentaría como  $T_c \sim M_c^{4/3}$ . En la realidad, la expansión del manto no degenerado inmediatamente por debajo de la capa que quema H hace que el radio no cambie tanto y el aumento de la temperatura con  $M_c$  es un poco más bajo. Finalmente este calentamiento lleva al encendido del He en el núcleo en condiciones degeneradas. Esto lleva a la ocurrencia de un flash como veremos en la sección 3.4. La evolución posterior es similar a la de las estrellas de mayor masa ya descritas. Como hemos visto en la sección 2.1, mientras exista un pequeño manto radiativo por encima de la capa ardiente la relación entre  $P$  y  $T$  es independiente de la envoltura que la rodea y solo es susceptible a lo que ocurre en el núcleo de la misma. Vimos que eso lleva (sección 2.2.3) a las cantidades  $P_{\text{capa}}, T_{\text{capa}}, \rho_{\text{capa}}$  solo a depender de las propiedades globales del núcleo  $M_n$  y  $R_c$ . Debido a esto es natural proponer que las propiedades de la capa que quema H (y también de la capa que quemará He más adelante) escaleen con la masa y el radio del núcleo. En lo que sigue haremos precisamente esas hipótesis y obtendremos como aumenta la luminosidad a medida que cambia  $R_c$  y  $M_c$  en la evolución durante la RGB.

**Relaciones de homología para capas.** Como hemos visto en la sección 2.2.3 las variables de estructura  $(T, P, \rho, l)$  en la capa que quema H deben depender de solo de dos variables estructurales  $(M_n, R_c)$ . En lo que sigue aprovecharemos este resultado para obtener expresiones útiles no solo para entender la evolución de estrellas de baja masa hacia el flash del helio.

En las relaciones de homología tradicionales se miraban puntos que tuviesen iguales valores de  $r/R_{\star}$  y  $m/M_{\star}$  y se veía como los valores de las variables de estructura escaleaban en esos puntos al cambiarse las cantidades  $M_{\star}$  y  $R_{\star}$  que caracterizaban a los modelos. Ahora lo que haremos es trabajar solo localmente en la región donde está la capa ardiente. En virtud de que  $R_c$  es la única escala de distancias en el borde del núcleo donde está la capa ardiente, es natural considerar ahora que los puntos equivalentes son aquellos ubicados a iguales distancias relativas  $r/R_c$ . En este caso, sin embargo, no nos preocuparemos por la ubicación  $m/M_n$  ya que como dichas capas ocupan (en coordenada masa) una región muy pequeña de la estrella debido a la alta dependencia de las tasas de liberación de energía con la temperatura. Consideraremos, entonces, que todo ocurre en una región muy localizada de valor  $m \sim M_n$ . Bajo estas ideas propondremos que los valores de las variables de estructura  $\rho, P, T$  y  $l$  en puntos equivalentes (i.e. de igual  $r/R_c$  en dos modelos de diferentes características) escaleen con las únicas dos propiedades de la estrella que son relevantes en la capa ardiente,  $R_c$  y  $M_n$ . Es decir, propondremos que

$$\frac{\rho}{\rho'} = \left(\frac{M_n}{M'_n}\right)^{\phi_1} \left(\frac{R_c}{R'_c}\right)^{\phi_2} \quad (3.85)$$

$$\frac{P}{P'} = \left(\frac{M_n}{M'_n}\right)^{\tau_1} \left(\frac{R_c}{R'_c}\right)^{\tau_2} \quad (3.86)$$

$$\frac{l}{l'} = \left(\frac{M_n}{M'_n}\right)^{\sigma_1} \left(\frac{R_c}{R'_c}\right)^{\sigma_2} \quad (3.87)$$

$$\frac{T}{T'} = \left(\frac{M_n}{M'_n}\right)^{\chi_1} \left(\frac{R_c}{R'_c}\right)^{\chi_2} \quad (3.88)$$

donde hemos denominado  $\rho$ ,  $P$ ,  $T$ ,  $l$  y  $\rho'$ ,  $P'$ ,  $T'$ ,  $l'$  a las variables de estructura evaluadas en puntos  $r$  y  $r'$  homólogos de ambos modelos, i.e.  $r/R_c = r'/R'_c$ . Ahora, para un modelo dado las variables deben cumplir las ecuaciones de estructura estelar, la cuales pueden reescribirse en nuestro caso como<sup>16</sup>

$$dP \propto M_c \rho d(1/r), \quad dT \propto \frac{\kappa \rho l}{T^3} d(1/r), \quad dl \propto \epsilon \rho d(r^3) \quad (3.89)$$

Usando que las funciones de material pueden aproximarse como leyes de potencia,  $\kappa = \kappa_0 P^a T^b$ ,  $\epsilon = \epsilon_0 \rho^{n-1} T^\nu$  y que el gas en la capa debe ser un gas de Boltzmann,  $P = \Re \rho T / \mu$  esas ecuaciones pueden reescribirse como

$$dP \propto M_c \rho d(1/r), \quad d(T^4) \propto \frac{\kappa_0 P^a T^b \rho l}{T^3} d(1/r), \quad dl \propto \epsilon_0 \rho^n T^\nu \rho d(r^3). \quad (3.90)$$

Estas ecuaciones deben ser cumplidas por todos los modelos homológicos, por lo que tenemos exactamente las mismas relaciones para las variables primadas  $P'$ ,  $T'$ ,  $\rho'$ ,  $l'$ . Utilizando que  $dP/dP' = (M_n/M'_n)^{\tau_1} (R_c/R'_c)^{\tau_2}$ <sup>17</sup>. y que tanto  $dP$  como  $dP'$  cumplen la ecuación 3.90 tenemos<sup>18</sup>

$$\frac{\rho}{\rho'} = \left(\frac{M_n}{M'_n}\right)^{\tau_1-1} \left(\frac{R_c}{R'_c}\right)^{\tau_2+1} \Rightarrow \left(\frac{M_n}{M'_n}\right)^{\phi_1} \left(\frac{R_c}{R'_c}\right)^{\phi_2} = \left(\frac{M_n}{M'_n}\right)^{\tau_1-1} \left(\frac{R_c}{R'_c}\right)^{\tau_2+1} \quad (3.91)$$

de donde surge que  $\tau_1 = \phi_1 + 1$  y  $\tau_2 = \phi_2 - 1$ . De igual manera tenemos que

$$\left(\frac{M_n}{M'_n}\right)^{4\chi_1} \left(\frac{R_c}{R'_c}\right)^{4\chi_2} = \frac{dT^4}{dT'^4} = \frac{\rho}{\rho'} \left(\frac{P}{P'}\right)^a \left(\frac{T}{T'}\right)^b \frac{l}{l'} \frac{1/R_c}{1/R'_c} \quad (3.92)$$

y reemplazando las leyes de escaleo de  $P$  y  $T$  y  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  en términos de  $\phi_1$ ,  $\phi_2$ , tenemos que debe cumplirse entre los exponentes la siguiente igualdad:

$$\chi_1(4-b) = \phi_1(a+1) + a + \sigma_1 \quad y \quad \chi_2(4-b) = \phi_2(a+1) - a - 1\sigma_2 \quad (3.93)$$

Y la ecuación para la luminosidad nos dice ahora que

$$\left(\frac{M_n}{M'_n}\right)^{\sigma_1} \left(\frac{R_c}{R'_c}\right)^{\sigma_2} = \frac{dl}{dl'} \left(\frac{\rho}{\rho'}\right)^n \left(\frac{T}{T'}\right)^\nu \left(\frac{R_c}{R'_c}\right)^3, \quad (3.94)$$

<sup>16</sup>Como estamos trabajando bajo la suposición de que toda esta región es de masa despreciable, la variable  $m$  es innecesaria por lo que solo poseemos tres ecuaciones a resolver.

<sup>17</sup>Es interesante aquí notar la siguiente sutileza. Los diferenciales de las ecuaciones 3.90 están tomados *sobre un mismo modelo*. Uno podría preguntarse qué relación hay entre los diferenciales de dos modelos homológicos, para eso es necesario decir qué puntos compararemos entre ambos modelos. Sea  $dP = P(r_b) - P(r_a)$  y  $dP' = P'(r'_b) - P'(r'_a)$  donde  $r_a/R_c = r'_a/R'_c$  y  $r_b/R_c = r'_b/R'_c$  entonces estamos en condiciones de decir que

$$dP = P(r_b) - P(r_a) = \left(\frac{M_n}{M'_n}\right)^{\tau_1} \left(\frac{R_c}{R'_c}\right)^{\tau_2} (P'(r'_b) - P'(r'_a)) = \left(\frac{M_n}{M'_n}\right)^{\tau_1} \left(\frac{R_c}{R'_c}\right)^{\tau_2} dP'$$

Donde vemos que los cambios de las variables de estructura *sobre un dado modelo* escalean, al comparar cambios entre puntos homólogos, igual que las variables mismas.

<sup>18</sup>Aquí estamos utilizando nuevamente que los cambios son comparados sobre puntos homólogos, lo que nos permite decir que

$$\frac{d(1/r)}{d(1/r')} = \frac{(1/r_b) - (1/r_a)}{(1/r'_b) - (1/r'_a)} = \frac{1/R_c (R_c/r_b) - (R_c/r_a)}{1/R'_c (R'_c/r'_b) - (R'_c/r'_a)} = \frac{1/R_c}{1/R'_c}$$

donde la última igualdad se cumple precisamente porque estamos comparando puntos homólogos,  $r_a/R_c = r'_a/R'_c$  y  $r_b/R_c = r'_b/R'_c$ .

donde al reemplazar la forma en que se postuló que escanean  $\rho$  y  $T$  tenemos

$$\sigma_1 = n\phi_1 + \nu\chi_1 \quad y \quad \sigma_2 = n\phi_2 + \nu\chi_2 + 3 \quad (3.95)$$

Por su parte la ecuación de estado, que hemos supuesto de gas ideal de Boltzmann, impone que

$$\phi_1 + \chi_1 = \tau_1 \quad y \quad \phi_2 + \chi_2 = \tau_2. \quad (3.96)$$

Obtenemos un sistema de 8 ecuaciones que vinculan a los 8 exponentes “homológicos” ( $\phi_1$ ,  $\phi_2$ ,  $\chi_1$ ,  $\chi_2$ ,  $\tau_1$ ,  $\tau_2$ ,  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ) con las propiedades de la microfísica, caracterizadas en este caso por los 4 exponentes  $a$ ,  $b$ ,  $n$ ,  $\nu$ . Al despejar dichas ecuaciones resulta:

$$\begin{aligned} \phi_1 &= -\left(\frac{\nu - 4 + a + b}{1 + n + a}\right), & \phi_2 &= \left(\frac{\nu - 6 + a + b}{1 + n + a}\right) \\ \chi_1 &= 1, & \chi_2 &= -1 \\ \tau_1 &= 1 + \phi_{1(\nu,a,b,n)}, & \tau_2 &= 1 + \phi_{2(\nu,a,b,n)} \\ \sigma_1 &= \nu + n\phi_{1(\nu,a,b,n)}, & \sigma_2 &= 3 - \nu + n\phi_{2(\nu,a,b,n)} \end{aligned} \quad (3.97)$$

De manera que dado el comportamiento de  $\epsilon(P, T)$  y  $\kappa(P, T)$  podemos decir como se escalarán las funciones  $\rho$ ,  $P$ ,  $T$  y  $l$  en la capa quemadora al cambiar el núcleo de  $M_n$ ,  $R_c$  por otro de valores  $M'_n$ ,  $R'_c$ . Es importante notar que al considerar la ecuación de estado como ideal estamos despreciando cualquier tipo de efecto de la degeneración sobre el comportamiento de la capa quemadora. Esto claramente no será completamente correcto y es necesario agregarlo si se pretende obtener una descripción cuantitativa del fenómeno.

Notemos que hemos reencontrado con este análisis la ley de escaleo para la temperatura  $T \propto M_n/R_c$  encontrada antes al estudiar la envoltura. Además, hemos encontrado que

$$l \propto M_c^{\nu+n\phi_{1(\nu,a,b,n)}} R_c^{3-\nu+n\phi_{2(\nu,a,b,n)}},$$

expresión que guarda una interesante cercanía con la expresión 3.49. En virtud de que esta relación de escaleo vale para todos los puntos de la capa quemadora, también vale para el punto más externo de la misma, donde  $l = L_{\text{capa}}$ . A diferencia de lo que ocurre en la secuencia principal el mecanismo de liberación de energía ( $\nu$ ,  $n$ ) es ahora importante para decidir la luminosidad de la estrella. La diferencia surge del hecho de que en las estrellas de secuencia principal el gradiente de temperaturas está fijado (en el caso de transporte radiativo) por la necesidad de que la presión soporte todo el peso de la estrella, mientras que en este caso el peso de la envoltura no determina en nada los valores de la presión y temperatura en la capa. Notemos que  $L$  depende de la opacidad local por medio de los  $\phi_i$ .

Volviendo al problema de la evolución post secuencia principal de baja masa, es interesante analizar que nos dicen los exponentes usuales respecto a estas dependencias. Para los casos de CNO  $\nu = 15$  y  $n = 2$  y opacidad de Kramers ( $a = 1$ ,  $b = -4,5$ ) o dispersión por electrones libres ( $a = b = 0$ ) tenemos:

$$\begin{aligned} L_{\text{capa}} &\propto M_n^{11,25} R_c^{-9,25}, & \text{Opacidad de Kramers} \\ L_{\text{capa}} &\propto M_n^{7,66} R_c^{-6}, & \text{Dispersión por } e^- \text{ libre, (Thompson)} \end{aligned} \quad (3.98)$$

Donde vemos que para evoluciones a radio constante como ocurre en estrellas de baja masa un cambio en un factor dos de la masa del núcleo se vería reflejado en un aumento de  $\sim 2400$  ( $\sim 200$ ) veces en  $L_{\text{capa}}$  para Kramers (dispersión de  $e^-$ ). Este aumento de 2 a 3 órdenes de magnitud en la luminosidad es efectivamente observado en la resolución numérica de la evolución en la etapa de gigante roja, ver figura 2.1.

### 3.4. Quema inestable: Flashes

Como hemos visto más arriba, la consecuencia principal del Teorema del Virial es que el cambio en la energía interna del gas ( $\Delta E_i$ ) es una fracción del cambio en la energía gravitatoria de ligadura ( $\Delta E_g = -\Delta E_i/\xi$ , con  $\xi > 1$  en sistemas ligados) de manera que los cambios en la energía total del gas ( $E_{\text{tot}} := E_i + E_g$ ) son proporcionales y de igual signo (de signo opuesto) a los cambios en  $E_i$  ( $E_g$ ). Esto produce que cuando el material absorbe energía debe expandirse y enfriarse, mientras que la liberación de energía está caracterizada por contracción y calentamiento. Esto puede ser caracterizado diciendo que la estructura posee un calor específico  $c^*$  negativo,  $dq = c^*dT$ . En virtud de esto, dada una situación estacionaria, si temporalmente se liberase un poco más de energía que la requerida por el equilibrio estacionario ese exceso de energía<sup>19</sup> lleva a un enfriamiento y expansión de la región correspondiente. Como las funciones  $\epsilon$  son fuertemente *crecientes* con  $T$  entonces ese enfriamiento corrige el exceso mencionado. Situación opuesta si existe un defecto en la liberación de energía, en ese caso el teorema del virial llevaría a una contracción y calentamiento que nuevamente estabiliza la situación. Es en virtud de este resultado que la quema nuclear en estrellas ocurre de manera estacionaria y no en fuga (“Flash”). Sin embargo, en determinadas circunstancias, el calor específico (vagamente) mencionado más arriba se vuelve negativo y la liberación de energía en el material estelar es inestable. Como estos “Flashes” son de importancia central para esta tesis en lo que sigue estudiaremos estas situaciones. Para entender cuales son necesitamos un conocimiento más detallado de que es ese mencionado calor específico  $c^*$ .

#### 3.4.1. Calor específico gravotérmico

La intención es ver como es el calor específico  $c^*$ , el cual está dado por  $dq = c^*dT$  en algún tipo de *proceso característico de la evolución estelar*. Utilizando la primera ley de la termodinámica

$$dq = du + Pdv, \quad v := 1/\rho \text{ y } dq := \text{Calor agregado al gas por unidad de masa} \quad (3.99)$$

donde  $\rho(P, T)$  y  $u(P, T)$  y recurriendo a las definiciones usuales de las derivadas logarítmicas

$$\alpha := \left( \frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln P} \right)_T, \quad \delta := - \left( \frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln T} \right)_P \quad (3.100)$$

la primera ley de la termodinámica puede ser escrita como, ver ecuaciones 4.17 y 4.21 del libro de Kippenhahn y Weigert (1990),

$$dq = c_P T \left[ \frac{c_v}{c_P} \frac{dT}{T} - \frac{\nabla_{\text{ad}}}{\alpha} \left( \alpha \frac{dP}{P} - \delta \frac{dT}{T} \right) \right]. \quad (3.101)$$

Para proseguir con el análisis necesitamos saber como es la relación entre los cambios en  $T$  y en  $P$  en el proceso a estudiar (cada proceso tiene su calor específico propio).

Para el caso de quema central nos basaremos en el siguiente modelo. Consideraremos que la quema ocurre en una pequeña bolita de masa  $m_s$  y radio  $r_s$  en el centro de la estrella (cuya densidad, presión y temperatura denotaremos con  $\rho_c$ ,  $P_c$  y  $T_c$ ). Esta bolita absorberá calor en equilibrio hidrostático con el resto de la estrella por encima de ella, esto es lo que define el proceso cuyo calor específico queremos determinar. Debemos sin embargo hacer alguna suposición respecto a como reaccionan las capas por encima de la bolita a los cambios en ésta. Consideraremos que la estructura reacciona uniformemente, lo que permitirá obtener expresiones sencillas. Es decir consideraremos que la estructura sufre un cambio diferencial en el cual cada capa de la estrella (de valor de  $\xi = m/M_\star$  dado) cambia de radio de  $r(\xi)$  a  $r'(\xi)$

$$r'(\xi) = r(\xi) + \delta r(\xi) = r(\xi)(1 + x) \quad \text{de manera que } r(\xi)/R_\star = r'(\xi)/R'_\star, \quad \forall \xi, \quad (3.102)$$

<sup>19</sup>Esta energía que es *incorporada* al gas de fotones, electrones e iones pues antes de ser liberada por la quema nuclear no estaba siendo considerada en  $E_i$ .

donde hemos llamado  $x = \delta r/r^{20}$ . Bajo esa suposición integrando la ecuación de equilibrio hidrostático desde la superficie al centro surge ( $P_{\text{sup}} \sim 0$ )

$$P_c = -c_2 \int_0^1 d\xi \xi \frac{m(\xi)^2}{r(\xi)^4} \quad (3.103)$$

y lo mismo vale para las variables primadas, de manera que el cambio en la presión central es producido por la expansión/contracción uniforme parametrizada por  $x$  es

$$P_c - P'_c = (-c_2) \int_0^1 d\xi \xi m(\xi)^2 \left[ \frac{1}{r(\xi)^4} - \frac{1}{r'(\xi)^4} \right] = \int_0^1 d\xi \xi \frac{m(\xi)^2}{r(\xi)^4} [4x + O(x^2)] \sim 4x P_c \quad (3.104)$$

Por lo tanto frente a contracciones o expansiones uniformes la presión central (y de hecho la presión en todos los puntos homológicos) cambia según  $\delta P_c/P_c := (P'_c - P_c)/P_c = -4x$ . De igual forma el cambio en la densidad central cambia de manera tal que  $m'(\xi) = m(\xi)$ , por lo tanto si  $\xi$  es cercano al origen

$$\frac{4\pi}{3} r^3 \rho_c = \frac{4\pi}{3} r'^3 \rho'_c \Rightarrow \rho_c = (1+x)^3 \rho'_c \Rightarrow \rho_c = (1+3x + O(x^2)) \rho'_c \quad (3.105)$$

por lo que  $\delta \rho_c/\rho_c := (\rho'_c - \rho_c)/\rho_c = -3x$ . Tenemos entonces que los cambios en el centro están dados por

$$\frac{\delta P_c}{P_c} = -4x, \quad \frac{\delta \rho_c}{\rho_c} = -3x. \quad (3.106)$$

y podemos obtener el cambio en la temperatura central de la estrella utilizando la ecuación de estado, la cual en virtud de 3.100 puede escribirse de manera diferencial como:

$$\frac{\delta \rho}{\rho} = \alpha \frac{\delta P}{P} - \delta \frac{T}{T}. \quad (3.107)$$

Ahora estamos en condiciones de deducir la dependencia de  $P$  con  $T$  del proceso estudiado, que necesitábamos para seguir con lo obtenido en ec. 3.101, ésta resulta

$$-\frac{(\alpha 4 - 3)}{\delta} x = \frac{\delta T_c}{T_c} \Rightarrow \frac{\delta P_c}{P_c} = \frac{4\delta}{4\alpha - 3} \frac{\delta T_c}{T_c}. \quad (3.108)$$

Utilizando esta relación entre los cambios en la presión y en la temperatura y utilizando que  $c_v/c_P = 1 - (\delta/\alpha)\nabla_{\text{ad}}$  la relación entre el calor entregado al gas en el centro y el cambio en la temperatura central del mismo resulta

$$dq_c = T_c c_P \left[ 1 - \nabla_{\text{ad}} \frac{4\delta}{(4\alpha - 3)} \right] \frac{\delta T_c}{T_c} =: T_c c^* \frac{\delta T_c}{T_c} \quad (3.109)$$

donde  $c^*$  es el llamado calor específico gravotérmico. Este calor específico nos dice *como cambia la temperatura de la bolita central* (donde estamos suponiendo que ocurre la quema nuclear) *cuando se le agrega una cantidad de calor  $dq_c$  de manera suficientemente lenta para que no salga del equilibrio hidrostático* —donde además consideramos una expansión/contracción uniforme por simplicidad.

Por ejemplo para un gas ideal lo anterior nos dice que la contracción ( $x < 0$ ) produce calentamiento de la región central, en consonancia con lo que surgía del teorema del Virial. Ahora si  $c^*$  es negativo, como es en el caso de un gas ideal, entonces el calentamiento debería estar asociado a una pérdida de calor en la bolita central —como es el caso usual al analizar el teorema del Virial, parte de la energía debería ser radiada hacia afuera durante la contracción.

<sup>20</sup>Notar que si la estrella se contrae o expande de esta manera la ecuación  $\partial l'/\partial m' \neq \epsilon'_n$ , pues no se puede pasar de un modelo homólogo a otro sin cambiar ni  $M$  ni  $\mu$  de lo visto antes. Lo que estamos haciendo *no* es una transformación de homología ya que no tenemos idea hacia donde cambia  $l$ . Solo postulamos que toda la expansión es uniforme.

### 3.4.2. Análisis de la estabilidad de la quema central

Si bien el hecho de que la quema sea inestable está íntimamente ligado al signo de  $c^*$ , no es solamente el signo de  $c^*$  quien define la estabilidad de la quema nuclear. El otro punto importante es con que rapidez la estrella es capaz de eliminar un dado exceso de energía. En lo que sigue analizaremos que ocurre si una dada situación estacionaria es perturbada, lo que nos permitirá determinar en que situaciones la quema es inestable.

Al expandirse cada una de las capas de la estrella, el término  $E_g = -T dS/dt$  que originalmente era cero *ya no será cero*. En la esfera central y su entorno, si asumimos transporte radiativo, debe valer la relación

$$\frac{dT}{dm} = \frac{-3}{64\pi^2 ac} \frac{\kappa l}{r^4 T^3} \quad (3.110)$$

tanto en el modelo original (donde  $e_g = 0$ ) como en el modelo luego de la expansión/contracción. El cambio en el gradiente de temperatura puede calcularse notando que en todos los puntos de la estrella (y no solo en el centro) debe valer  $\forall \xi T'(\xi) = f(x) T(\xi)$ <sup>21</sup>, de manera que

$$\delta \left( \frac{dT}{dm} \right) = \frac{dT}{dm} \frac{\delta T}{T} \quad (3.111)$$

y por lo tanto debe valer

$$\frac{\delta T}{T} \frac{\kappa l}{r^4 T^3} = \delta \left( \frac{\kappa l}{r^4 T^3} \right). \quad (3.112)$$

Despejando ahora  $\delta l/l$  en términos de  $\delta r/r$ ,  $\delta \rho/\rho$ ,  $\delta P/P$  y  $\delta \kappa/\kappa$  tenemos que la perturbación en el flujo de calor  $\delta l$  puede escribirse como:

$$\frac{\delta l}{l} = 4 \frac{\delta r}{r} + 4 \frac{\delta T}{T} - \frac{\delta \kappa}{\kappa}. \quad (3.113)$$

Ahora notando que en general la opacidad depende del estado del material estelar en ese punto  $\kappa = \kappa(T, \rho(P, T))$  (estamos despreciando cualquier posible cambio químico) entonces el cambio en la opacidad

$$\frac{d\kappa}{\kappa} = \underbrace{\frac{T}{\kappa} \frac{d\kappa}{dT}}_{\kappa_T} \frac{dT}{T} + \underbrace{\frac{P}{\kappa} \frac{d\kappa}{dP}}_{\kappa_P} \frac{dP}{P} \quad (3.114)$$

luego, el flujo de calor fuera de la esferita central es afectado según

$$\frac{\delta l}{l} = 4 \frac{\delta r}{r} + 4 \frac{\delta T}{T} - \kappa_T \frac{\delta T}{T} - \kappa_P \frac{\delta P}{P} \quad (3.115)$$

Reemplazando en esta ecuación  $\delta r/r$ ,  $\delta P/P$  en función de los cambios en la temperatura encontramos

$$\frac{\delta l}{l} = \left[ 4 - \kappa_T - \frac{4\delta(1 + \kappa_P)}{(4\alpha - 3)} \right] \frac{\delta T_c}{T_c}, \quad (3.116)$$

<sup>21</sup>Para la presión el análisis es similar al ya hecho:

$$P'(\xi) - P(\xi) \sim \int_{\xi}^{\xi=1} c_2 \xi \frac{m(\xi)}{r(\xi)^4} 4x = P(\xi) 4x$$

Para la densidad debemos observar que puntos homólogos cercanos  $r_a$ ,  $r_b$  cambian a  $r'_a = (1+x)r_a$ ,  $r'_b = (1+x)r_b$  de manera que (como  $m_a = m'_a$ ,  $m_b = m'_b$ ) entonces

$$\frac{dr'}{dm} = (1+x) \frac{dr}{dm} \Rightarrow \rho(\xi)' = \frac{1}{(1+x)^3} \rho(\xi) \Rightarrow \frac{\delta \rho(\xi)}{\rho(\xi)} = -3x$$

luego tomando la ecuación de estado que vale en ese punto  $\xi$  tenemos

$$\frac{\delta T(\xi)}{T(\xi)} = -\frac{(\alpha 4 - 3)}{\delta} x$$

por lo que si  $\alpha$  y  $\delta$  son constantes en toda la estrella entonces  $\delta T(\xi)/T(\xi)$  es independiente de  $\xi$ .

que nos dice como cambia el flujo fuera de la esferita central cuando cambia la temperatura del centro y de su entorno.

Si miramos ahora la ecuación de la energía en ambos modelos

$$\frac{\partial l'}{\partial m} = \epsilon'_n - \frac{dq}{dt}, \text{ mientras que en el modelo en equilibrio: } \frac{dl}{dm} = \epsilon_n \quad (3.117)$$

y restando ambas expresiones podemos obtener una expresión para las perturbaciones

$$\frac{\partial \delta l}{\partial m} = \delta \epsilon_n - \frac{dq}{dt}, \quad (3.118)$$

de manera que el incremento o no de la liberación de energía  $\delta \epsilon_n$  está dado por el balance entre el cambio en el flujo del calor hacia afuera de esa región (producido por el cambio en la estructura de la estrella consecuencia de  $dq$ ) y el calor  $dq$  agregado por unidad de tiempo. Mirando la bolita central además podemos decir que el valor  $l_s$  en la superficie de la bolita es (pues  $l(0) = 0$ )

$$l_s = \epsilon_c m_c \quad (3.119)$$

$$l'_s = m_c \epsilon'_c - m_c dq/dt \quad (3.120)$$

por lo que el cambio en la luminosidad de la superficie es

$$\delta l_s = m_c \delta \epsilon_c - m_c \frac{dq}{dt} \Rightarrow \frac{\delta l_s}{l_s} = m_c \frac{\delta \epsilon_c}{\epsilon_c} - \frac{m_c}{l_c} \frac{dq}{dt}. \quad (3.121)$$

Ahora a fin de poder estudiar la evolución de esta perturbación es necesario relacionar ese calor con el cambio en la temperatura. Ese  $dq$  surge como consecuencia del cambio en la temperatura en el centro  $\delta T_c$ , por lo que en virtud de lo visto en la sección anterior debe valer que  $dq = (T'_c - T_c) c^*$ , pues ese calor se agrega al gas en equilibrio hidrostático con todo lo anterior. El cambio en la temperatura central está entonces vinculado al calor absorbido según

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\delta T_c}{dt} c^*. \quad (3.122)$$

Ahora como la liberación de energía depende de la presión y la temperatura en cada punto entonces podemos reemplazar el cambio en la liberación de la energía nuclear en términos de los cambios en la temperatura

$$\frac{\delta l_s}{l_s} = \epsilon_T \frac{\delta T_c}{T_c} + \epsilon_P \frac{\delta P_c}{P_c} - c^* \frac{m_c}{l_s} \frac{dT_c}{dt} \Rightarrow \frac{\delta l_s}{l_s} = \left[ \epsilon_T + \epsilon_P \frac{4\delta}{(4\alpha - 3)} \right] \frac{\delta T_c}{T_c} - c^* \frac{m_c}{l_s} \frac{dT_c}{dt} \quad (3.123)$$

Recordando ahora la ecuación 3.116 vemos que podemos escribir una expresión para la evolución de la temperatura con respecto al tiempo a causa de la perturbación inicial  $dq$ .

$$c^* \frac{m_c}{l_s} \frac{dT_c}{dt} = \left[ (\epsilon_T + \kappa_T - 4) + (\epsilon_P + \kappa_P + 1) \frac{4\delta}{(4\alpha - 3)} \right] \frac{\delta T_c}{T_c} \quad (3.124)$$

Conviene definir una nueva variable  $v$   $dv = dT_c/T_c$ , entonces

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{T_c} \frac{dT_c}{dt}. \quad (3.125)$$

Incorporando esto tenemos

$$c^* T_c \frac{m_c}{l_s} \frac{dv}{dt} = \left[ (\epsilon_T + \kappa_T - 4) + (\epsilon_P + \kappa_P + 1) \frac{4\delta}{(4\alpha - 3)} \right] v \quad (3.126)$$

que es la ecuación para la evolución de la temperatura como consecuencia de la perturbación inicial en la temperatura ( $v$ ).

*Análisis de la ecuación 3.126:* Ya hemos visto en la sección anterior que el signo de  $c^*$  nos dice si un dado excedente de calor depositado en la esfera central lleva a un aumento ( $c^* > 0$ ) de la temperatura central o no ( $c^* < 0$ ). Vemos ahora que el signo de la derivada de  $v$  depende además de el signo del factor entre corchetes (“[\*]”) del término de la derecha. Ese factor entre corchetes nos dice, cómo puede verse en la ecuación 3.123, si un aumento en la temperatura lleva a que se agregue calor ([\*] > 0) o se pierda ([\*] < 0) en la región central. De manera que tenemos dos factores importantes. Primero, si al perturbar la temperatura central eso produce un aumento en el calor que absorbe el gas y segundo, si ese calor adicional en el gas produce un aumento de la temperatura. La inestabilidad se produce en los casos en que

- [\*] > 0 y  $c^* > 0$ : En este caso un aumento en la temperatura produce una mayor generación de energía de la que llega a escapar [\*] > 0 y por lo tanto se inyecta calor en el material. Esto produce en consecuencia ( $c^* > 0$ ) un incremento en la temperatura. Como veremos más adelante esto produce un aumento exponencial de la temperatura (i.e. un “flash”).
- [\*] < 0 y  $c^* < 0$ : La situación es similar a la del caso anterior solo que en este caso un aumento en la temperatura produce una menor generación de energía de la que escapa [\*] < 0 y por lo tanto la esfera central pierde calor. Pero como  $c^* < 0$  esa pérdida de calor esta asociada a un aumento de la temperatura.

La ecuación 3.126 es (casi) la ecuación de una exponencial con una escala de tiempo característica  $\tau$

$$\frac{dv}{v} = \underbrace{\frac{l_s}{m_c c^* T_c} \left[ (\epsilon_T + \kappa_T - 4) + (\epsilon_P + \kappa_P + 1) \frac{4\delta}{(4\alpha - 3)} \right]}_{\tau^{-1}} dt. \quad (3.127)$$

Notar que  $\tau \propto m_c T_c c^* / l_s$  lo cual nos muestra que en el caso de inestabilidad esta será notada solo cuando haya pasado un tiempo comparable a aquel en que toda la energía interna de la bolita es radiada hacia afuera (i.e. la escala de tiempo térmica de la misma). En un gas ideal  $\alpha = \delta = 0$ , por lo que el término entre corchetes es  $[\epsilon + \kappa_T + 4(\epsilon_P + \kappa_P)]$  que será positivo aun en el caso de opacidad de Kramers ( $\kappa_T = -4,5$ ) con la menor dependencia posible de  $\epsilon$  con la temperatura, la de la cadena p-p ( $\epsilon_T = 5$ ).

En general el término entre corchetes es dominado por  $\epsilon_T$  el cual suele ser altísimo y positivo.

*Flash central del Helio:* A medida que el gas se vuelve degenerado las cantidades  $\alpha$  y  $\delta$  se acercan a las de un gas degenerado (no relativista) tenemos  $\alpha = 3/5$  y  $\delta = 0$ . Notando que en el caso de la quema del He  $\epsilon_T$  es altísimo y positivo entonces podemos concluir que [\*] > 0, de manera que la estabilidad queda determinada por el signo de  $c^*$ . De la expresión de  $c^*$  se ve claramente que para un gas degenerado no relativista  $c^* > 0$  y por lo tanto la quema se vuelve inestable y se produce un flash. La ignición del He procede en la escala de tiempo dada por  $\tau$  hasta que el material se vuelve convectivo (pues en ese momento se vuelve inapropiado el análisis realizado).

### 3.4.3. Análisis de la estabilidad en la quema central en capas

Tomemos una capa en la cual ocurre la quema nuclear (capa “ardiente”) de espesor  $D$  desde  $r_0$  (borde interno) hasta  $r_s = r_0 + D$  (borde externo). La idea será analizar como se comporta dicha capa frente a una perturbación. Primero veamos como cambia la densidad de dicha capa frente a una expansión. Calcularemos entonces como cambia la densidad media de la capa  $\bar{\rho}$  frente a la expansión. Sea  $\Delta M_c$  la masa total de la capa ardiente entonces

$$\Delta M_c = \int_{r_0}^{r_s} 4\pi r^2 \rho(r) dr = \bar{\rho} \frac{4\pi}{3} (r_s^3 - r_0^3) = \bar{\rho}' \frac{4\pi}{3} (r_s'^3 - r_0^3) \quad (3.128)$$



Observemos que el cambio en  $D$ ,  $\delta D = D' - D$ , es  $\delta D = \delta r_s$ . Tomando la última igualdad y escribiendo  $r_0$  en términos de  $r_s$ ,  $r'_s$  y  $D$  y  $\bar{\rho}' = \bar{\rho} + \delta\bar{\rho}$  nos queda

$$\bar{\rho}(r_s^3 - (r_s - D)^3) = (\bar{\rho} + \delta\bar{\rho})(r'_s{}^3 - (r'_s - D')^3) \quad (3.129)$$

donde desarrollando los binomios al cubo, reemplazando  $D' = D + \delta D$  y  $r'_s = r_s + \delta D$  y volviendo a desarrollar nos queda

$$\begin{aligned} \bar{\rho}(3r_s^2D - 3r_sD^2 + D^3) = (\bar{\rho} + \delta\bar{\rho}) \times ( & 3(r_s^2 + 2r_s\delta D + \delta D^2)(D + \delta D) \\ & - 3(r_s + \delta D)(D^2 + 2\delta D D + \delta D^2) \\ & + (D^3 + 3D^2\delta D + 3D\delta D^2 + \delta D^3) ) \end{aligned} \quad (3.130)$$

En esta expresión el término de la izquierda se cancela con el término de orden cero de la derecha, por lo que desarrollando a primer orden en la perturbación (a primer orden en  $\delta D$  y  $\delta\bar{\rho}$ ) y despejando el cambio fraccional que nos interesa,  $\delta\bar{\rho}/\bar{\rho}$ , en función del parámetro que caracteriza la expansión,  $\delta D = \delta r_s$ , obtenemos la expresión deseada:

$$\frac{\delta\bar{\rho}}{\bar{\rho}} = -\frac{3}{3(D/r_s) - 3(D/r_s)^2 + (D/r_s)^3} \frac{\delta r_s}{r_s} \quad (3.131)$$

Esta expresión es válida tanto para el caso de capas delgadas, en cuyo caso obtenemos  $\delta\bar{\rho}/\bar{\rho} = -\delta D/D$ , como para el caso de expansión uniforme de la estructura ( $D/r_s = 1$ ), para el cual se obtiene  $\delta\bar{\rho}/\bar{\rho} = -3\delta r_s/r_s$  como corresponde.

Obtengamos ahora la relación entre la expansión de la capa ardiente y el cambio en la presión de la misma. Ahora, suponiendo que las capas por encima de  $r_s$ <sup>22</sup> se expanden de manera homológica (i.e.  $\forall r > r_s \delta r/r = \delta r_s/r_s$ ) integrar la ecuación de equilibrio hidrostático desde  $r_0$  a  $r(\xi)$

$$P(R_\star) - P_s = c_2 \int_{\xi_s}^1 d\xi \frac{\xi m(\xi)^2}{r(\xi)^4} \quad (3.132)$$

$$P'(R_\star) - P'_s = c_2 \int_{\xi_s}^1 d\xi \frac{\xi m'(\xi)^2}{r'(\xi)^4} = \frac{c_2}{(1 + \delta r_s/r_s)^4} \int_{\xi_s}^1 d\xi \frac{\xi m(\xi)^2}{r(\xi)^4} \quad (3.133)$$

de manera que como  $P(R_\star) = P'(R_\star) \sim 0$  podemos decir que el cambio en la presión en el borde externo de la capa ardiente es:

$$P_s - P'_s \sim (1 - 4\frac{\delta r_s}{r_s})(-P_s) \Rightarrow \frac{\delta P_s}{P_s} = -4\frac{\delta r_s}{r_s}. \quad (3.134)$$

Asumiremos que esto nos da una idea de como se comporta la presión en valor medio en la capa ardiente frente a la perturbación y diremos entonces que

$$\frac{\delta \bar{P}}{\bar{P}} = -4\frac{\delta r_s}{r_s} = \alpha_s \frac{\delta \bar{\rho}}{\bar{\rho}} \quad (3.135)$$

donde  $\alpha_s$  está dado por

$$\alpha_s = -\frac{4}{3} \left( 3(D/r_s) - 3(D/r_s)^2 + (D/r_s)^3 \right). \quad (3.136)$$

Y de ahora en más trabajaremos con cantidades medias, asumiendo que  $\bar{P} = P(\bar{\rho}, \bar{T})$  y relaciones similares, por lo que obviaremos las barritas arriba de todas las cantidades. Escribiendo a la

<sup>22</sup>Yoon et al. (2004) mencionan, equivocadamente, que la expansión homológica se supone para las capas donde ocurre la quema, esto no es posible porque ya que  $r_0$  se esta suponiendo fijo en todo el análisis.

ecuación de estado aproximándola por una dependencia con potencias de exponentes  $\alpha_P$ ,  $\alpha_T$  característicos

$$\rho(P, T) \propto P^{\alpha_P} T^{-\alpha_T} \Leftrightarrow \frac{\delta\rho}{\rho} = \alpha_P \frac{\delta P}{P} - \alpha_T \frac{\delta T}{T} \quad (3.137)$$

Utilizando la ecuación 3.135 y la ecuación de estado entonces podemos despejar los cambios en la densidad y la presión como función de los cambios en la temperatura de la capa ardiente. Estos resultan

$$\frac{\delta\rho}{\rho} = \frac{\alpha_T}{\alpha_P \alpha_s - 1} \frac{\delta T}{T} \quad (3.138)$$

$$\frac{\delta P}{P} = \frac{\alpha_T \alpha_s}{\alpha_P \alpha_s - 1} \frac{\delta T}{T}. \quad (3.139)$$

Estamos en condiciones de analizar entonces como es el calor específico gravotérmico de dicha capa.

#### 3.4.4. Calor específico gravotérmico de la capa ardiente

Partiendo de la ecuación 3.101 pero ahora reemplazando la dependencia de  $\delta P/P$  con  $\delta T/T$  obtenida en ec. 3.139 obtenemos

$$dq = c_P T \left[ \frac{c_v}{c_P} - \nabla_{\text{ad}} \left[ \left( \frac{\alpha_T \alpha_s}{\alpha_P \alpha_s - 1} \right) - \frac{\alpha_T}{\alpha_P} \right] \right] \frac{\delta T}{T} \quad (3.140)$$

donde las cantidades dentro de los corchetes cumplen

$$\frac{c_v}{c_P} = \left( 1 - \frac{\alpha_T}{\alpha_P} \nabla_{\text{ad}} \right) \quad \text{y} \quad \left[ \left( \frac{\alpha_T \alpha_s}{\alpha_P \alpha_s - 1} \right) - \frac{\alpha_T}{\alpha_P} \right] = \left( \frac{\alpha_T}{\alpha_P} \right) \left( \frac{1}{\alpha_P \alpha_s - 1} \right) \quad (3.141)$$

de manera que reacomodando los factores obtenemos que en este caso el calor específico gravotérmico es

$$dq = c_P \left[ 1 - \nabla_{\text{ad}} \left( \frac{\alpha_T \alpha_s}{\alpha_P \alpha_s - 1} \right) \right] \delta T = c^* \delta T. \quad (3.142)$$

Vemos que además de los exponentes  $\alpha_T$  y  $\alpha_P$  que aparecían en el caso de quema central ahora aparece un nuevo factor  $\alpha_s$  cuya naturaleza es puramente geométrica, ya que solo depende del espesor de la capa en la cual ocurre la quema,  $\alpha_s(r_s/D)$ .

Para graficar la importancia de este nuevo factor analicemos el caso de una capa delgada ( $D \ll r_s$ ) de gas ideal monoatómico  $\alpha_T = \alpha_P - 1$ ,  $\nabla_{\text{ad}} = 2/5$ . En ese caso  $c^*$  resulta

$$c^* = c_P \left[ 1 - \frac{2}{5} \frac{1}{1 - r_s/(4D)} \right] \quad (3.143)$$

por lo que si la capa evoluciona angostándose lentamente llega un momento ( $r_s/D = 4^{23}$ ) en el cual el signo de  $c^*$  cambia y la capa empieza a calentarse con los excesos de calor. Este efecto puede llevar a una inestabilidad térmica incluso en un gas ideal, que es lo que ocurre en los llamados pulsos térmicos de la AGB. La razón por la cual  $c^*$  se vuelve positivo en este caso puede entenderse de la siguiente manera. Uno espera que una capa de gas ideal al recibir calor aumente su temperatura y se expanda. Supongamos que la capa se expanda una cantidad  $\delta D/D > 0$ , entonces por ser la capa delgada  $\delta\rho/\rho < 0$  pero de igual magnitud que  $\delta D/D$ . Debido a que en este caso

$$\frac{\delta r}{r} = \frac{D}{r} \frac{\delta D}{D} \ll \frac{\delta D}{D} \quad (3.144)$$

entonces el cambio relativo en el radio del borde externo de la capa es despreciable. Como consecuencia la ecuación de equilibrio hidrostático (integrada de afuera hacia adentro) nos dice

<sup>23</sup>Notar que ésto no es del todo consistente con la petición previa de que  $D \ll r_s$ .

que la presión en la capa ardiente no puede haber cambiado demasiado. Esto es en efecto reflejado por el hecho de que

$$\frac{\delta P}{P} = \frac{4D}{r} \frac{\delta \rho}{\rho}. \quad (3.145)$$

Vemos entonces que el cambio en la presión de la capa es despreciable. Por más que la capa se expanda y la densidad baje mucho, eso se ve reflejado en un cambio mísero de los radios de la capas, por lo que la estructura de la presión no lo siente. Por más que suba la temperatura la presión esta condenada a no aumentar, esto es bastante similar a lo que ocurre en un gas completamente degenerado, y sus consecuencias son similares.

Al igual que en el caso de quema central el valor de  $c^*$ , en principio, no determina si la quema será estable o no y es necesario ver que ocurre con un exceso de calor en la capa. Esto es lo que haremos a continuación.

### 3.4.5. Análisis de la estabilidad de la quema en una capa ardiente

Tomaremos como condición inicial que la quema estaba ocurriendo en estado estacionario, es decir en equilibrio térmico ( $dS/dt = 0$ , para el modelo inicial). El modelo perturbado cumple, en principio la ecuación del flujo del calor completa, con  $dS/dt \neq 0$ . Integrando la ecuación de flujo de calor

$$\int_{M_0}^{M_0+\Delta M_c} \frac{\partial l'}{\partial m} dm = \int_{M_0}^{M_0+\Delta M_c} \epsilon'_n dm - \int_{M_0}^{M_0+\Delta M_c} \frac{dq'}{dt} dm \Rightarrow l'_s - l'_0 = l'_N - l'_g. \quad (3.146)$$

Como dijimos en el modelo inicial consideraremos que  $l_g \ll l_n$  y veremos como reacciona la capa frente a una perturbación. Bajo la aproximación de que “el núcleo” por debajo de la capa es poco luminoso, es decir que  $l_{r_0} \ll l_{r_s}$ , podemos escribir

$$\delta l_s \sim \delta l_n - l'_g, \quad (l'_g = \delta l'_g). \quad (3.147)$$

Donde mirando las formas integrales de  $\delta l_n$  y  $\delta l_g$  resulta

$$\int_{M_0}^{M_0+\Delta M_c} \delta \epsilon_n dm = \Delta M_c \delta \bar{\epsilon}_n = \delta l_n, \quad \int_{M_0}^{M_0+\Delta M_c} \frac{dq'}{dt} dm = \Delta M_c \frac{d\bar{q}'}{dt} = l'_g \quad (3.148)$$

Tenemos entonces que la perturbación en el estado termodinámico de la capa ardiente debe cumplir

$$\frac{d\bar{q}'}{dt} = \delta \bar{\epsilon}_n - \frac{\delta l_s}{\Delta M_c} \quad (3.149)$$

donde, como vimos al estudiar el calor específico gravotérmico en la capa ardiente, sabemos que si la perturbación se realiza en equilibrio hidrostático con las capas por encima de ella entonces  $d\bar{q}' = c^* d\bar{T}$ . Dividiendo la ec. 3.149 por  $l_s = \epsilon_n \Delta M_c$

$$\frac{c^* \Delta M_c}{l_s} \frac{d\bar{T}}{dt} \sim \frac{\delta \epsilon_n}{\epsilon_n} - \frac{\delta l_s}{l_s}. \quad (3.150)$$

Aproximando ahora a la opacidad y a la tasa de liberación de energía (ambos son valores medio) por leyes de potencia con exponentes apropiados tenemos:

$$\epsilon_n \propto T^{\epsilon_T} \rho^{\epsilon_\rho} \Leftrightarrow \frac{\delta \epsilon_n}{\epsilon_n} = \epsilon_T \frac{\delta T}{T} + \epsilon_\rho \frac{\delta \rho}{\rho}, \quad (3.151)$$

$$\kappa \propto T^{\kappa_T} \rho^{\kappa_\rho} \Leftrightarrow \frac{\delta \kappa}{\kappa} = \kappa_T \frac{\delta T}{T} + \kappa_\rho \frac{\delta \rho}{\rho}. \quad (3.152)$$

Para relacionar  $\delta l$  con el cambio de la temperatura, y obtener de 3.149 como debe evolucionar la temperatura, debemos asumir algún tipo de transporte de la energía. La ignición de los

pulsos térmicos en la AGB ocurre en regiones en las cuales el transporte es radiativo, ya que las regiones convectivas se desarrollan posteriormente cuando ya una importante cantidad de energía ha sido liberada por el pulso térmico. Adoptando entonces en nuestro análisis que el transporte de energía es radiativo, las cantidades medias deben cumplir (haciendo lo mismo que en el análisis de la quema central):

$$\frac{\delta l_s}{l_s} = 4 \frac{\delta T}{T} + 4 \frac{\delta r}{r} - \kappa_T \frac{\delta T}{T} - \kappa_\rho \frac{\delta \rho}{\rho} \quad (3.153)$$

Utilizando ahora las ecuaciones 3.135 y 3.138 la ecuación anterior puede escribirse como

$$\frac{\delta l_s}{l_s} = \left[ 4 - \frac{\alpha_s \alpha_T}{\alpha_s \alpha_P - 1} - \kappa_T - \kappa_\rho \frac{\alpha_T}{\alpha_s \alpha_P - 1} \right] \frac{\delta T}{T}. \quad (3.154)$$

Reemplazando esta expresión y 3.151 en la ecuación 3.150 podemos reescribir la ecuación para la evolución de la temperatura como

$$\frac{c^* \Delta M_c}{l_s} \frac{dT}{dt} \simeq \left[ \epsilon_T + \kappa_T - 4 + \frac{\alpha_T}{(\alpha_s \alpha_P - 1)} (\epsilon_\rho + \kappa_\rho + \alpha_s) \right] \frac{dT}{T}. \quad (3.155)$$

Notando ahora que la escala de tiempo térmico de la capa, i.e. el tiempo en el cual la capa radía una buena parte de su energía interna es

$$\tau_{\text{term}} = \frac{TC_P \Delta M_c}{l_s} \quad (3.156)$$

y definiendo una nueva variable  $\theta = (T_{(t)} - T)/T$  que nos diga en cuánto se aparta la temperatura instantánea de la del modelo estacionario de fondo, podemos reescribir a la ecuación para la evolución de la perturbación en la temperatura como

$$\tau_{\text{term}} \frac{d\theta}{dt} \simeq \sigma \theta, \quad (3.157)$$

donde  $\sigma$  es

$$\sigma = \frac{\left[ \epsilon_T + \kappa_T - 4 + \frac{\alpha_T}{(\alpha_s \alpha_P - 1)} (\epsilon_\rho + \kappa_\rho + \alpha_s) \right]}{\left[ 1 - \nabla_{\text{ad}} \left( \frac{\alpha_T \alpha_s}{\alpha_P \alpha_s - 1} \right) \right]}. \quad (3.158)$$

Si  $\sigma > 0$  entonces la capa resulta inestable y en ese caso la escala de tiempo en que la perturbación crece es  $\tau_{\text{rec}} = \tau_{\text{term}}/\sigma$ . Es natural que si la escala de tiempo térmico es muy grande (de alguna manera la capa tarda en “renovar” su energía interna) la capa tarda en empezar a percibir que no se está radiando la energía con suficiente rapidez porque, entonces, inicialmente la energía agregada es despreciable frente a la energía interna de la capa.

Para un análisis bien completo de los modos de inestabilidad considerando todas las situaciones posibles, incluyendo la condición de que el gas se encuentre parcialmente degenerado, referimos al trabajo original de Yoon et al. (2004). En lo que sigue nos restringiremos a la situación simplificada en que el gas en la capa ardiente puede considerarse cercano a un gas ideal de Boltzmann  $\alpha_P = \alpha_T = 1$ .

### 3.4.6. Condiciones para la inestabilidad para la quema en capas de un gas ideal monoatómico:

En el caso de un gas ideal entonces podemos escribir al denominador de la expresión de  $\sigma$  como

$$\frac{c^*}{c_P} = \left[ \frac{3\alpha_s - 5}{\alpha_s - 1} \right]. \quad (3.159)$$

Como  $D/r_s < 1$  y la función  $\alpha_s(D/r_s)$  es monótonamente decreciente entonces sabemos que  $0 < \alpha_s < 4/3$ . En ese rango de valores,  $c^*/c_P$  sufre un cambio de signo (un salto desde  $\infty$  a  $-\infty$ ) de manera que tenemos dos posibles situaciones:

$$c^*/c_P > 0 \Leftrightarrow \alpha_s < 1, \quad (3.160)$$

$$c^*/c_P < 0 \Leftrightarrow \alpha_s > 1. \quad (3.161)$$

Debemos ahora mirar que ocurre con el numerador  $N_\sigma$  de  $\sigma$ , que en el caso de un gas ideal resulta

$$N_\sigma = \epsilon_T - 4 + \kappa_T + \frac{1}{(\alpha_s - 1)}(\epsilon_\rho + \alpha_s + \kappa_\rho). \quad (3.162)$$

Debemos ahora analizar que ocurre en cada uno de los dos posibles signos del calor específico gravotérmico y determinar la estabilidad de la quema en capas.

**En el caso en que  $c^*/c_P < 0$  ( $\alpha_s > 1$ ):** Cuando  $\alpha_s \sim 1^+$  entonces  $N_\sigma \gg 0$  y la capa es estable. Ahora cuando  $\alpha_s > 1$  y no está tan cerca de 1 entonces debemos mirar como son los exponentes de  $\epsilon$  y  $\kappa$  para los diferentes casos de interés. En el caso de la quema de He tenemos que (ver Yoon et al. 2004)  $\kappa_T > -1$  y  $\kappa_\rho \ll 1$  mientras que  $\epsilon_T = 40..,12$  y  $\epsilon_\rho = 2$ , de manera que  $N_\sigma > 0$  y por lo tanto la quema en capas resulta estable. De igual forma si tomamos la quema por medio del biciclo CNO en este mismo régimen utilizando la opacidad de Kramers, tenemos que  $\kappa_T = -3,5$  y  $\kappa_\rho = 1$  mientras que  $\epsilon_T \sim 15$  y  $\epsilon_\rho = 1$  y entonces  $N_\sigma > 0$  y por lo tanto la quema en capas resulta también estable.

En general cuando  $c^*/c_P < 0$  la quema resulta estable (se necesitaría una dependencia muy inusual de la opacidad con la temperatura para que sea inestable).

**En el caso en que  $c^*/c_P > 0$  ( $\alpha_s < 1$ ):** En este caso reemplazando los valores para la quema de He (eligiendo  $\kappa_T \sim -0,35$ ) obtenemos que la dependencia de  $N_\sigma$  con  $\alpha_s$  es

$$N_{\sigma(\epsilon_T=40)} \simeq 35,65 - \frac{2 + \alpha_s}{1 - \alpha_2}, \quad N_{\sigma(\epsilon_T=25)} \simeq 20,65 - \frac{2 + \alpha_s}{1 - \alpha_2} \quad (3.163)$$

de donde surge que  $N_\sigma < 0$  si  $\alpha_s \gtrsim 0,92$  ( $\alpha_s \gtrsim 0,86$ ) cuando  $\epsilon_T = 40$  (cuando  $\epsilon_T = 25$ ). A grandes rasgos podemos decir que  $N_\sigma < 0$  y por lo tanto que la quema es estable si  $\alpha_s \gtrsim 0,9$ . Es interesante resaltar el hecho de que aún cuando  $c^*/c_P > 0$  la quema puede aún ser estable si  $1 > \alpha_s \gtrsim 0,9$ .

A su vez esto significa que si la capa es suficientemente delgada, en este caso  $\alpha_s \lesssim 0,9$  ( $D/r_s \lesssim 0,31$ ), la quema se volverá inestable.

Si rehacemos este análisis para el caso de una capa quemando H por medio del biciclo CNO con opacidad tipo Kramers entonces resulta que la quema se vuelve inestable cuando  $\alpha_s \lesssim 0,65$  ( $D/r_s \lesssim 0,2$ ). Vemos que, en comparación con lo que ocurre en capas que queman He, es más difícil que una capa quemando H por medio del CNO se vuelva inestable, de hecho esto no ocurre en las simulaciones de estrellas evolucionando en la RGB porque antes de que la capa se vuelva suficientemente delgada ocurre el comienzo de la quema del He. Sin embargo esto puede ocurrir por ejemplo en estrellas enanas blancas acretaando masa de una compañera.

### 3.5. La barrera de entropía

Una de las características de la existencia de una capa ardiente es que esta conlleva la presencia de un salto (positivo) de la entropía respecto de la coordenada radial. Dicho salto tiene como principal consecuencia la imposibilidad del contacto entre regiones convectivas presentes a ambos lados de la capa ardiente aún cuando esta se extinga momentáneamente. En lo que sigue analizaremos las razones de la existencia y funcionamiento de la barrera de entropía que es esencial para entender algunos de los mecanismos de formación de estrellas deficientes en H.

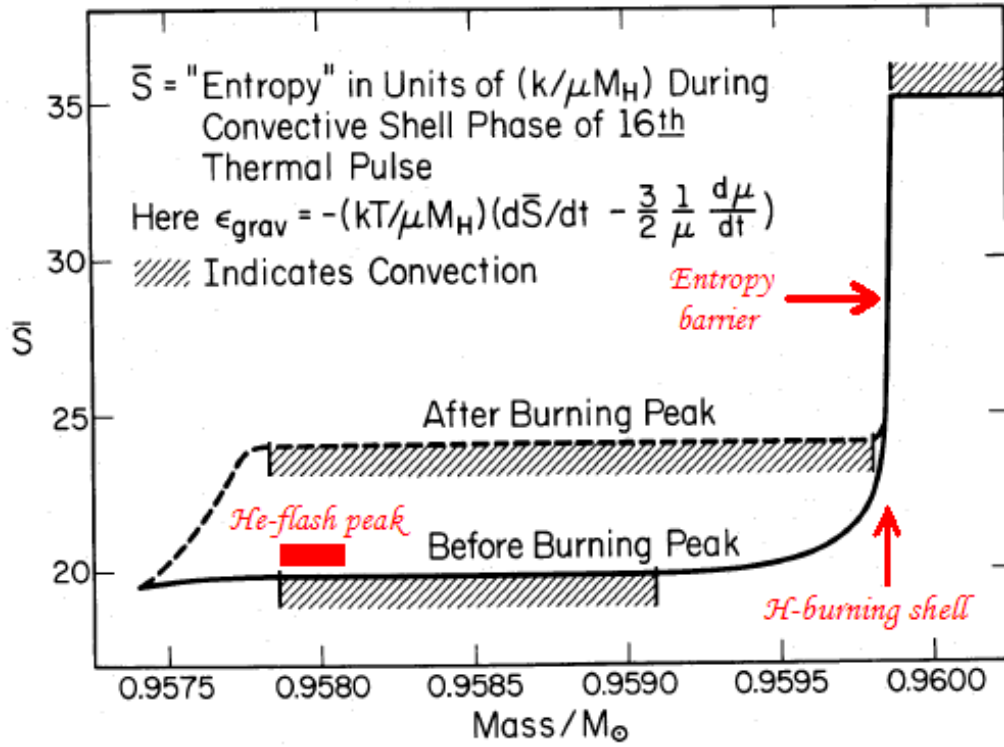


Figura 3.8: Barrera de entropía durante un pulso térmico normal (adaptado de Iben 1976).

### 3.5.1. Existencia de la barrera de entropía

En lo que sigue analizaremos porqué la existencia de una capa ardiente está asociada a la presencia de un salto en la entropía. Para ello tomemos la expresión de la entropía de un gas ideal de Boltzmann y de fotones

$$S = \mathfrak{S} + \frac{N_A k}{\mu} \ln \frac{T^{3/2}}{\rho} + \frac{4a}{3} \frac{T^3}{\rho} \quad (3.164)$$

donde  $\mathfrak{S}$  es una constante. Podemos decir que en una distancia  $dr$  la entropía del material (cuyos cambios en composición química despreciaremos) cambia una cantidad

$$dS = \frac{N_A k}{\mu} \left[ \frac{3}{2} \frac{dT}{T} - \frac{d\rho}{\rho} \right] + \frac{4a}{3} \frac{T^3}{\rho} \left[ 3 \frac{dT}{T} - \frac{d\rho}{\rho} \right], \quad (3.165)$$

donde si  $dr > 0$  tanto  $dT$  como  $d\rho$  son positivos, por lo que debemos analizar cual de los dos posee mayor valor absoluto para conocer el signo de  $dS$ .

Como en la capa ardiente el transporte es radiativo entonces debe cumplirse

$$\frac{dP}{P} \nabla = \frac{dT}{T}, \quad \text{con} \quad \nabla = \nabla_{\text{rad}} = \frac{3}{16\pi acG} \frac{\kappa l P}{m T^4}. \quad (3.166)$$

Donde hemos visto que en el borde externo de la capa ardiente (donde empieza a valer la relación politrópica del manto radiativo de  $l = L_{\text{capa}}$ ) vale  $\nabla = 1/(1 + n_{\text{ef}})$ . Es decir que en el borde externo de la capa ardiente (y en el manto radiativo) debe valer la relación  $n_{\text{ef}} dT/T = d\rho/\rho$ , con  $n_{\text{ef}}$  usualmente del orden de 3, ..., 5. Como en la capa ardiente  $T$  y  $P$  no cambian tanto mientras que  $l$  crece mucho, entonces en el borde interno de la capa  $\nabla$  es bastante más chico que en la

parte más externa de la capa ardiente, donde vale  $\nabla \sim 1/4$  a  $1/6$ . Asumiendo un gas ideal en el borde interno de la capa ardiente debe valer

$$\frac{[d\rho/\rho]}{[dT/T]} = \left( \frac{1}{\nabla} - 1 \right) \quad (3.167)$$

con  $\nabla^{-1} \gg 4$ . Luego  $d\rho/\rho$  cae mucho más que  $dT/T$ , y por lo tanto  $dS \gg 0$  en el borde interior de la capa ardiente, lo que significa que hay un salto en los valores de  $S$ .

De hecho si miramos en los modelos vemos que  $\nabla$  en el borde inferior de la capa ardiente vale  $\nabla^{-1} \sim 50$ , (mientras que en el borde externo de dicha capa  $\nabla \sim 0,24$  en acuerdo a lo que habíamos conjeturado) por lo que efectivamente  $d\rho/\rho$  cae mucho más que  $dT/T$ , y debe haber un gran salto positivo en la entropía del material  $dS/dr \gg 0$ . Este salto en la entropía del material es usualmente referido como la “barrera de entropía” (Iben 1976) ver figura 3.8.

### 3.5.2. Consecuencias de la barrera de entropía

Supongamos, como antes, un gas en el cual la composición está fija y pidamos además que la ecuación de estado pueda ser descripta por una ley de potencias

$$P = P_0 \rho^{\chi_\rho} T^{\chi_T}, \quad \chi_\rho = \frac{\partial \ln P}{\partial \ln \rho} \Big|_T, \quad \chi_T = \frac{\partial \ln P}{\partial \ln T} \Big|_\rho. \quad (3.168)$$

Con estas nuevas definiciones, el gradiente adiabático de temperaturas ( $\nabla_{\text{ad}}$ ) resulta

$$\nabla_{\text{ad}} := \frac{\partial \ln T}{\partial \ln P} \Big|_{S=\text{cte.}} = \frac{P}{T c_P \rho} \frac{\chi_T}{\chi_\rho}. \quad (3.169)$$

Ahora notemos que los cambios en la entropía pueden escribirse como:

$$dS = \frac{1}{T} dU + \frac{P}{T} d\frac{1}{\rho} \Rightarrow dS = \frac{dU}{T} - \frac{P}{\rho T} d\ln \rho \quad (3.170)$$

Los cambios en la energía del material  $dU$  puede ser reescrita, utilizando las relaciones termodinámicas de Maxwell, en términos de los diferenciales  $dP$  y  $dT$

$$\frac{dU}{T} = \left( \frac{P}{\rho T \chi_\rho} - \frac{P \chi_T}{\rho T \chi_\rho} \right) d\ln P + \left( c_P - \frac{P \chi_T}{\rho T \chi_\rho} \right) d\ln T. \quad (3.171)$$

Utilizando esta expresión junto a la anterior, cancelando algunos términos y utilizando la definición de  $\nabla_{\text{ad}}$  los cambios en la entropía del material estelar pueden escribirse como

$$dS = c_P (d\ln T - \nabla_{\text{ad}} d\ln P). \quad (3.172)$$

Ahora si calculamos los cambios de la entropía en el material estelar respecto de la coordenada radial, la ecuación 3.172 debe ser

$$\frac{dS}{dr} = c_P (\nabla - \nabla_{\text{ad}}) \frac{d\ln P}{dr} \quad (3.173)$$

Si ahora recordamos que para que exista estabilidad  $c_P$  debe ser positivo y que en una estructura en equilibrio hidrostático debe valer  $d\ln P/dr < 0$  entonces es fácil ver que

$$\frac{dS}{dr} > 0 \Leftrightarrow \nabla - \nabla_{\text{ad}} < 0 \quad \text{Estable frente a la convección} \quad (3.174)$$

$$\frac{dS}{dr} < 0 \Leftrightarrow \nabla - \nabla_{\text{ad}} > 0 \quad \text{Inestable frente a la convección} \quad (3.175)$$

A consecuencia de esto si una región convectiva se desarrolla debajo de la capa ardiente, cuando el borde más externo de la zona convectiva<sup>24</sup> llega a donde se encuentra la barrera de entropía, no puede seguir creciendo pues el material en esa región es fuertemente estable frente al desarrollo de la convección —al menos mientras el material en la zona convectiva posea un valor de  $S$  menor al de la barrera de entropía.

<sup>24</sup>Las cuales en general poseen  $dS/dr = 0$  pues son casi adiabáticas.

### 3.6. Teorema del Virial

Una herramienta particularmente útil en la interpretación de la evolución de estructuras estelares es el llamado teorema del Virial (Clausius 1870), el cual conecta la energía interna de un sistema (cantidad asociada a la temperatura del mismo) y la energía de ligadura gravitatoria (asociado a la presión y la densidad).

Tomando la ecuación de equilibrio hidrostático (ec. 2.2) multiplicandola por  $4\pi r^3$  e integrándola desde el centro hasta el exterior tenemos (tirando los términos de borde que se anulan como consecuencia de que allí se anula el factor  $4\pi r^3 P$ )

$$\int_0^{M_\star} \frac{-Gm}{r} dm = \int_0^{M_\star} \frac{dP}{dm} 4\pi r^3 dm = - \int_0^{M_\star} 12\pi r^2 \underbrace{\frac{dr}{dm}}_{=(4\pi r^2 \rho)^{-1}} P dm = -3 \int_0^{M_\star} \frac{P}{\rho} dm \quad (3.176)$$

donde reconociendo a

$$\int_0^{M_\star} \frac{Gm}{r} dm =: -E_g \quad (3.177)$$

como la energía necesaria para expandir todas las capas de la estrella hasta el infinito y observando que el término de la derecha para un gas ideal es  $P/\rho = (\gamma - 1)u$  (donde  $u$  la energía interna por unidad de masa del gas), resulta

$$-3 \int_0^{M_\star} \frac{P}{\rho} dm = -3 \int_0^{M_\star} (\gamma - 1)u dm. \quad (3.178)$$

Vemos que si  $\gamma$  es constante en toda la estrella entonces se cumple una relación sencilla entre la energía interna y la energía de ligadura del sistema,

$$E_g + 3(\gamma - 1)E_i = 0, \quad E_i := \int_0^{M_\star} u dm \quad \text{Energía interna total del gas} \quad (3.179)$$

este resultado es conocido como teorema del Virial. Como en general  $\gamma > 1$  ( $\gamma = c_p/c_v$  y  $c_p > c_v$ ) vemos que a medida que el sistema se contrae ( $E_g$  se hace más negativo) la energía interna del gas aumenta y por lo tanto aumenta su temperatura.

La energía total del sistema  $E_t = E_g + E_i$  es

$$E_t = E_g + E_i = \left(1 - \frac{1}{3(\gamma - 1)}\right) E_g = \left(\frac{3\gamma - 4}{3\gamma - 3}\right) E_g \quad (3.180)$$

por lo que el sistema estará ligado solo si  $\gamma > 4/3$ . Para un sistema ligado vemos que a medida que el sistema pierde energía ( $E_t$  disminuye) se contrae al tiempo que su temperatura aumenta. Esta propiedad de ceder energía al tiempo que aumenta la temperatura del sistema es, a veces, caracterizada diciendo que un sistema virializado posee un calor específico negativo (el calor específico gravotérmico, ver sección 2.2.7). Esta característica juega un papel esencial en la estabilidad de las estructuras astrofísicas ya que un exceso en la liberación de energía por encima de un dado valor estacionario lleva a un consecuente aumento de la energía total y por lo tanto a una expansión y descenso de la temperatura que corrigen ese exceso.

Para un gas ideal monoatómico  $\gamma = 5/3$  y entonces  $E_g + 2E_i = 0$  y  $E_t = E_g/2$  la mitad de la energía gravitatoria perdida (ganada) en la contracción (expansión) de un sistema es almacenada en (extraída de) la energía interna del gas.



# Capítulo 4

## Descripción del modelado

La esfera es el más uniforme de los cuerpos sólidos, ya que todos los puntos de la superficie equidistan del centro. Por eso y por su facultad de girar alrededor del eje sin cambiar de lugar y sin exceder los límites, Platón (Timeo, 33) aprobó la decisión del Demiurgo, que dio forma esférica al mundo. Juzgó que el mundo es un ser vivo y en las Leyes (898) afirmó que los planetas y las estrellas también lo son. Dotó, así de vastos Animales Esféricos a la zoología fantástica y censuró a los torpes astrónomos que no querían entender que el movimiento circular de los cuerpos celestes era espontáneo y voluntario.

El Libro de los seres imaginarios, Jorge Luis Borges (1967)

En esta sección se presentan tanto las ecuaciones de la estructura y evolución estelar como también de la microfísica utilizada en esta tesis. Los detalles de los métodos numéricos utilizados son brevemente detallados en el apéndice A. Se hace además, una breve descripción de los ingredientes considerados en el código numérico de evolución estelar (LPCODE<sup>1</sup>).

### 4.1. Ecuaciones de la Evolución Estelar

Todos los cálculos realizados en este trabajo están basados en la hipótesis de simetría esférica, la cual, a la luz del éxito que ha tenido en el estudio de la evolución estelar, puede considerarse una muy buena aproximación a dicho problema. La imposición de dicha hipótesis introduce una gran simplificación de las ecuaciones matemáticas que rigen este problema. Estas ecuaciones, escritas en la formulación lagrangiana (con  $m$  y  $t$  como variables independientes) resultan

$$\frac{\partial r}{\partial m} = \frac{1}{4\pi r^2 \rho}, \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial P}{\partial m} = -\frac{Gm}{4\pi r^4}, \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial l}{\partial m} = \epsilon_{nuc} - \epsilon_\nu - c_P \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\delta}{\rho} \frac{\partial P}{\partial t}, \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial m} = -\frac{GmT}{4\pi r^4 P} \nabla, \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial X_i}{\partial t} = F(X_j, T, P, r, l, \text{en todos los puntos de la estrella}), \quad (4.5)$$

donde las otras cantidades que allí aparecen son: el tiempo  $t$ , la distancia radial al centro de la estrella  $r(m, t)$ , la luminosidad  $l(m, t)$  (definida como el flujo total de calor a través de una capa esférica menos el flujo de energía debida a los neutrinos), la temperatura  $T(m, t)$ , la presión

---

<sup>1</sup>LPCODE es un código numérico apropiado para resolver las ecuaciones de estructura y evolución estelar desarrollado en la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas (Benvenuto 1988, Althaus y Benvenuto 1997, Althaus et al. 2002, 2003, 2005)

$P(m, t)$  y las cantidades que se obtienen de éstas: la densidad de masa  $\rho$ ,  $\epsilon_{nuc}$  (liberación de energía nuclear por unidad de masa y de tiempo),  $\epsilon_\nu$  (pérdida de energía por emisión de neutrinos por unidad de masa y de tiempo),  $c_P$  (el calor específico a presión constante por unidad de masa),  $\delta = \left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln T}\right)_P$ , y  $\nabla = \left(\frac{\partial \ln T}{\partial \ln P}\right)$  (gradiente adimensional de temperatura). Además,  $G$  es la constante de gravitación universal,  $c$  la velocidad de la luz en el vacío y  $a$  la constante de densidad de radiación.

De estas cinco ecuaciones, la primera corresponde a la definición de  $m$ , las dos siguientes representan leyes físicas bien conocidas, a saber: la ecuación de Euler en simetría esférica (y escrita en función de las variables  $m$  y  $t$  como variables independientes) y la conservación de la energía. La cuarta, por otra parte, está relacionada con el transporte de la energía, ya que éste determina el valor de  $\nabla$ . Cuando el transporte es por radiación, y en la aproximación de difusión,  $\nabla$  debe ser reemplazado por el gradiente radiativo

$$\nabla_{rad} = \frac{3}{16\pi acG} \frac{\kappa l P}{m T^4}, \quad (4.6)$$

donde  $\kappa$  es la opacidad radiativa y/o conductiva. Cuando el transporte de la energía es por medio de fenómenos de convección, o algún otro tipo de procesos que involucren movimientos macroscópicos del material estelar, el valor de  $\nabla$  (su expresión funcional) depende de la teoría de convección utilizada. En esta cantidad reside una gran fuente de incerteza, ya que si bien es cierto que en las regiones más internas de las estrellas, debido a la alta densidad, la convección es muy eficiente y  $\nabla$  coincide con el valor adiabático  $\nabla_{ad}$  (que es conocido), en las regiones más externas de la estrella (como, por ejemplo, en la envoltura de las estrellas que están realizando los pulsos térmicos en la AGB) ésto no es cierto, ya que hay un grado apreciable de superadiabaticidad, pues los elementos de masa pierden cantidades apreciables de calor en su trayectoria. En estos casos debe recurrirse a alguna teoría de convección para obtener  $\nabla$ , y es aquí donde nos encontramos con una situación no resuelta aún satisfactoriamente en la astrofísica teórica. Vale la pena mencionar que la incerteza no solo reside en la expresión de  $\nabla$  sino también en el criterio para determinar qué regiones se encuentran en uno u otro régimen de transporte de energía. Esto a su vez afecta la composición química de la estrella pues el movimiento causado por las inestabilidades convectivas produce la mezcla del material estelar de diferentes regiones. En esta tesis la mayoría de los cálculos fueron realizados dentro de la teoría estándar de la longitud de mezcla (MLT, Biermann 1932). Sin embargo para el estudio de algunos procesos particulares se optó por una teoría de mezcla más sofisticada desarrollada por Grossman et al. (1993) y Grossman y Taam (1996) (de aquí en adelante; teoría GNA) la cual incluye el efecto de los gradientes químicos sobre la estabilidad y características de las zonas macroscópicamente inestables.

Respecto de la última ecuación (ec. 4.6), vale la pena observar que el lado derecho de la ecuación 4.5 dependerá del estado del material estelar. Si existen movimientos turbulentos, como ocurre en el caso de convección, entonces la mezcla producirá un acoplamiento entre los cambios químicos de regiones lejanas. Por el contrario en regiones estables frente a los movimientos macroscópicos (por ejemplo donde el transporte se realiza por conducción o por radiación) los cambios químicos estarán dados por las tasas a las cuales el material es procesado por reacciones nucleares. Veremos más adelante que esta ecuación suele resolverse por separado de las otras cuatro.

#### 4.1.1. Ecuaciones de cambio químico

Un punto importante en los análisis realizados en esta tesis reside en los cambios químicos que se producen en el interior de la estrella. A grandes rasgos, los cambios en la composición química de las capas de la estrella se deben a dos motivos: por un lado, la ocurrencia de reacciones nucleares, las cuales convierten unos elementos químicos en otros dentro de la misma capa y,

por otro lado, se tienen los fenómenos de mezcla, los cuales producen un acoplamiento entre los cambios químicos de las diferentes capas. Es decir, si denominamos con  $n_i$  al número de partículas de una especie nuclear  $i$ , el cambio de  $n_i$  en dicha capa puede escribirse como

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = \left( \frac{\partial n_i}{\partial t} \right)_{nuc} + \left( \frac{\partial n_i}{\partial t} \right)_{mezcla}, \quad i = 1, \dots, I \quad (4.7)$$

( $I$  es el número de especies químicas).

Vemos que en cada capa se tienen  $I$  ecuaciones diferenciales acopladas, las cuales a su vez están conectadas con las ecuaciones de las capas vecinas por el término de mezcla. Los cambios debidos a la mezcla se deben a diferentes procesos que ocurren en la estrella: movimientos macroscópicos de material producidos por la convección, las inestabilidades vibracionales que dan lugar al fenómeno usualmente denominado semiconvección, las inestabilidades termohalinas (de Rayleigh-Taylor) causadas por la inversión del peso molecular medio o, en el orden microscópico, la difusión química microscópica (ver Kippenhahn y Weigert 1990 para una descripción detallada de estos procesos).

Analicemos el primero de los términos de la ecuación de cambio químico. Cada especie nuclear puede ser creada y destruida por una serie de reacciones nucleares con otras especies presentes en la capa considerada. Si designamos con  $\langle v\sigma \rangle_{ij}$  a la tasa de reacciones nucleares por par de partículas entre las especies  $i$  y  $j$  y designamos con  $\langle v\sigma \rangle_{km}$  a la tasa de reacciones entre las especies  $k$  y  $m$  que producen partículas  $i$ , entonces tenemos que el término de las variaciones debidas a reacciones nucleares puede escribirse:

$$\left( \frac{\partial n_i}{\partial t} \right)_{nuc} = - \sum_j \langle v\sigma \rangle_{ij} n_i n_j + \sum_{k,m} \langle v\sigma \rangle_{km} n_k n_m. \quad (4.8)$$

El segundo término que aparece en la ecuación 4.7 corresponde a los cambios químicos que pueden ocurrir en la capa analizada debido a alguno de los fenómenos de mezcla mencionados más arriba (convección, etc). La forma más sencilla de modelar como un proceso dependiente del tiempo la mezcla debida a movimientos macroscópicos dentro del material estelar, en la aproximación de simetría esférica, es como procesos de difusión de la composición química. Dentro de la hipótesis de simetría esférica esto implica proponer para cada proceso de mezcla, una ecuación del tipo

$$\left( \frac{\partial n_i}{\partial t} \right)_{mezcla_l} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 D_{mezcla_l} \frac{\partial n_i}{\partial r} \right) \quad (4.9)$$

donde  $D_{mezcla_l}$  representa el coeficiente de difusión apropiado para describir el proceso de mezcla "l". Ahora, si más de un proceso de mezcla está actuando en simultáneo en la misma capa, gracias a la linealidad de las ecuaciones, es posible definir un único valor efectivo  $D_{total}$  como sigue

$$\sum_m \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 D_{mezcla_m} \frac{\partial n_i}{\partial r} \right) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \underbrace{\sum_m (D_{mezcla_m})}_{D_{total}} \frac{\partial n_i}{\partial r} \right). \quad (4.10)$$

Este tratamiento es más realista que la suposición de mezcla instantánea usualmente adoptada en evolución estelar y será indispensable cuando se analicen etapas en que la mezcla y la quema ocurran en escalas de tiempo similares. El tratamiento numérico de estas ecuaciones fue descrito en detalle por Serenelli (2002) y una breve descripción será hecha en el apéndice A. Los valores adoptados para el coeficiente de difusión en los procesos macroscópicos de mezcla surgen de la teoría de convección adoptada, ya que ésta no solo brinda los valores de  $\nabla$  en estas regiones sino también los valores medios del campo de velocidades de la turbulencia. A continuación describiremos brevemente las dos teorías de convección adoptadas en el LPCODE y en esta tesis.

### 4.1.2. Teorías de convección adoptadas en esta tesis

#### Teoría estándar de la longitud de mezcla (MLT)

La MLT es la teoría usualmente implementada en la descripción de la convección en los cálculos de evolución estelar, como también en el modelado de las atmósferas de estrellas frías. En esta teoría se modela a la convección como un proceso en el cual los elementos de material se mueven verticalmente con excesos y defectos de temperatura —respecto al valor medio de una dada zona convectiva, lo que implica un promedio horizontal— a lo largo de una longitud característica  $l_m$  (la longitud de mezcla) transportando calor para luego disgregarse en el medio que los rodea. Esta visión extremadamente simplificada de la convección ha sido, sin embargo, extremadamente exitosa. Su éxito se debe a dos razones: su simplicidad y el hecho de que una vez calibrado su único parámetro libre, ( $l_m$ ) la teoría ofrece resultados razonables. Usualmente se adopta  $l_m = \alpha H_P$ , donde  $H_P$  es la escala de alturas local de la presión y  $\alpha$  un parámetro libre adimensional, generalmente entre 1,5 y 2. El gradiente de temperaturas real de la zona convectiva,  $\nabla$ , resulta entonces ser (ver Kippenhahn y Weigert 1990 para una deducción)

$$\nabla = \xi^2 + \nabla_{\text{ad}} + U^2 \quad (4.11)$$

donde  $\xi$  es la raíz real de la ecuación cúbica (con solución analítica)

$$(\xi - U)^3 + \frac{8U}{9}(\xi^2 - U^2 - W) = 0 \quad (4.12)$$

donde  $U$  y  $W$  están dadas por

$$U := \frac{3acT^3}{c_P \rho^2 \kappa l_m^2} \sqrt{\frac{8H_P}{g\rho}}, \quad (4.13)$$

$$W := (\nabla_{\text{rad}} - \nabla_{\text{ad}}). \quad (4.14)$$

Además, dentro del contexto de la aproximación de mezcla convectiva difusiva es necesario conocer la velocidad  $v_{\text{MLT}}$  con la que se mueven los elementos convectivos. Esta velocidad está dada por

$$v_{\text{MLT}} = \sqrt{\frac{g\delta}{8H_P}} \sqrt{\nabla - \nabla_e} l_m \quad (4.15)$$

donde  $\nabla_e$  es el gradiente (“nabla”) espacial de temperaturas del elemento convectivo en su movimiento vertical y  $\sqrt{\nabla - \nabla_e}$  esta dado por

$$\sqrt{\nabla - \nabla_e} = -U + \xi. \quad (4.16)$$

Finalmente, el coeficiente de difusión se calcula como  $D = l_m v_{\text{MLT}}/3$ .

La determinación de las regiones que son convectivamente inestables se hace en general utilizando el criterio de Schwarzschild, que dice que una zona es convectivamente inestable cuando

$$\nabla_{\text{rad}} > \nabla_{\text{ad}}. \quad (4.17)$$

Este es un criterio basado en un análisis adiabático —no incluye los efectos de las pérdidas radiativas de los elementos convectivos— y completamente local y por lo tanto los regímenes de inestabilidad debidos a estos efectos no son considerados.

#### La teoría de longitud de mezcla doblemente difusiva de Grossman

Entre las muchas aproximaciones utilizadas en el desarrollo de la teoría de la MLT está la hipótesis de que el material es químicamente homogéneo ( $\nabla\mu = 0$ ). Esto no es así en la estructura

de la mayoría de las estrellas, donde la quema nuclear (central o en capas) va modificando progresivamente el peso molecular medio de la región. Considerar la existencia de zonas con diferentes pesos moleculares y las pérdidas radiativas que sufren los elementos convectivos en su recorrido hacia regiones más o menos calientes lleva a la aparición de nuevos regímenes de inestabilidad.

Por ejemplo, en presencia de un gradiente químico ( $\nabla\mu \neq 0$ ), la estabilidad de un elemento de materia frente a un desplazamiento adiabático ocurrirá cuando

$$\nabla_{\text{rad}} < \nabla_{\text{ad}} + \frac{\phi}{\delta} \nabla\mu, \quad (4.18)$$

criterio que es conocido como el criterio de Ledoux. Ahora, en presencia de valores grandes de  $\nabla\mu$ , un elemento de volumen puede ser desplazado a una región más externa donde el elemento sea más caliente que su entorno y aún así se cumpla el criterio de Ledoux. La situación será estable desde el punto de vista adiabático, pues la fuerza restitutiva volverá a enviarlo hacia abajo y el elemento oscilará alrededor de su punto de equilibrio. Sin embargo si existe una tasa no nula de difusión de calor (i.e. una situación no adiabática) la burbuja se enfriará por pérdidas radiativas al subir a una región más fría. Esto hará que la fuerza de empuje sobre ella sea menor y en el camino de regreso el trabajo sobre ella será mayor que en la subida. De igual forma al bajar a regiones más calientes que ella, el elemento de volumen absorberá calor haciendo que la fuerza restauradora aumente, al aumentar el empuje. Como consecuencia, la burbuja aumentará progresivamente la amplitud de su oscilación a raíz de la difusión radiativa del calor. Esta inestabilidad vibracional es conocida como “semiconvección” y produce una mezcla más lenta que la convectiva, la cual se desarrolla en la escala de tiempo típica para el ajuste térmico de los elementos de fluido (ver páginas 44 y 284 del Kippenhahn y Weigert 1990 para una explicación detallada).

Otras inestabilidades interesantes son las inestabilidades termohalinas<sup>2</sup> (Stern 1960) que pueden darse si  $\nabla\mu < 0$ , contrariamente a lo que ocurre en la mayoría de los casos, y se cumple el criterio de estabilidad de Ledoux. En este caso un elemento de volumen desplazado hacia abajo adiabáticamente es más caliente que su nuevo entorno de manera que el empuje que recibe es mayor que la fuerza de gravedad y una fuerza (neta) restitutiva lo devuelve a su posición original —donde oscilara alrededor de su posición de equilibrio. Sin embargo, si el elemento de volumen comienza a perder calor por estar en un medio más frío que él la fuerza restitutiva disminuirá y el elemento no será devuelto a su posición inicial. De hecho, si la difusión térmica es suficientemente rápida, el elemento se irá hundiendo a medida que pierde calor. Es decir, se hundirá en su escala de tiempo de ajuste térmico. Esta es la inestabilidad “termohalina” que se da en los océanos a causa de diferencias de salinidad en las masas oceánicas.

Tanto el caso de la mezcla termohalina como el de la semiconvección se caracterizan porque surgen como resultado de la inhomogeneidad vertical (química) del entorno y de la pérdidas de calor en los elementos de fluido cuando son desplazados a entornos con diferentes temperaturas. En ambos casos hemos asumido que la difusión térmica del calor ocurre mucho más rápido que la difusión química (microscópica) debida a las inhomogeneidades causadas por la presencia de un elemento de fluido con diferente composición química a la de su entorno. Esta situación es, al parecer, la usual en condiciones estelares (Grossman y Taam 1996).

La aproximación desarrollada por Grossman y Taam (1996) sobre la teoría, más general, de Grossman et al. (1993), permite precisamente estudiar estos regímenes donde la mezcla es causada por las inhomogeneidades químicas y la difusión del calor de los elementos convectivos (estas teorías son llamadas doblemente difusivas pues involucran la difusión de dos componentes, la química y el calor). En la teoría de Grossman y Taam (1996) se supone siempre que la difusión térmica del calor ocurre mucho más rápido que la difusión química (microscópica). En esta

---

<sup>2</sup>El término proviene de la “circulación termohalina”, o banda transportadora del calor del océano, producida por la diferencia en densidad del agua por el efecto del calor (termo) y del contenido de sal (halina).

aproximación el gradiente real de temperaturas se obtiene como

$$(\nabla_{\text{rad}} - \nabla_{\text{ad}}) = (\nabla - \nabla_{\text{ad}}) + H_P \overline{\omega\theta}/(\bar{T}\chi), \quad (4.19)$$

donde  $\overline{\omega\theta}$  es la correlación entre los excesos de velocidad y temperatura en la turbulencia (respecto al valor medio de la región) y es una medida del flujo convectivo de energía.  $\overline{\omega\theta}$  puede escribirse en términos de la velocidad del fluido  $y$ , para un *dado* valor de  $\nabla\mu$ ,  $\overline{\omega\theta}$  tiene una forma complicada como función de  $(\nabla - \nabla_{\text{ad}})$ . Es decir, sea la velocidad turbulenta  $\sigma := \overline{\omega^2}$ , para un *dado* valor de  $\nabla\mu$  solo un valor de  $(\nabla - \nabla_{\text{ad}})$  da los valores correctos de  $\sigma_{(\nabla\mu, \nabla - \nabla_{\text{ad}})}$  y  $\overline{\omega\theta}_{(\nabla\mu, \nabla - \nabla_{\text{ad}})}$  que satisfacen la ecuación de flujo (eq.4.19, ver Grossman y Taam 1996 para detalles de las ecuaciones que vinculan a las diferentes cantidades).

Las ecuaciones que vinculan las diferentes cantidades pueden entonces resolverse iterativamente para el valor *dado* de  $\nabla\mu$  en una región de la estrella. En el LPCODE ésto se realiza partiendo del valor de  $(\nabla - \nabla_{\text{ad}})$  *dado* por la teoría estándar de la MLT.

El análisis desarrollado por Grossman y Taam (1996) permite también determinar las regiones que se encuentran en los diferentes regímenes convectivos separándolas en 4 casos: estable (transporte de calor por radiación o conducción), convectivo (inestabilidad dinámica), semiconvectivo e inestabilidad termohalina. A su vez, conocido el campo de velocidades turbulentas  $\sigma$  para cada zona inestable podemos entonces derivar el coeficiente de difusión que entrará en la ecuación de cambio químico de acuerdo a  $D = l'_m \sigma / 3$ . Vale la pena notar que por como se definieron las cantidades en la teoría general desarrollada por Grossman et al. (1993) el parámetro libre  $l'_m$  debe elegirse un factor  $4\sqrt{2}$  veces más chico al  $l_m$  utilizado en las ecuaciones de la MLT desarrollada en la sección anterior —que son las de Kippenhahn y Weigert (1990).

### Fenómenos no considerados en las teorías de MLT y GNA

Las dos teorías de convección mencionadas más arriba (MLT y GNA) son teorías no locales y estacionarias, lo que debe tenerse en cuenta al momento de su aplicación.

Por estacionarias entendemos que la teoría describe el gradiente de temperaturas que alcanza la región mucho después de que esta se vuelve inestable. Esto hace que la descripción de la convección no pueda usarse para describir el comportamiento de fenómenos que ocurran en escalas de tiempo menores a la escala de tiempo de desarrollo de la convección (escala de tiempo asociada al tiempo que tarda un elemento de material convectivo en atravesar la región convectiva, conocida como escala de “turn over”).

Por no locales queremos decir que la estabilidad o inestabilidad de una región están determinadas únicamente a partir de las cantidades termodinámicas globales de un punto de la estrella. Sin embargo simulaciones hidrodinámicas de la convección estelar en diferentes situaciones muestran que la inercia de los elementos de fluido en movimiento les permiten penetrar (Freitag et al. 1996, Meakin y Arnett 2007) más allá de los bordes convectivos formales —i.e. dados por criterios locales como el de Schwarzschild— o excitar oscilaciones en los bordes de las zonas convectivas (Herwig et al. 2007) según el régimen y producir mezcla más allá de lo determinado en base a criterios locales de estabilidad. Estos fenómenos de mezcla más allá del borde convectivo formal juegan un papel importante en varios procesos que ocurren en estrellas AGB durante la fase de los pulsos térmicos (Herwig 2000). Entre ellos podemos mencionar la formación de elementos pesados por procesos lentos (Lugaro et al. 2003?), la formación de estrellas de carbono en la AGB (Herwig et al. 1997, Guandalini et al. 2007?) y la formación de estrellas pre-enanas blancas con abundancias superficiales ricas en oxígeno similares a las observadas en las estrellas tipo PG1159 (Herwig et al. 1999) objeto de esta tesis.

En el LPCODE se incluye la posibilidad de considerar paramétricamente estos fenómenos de mezcla más allá del borde convectivo formal (conocidos como de “overshooting” en la literatura) siguiendo la receta de Herwig et al. (1997). La misma consiste en adoptar un coeficiente de difusión  $D_{\text{OV}}$  para describir la mezcla más allá del borde convectivo formal. Basados en los

resultados de Freytag et al. (1996) dicho coeficiente se define como

$$D_{\text{OV}} = D_0 \exp\left(\frac{-2z}{fH_P}\right) \quad (4.20)$$

donde  $z$  es la distancia al borde de la zona convectiva formal ( $z = |r - r_{\text{borde}}|$ , con  $r$  la distancia radial) y  $f$  es el parametro libre de la receta. En principio, no hay razones para aceptar que el valor de  $f$  es similar en todos los bordes de todas las regiones convectivas. Un valor de  $f \sim 0,016$  en los bordes de los núcleos convectivos de estrellas de secuencia principal de masas  $M \gtrsim 1, 2M_{\odot}$  permite reproducir el ancho de la secuencia principal superior (Schaller et al. 1992, Herwig 2000). A su vez este valor predice abundancias de oxígeno en la región entre capas de estrellas de la TP-AGB y abundancias en estrellas post-AGB deficientes en H similares a las observadas en las estrellas PG1159 (Herwig et al 1999, Althaus et al. 2005)<sup>3</sup>. Por esto en las simulaciones de esta tesis se adoptó, salvo en los casos mencionados explícitamente, un valor único de  $f$  para todos los bordes convectivos. El valor de  $D_0$  corresponde al valor de  $D$  en las regiones convectivas inmediatamente cercanas al borde convectivo formal. En el LPCODE se toma  $D_0$  como el valor de  $D$  en el punto de la grilla más cercano al borde convectivo aprovechando que allí el campo de velocidades no cambia demasiado (una vez dentro de la zona convectiva, Herwig et al. 1997)<sup>4</sup>.

Vale la pena mencionar que uno de los inconvenientes de la prescripción anteriormente mencionada para la mezcla más allá del borde convectivo es que no tiene en cuenta las características del material estelar en las regiones adyacentes al borde. En especial la posible inhibición de la mezcla extra por la presencia de una discontinuidad en el peso molecular medio (Canuto 1998) o de una “barrera de entropía” (ver sección 3.5) no son consideradas. Esto puede dar lugar a la aparición de fenómenos espurios y debe tenerse en cuenta al usar esta prescripción.

## 4.2. Física Constitutiva

Durante el desarrollo de esta tesis el LPCODE ha sufrido algunas actualizaciones de la física constitutiva, por lo que en algunos de los casos varios ingredientes diferentes fueron utilizados en los diferentes cálculos presentados en esta tesis. En todos los casos estas modificaciones son menores y no producen cambios apreciables.

En lo que hace a las opacidades necesarias para el cálculo del transporte de calor en la estrella, el LPCODE utiliza opacidades radiativas OPAL (Iglesis y Rogers 1996) aptas para un amplio rango de metalicidades y de temperaturas. Estas opacidades se completan con las opacidades moleculares de Alexander y Ferguson (1994) para bajas temperaturas. Para las opacidades conductivas, necesarias cuando la degeneración hace que los electrones sean los principales transportadores del calor, LPCODE utilizaba en las primeras simulaciones realizadas durante esta tesis (hasta mediados de 2007) las opacidades de Itoh et al. (1983) para el régimen de altas densidades, complementadas en el régimen de bajas densidades por las de Hubbard y Lampe (1969). Posteriormente se reemplazaron estas opacidades por las más actualizadas de Cassisi et al. (2006), las cuales abarcan todo el rango de densidades necesario.

El LPCODE utiliza diferentes ecuaciones de estado según la etapa evolutiva a estudiar. En etapas previas a la fase de enana blanca se utiliza una ecuación de estado analítica que contempla, a bajas temperaturas y densidades, el fenómeno de ionización parcial en un gas ideal (lo cual se realiza considerando una mezcla de “H y He”, “He, C y O” o “H, He, C y O” según la situación de la envoltura externa de la estrella) y de la presión de radiación. Para el régimen de

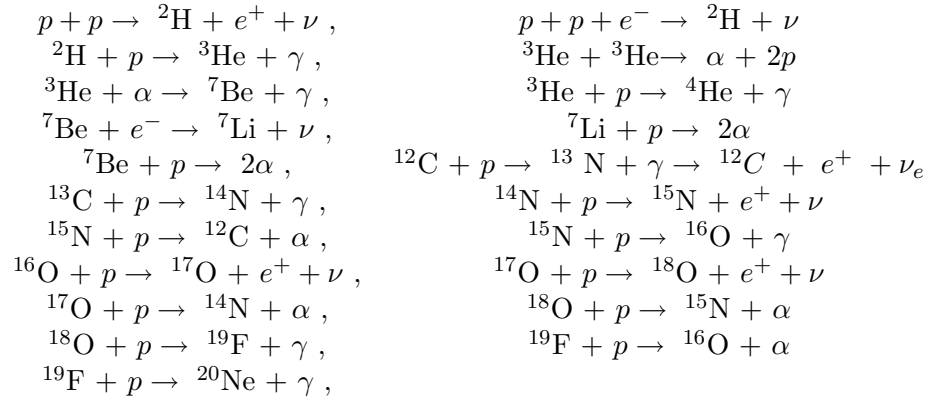
<sup>3</sup>Recientemente las simulaciones hidrodinámicas de la convección durante pulsos térmicos de Herwig et al. (2007) apuntan a un valor levemente menor  $f \lesssim 0,01$ . El mismo resultado es encontrado por Salaris et al. (2008) en base a estudios recientes de la función inicial-final de masa.

<sup>4</sup>De todas formas existe cierta ambigüedad en la elección de  $D_0$  ya que en el mismo borde convectivo  $\nabla = \nabla_{rad}$  y por lo tanto  $D = 0$ . Debe entonces tomarse  $D_0$  como el valor de  $D$  en un punto cercano al borde pero dentro de la zona convectiva.

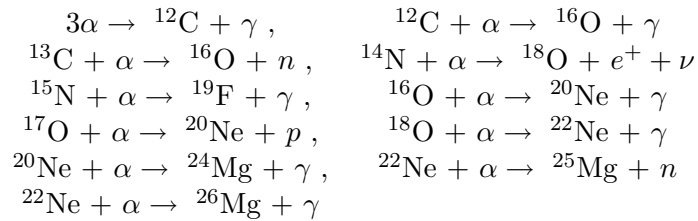
altas densidades tiene en cuenta los fenómenos de presión de radiación, degeneración electrónica, interacciones coulombianas y contribuciones iónicas. Sin embargo en el régimen de enana blanca (calculado en alguna de las simulaciones de este trabajo) esto no es suficiente y se utiliza una versión actualizada de la ecuación de estado de Magni y Mazitelli (1979) de 1993 (ver Althaus y Benvenuto 2002). Esta ecuación de estado incluye entre otros efectos correcciones no ideales como efectos de presión en la ionización e incluye las correcciones Coulombianas aún en el régimen no degenerado.

Además de la emisión de neutrinos propia de las reacciones nucleares, los plasmas densos propios de algunas etapas de la evolución estelar (núcleos de He o C/O degenerado, enanas blancas) se caracterizan por una importante emisión de neutrinos producidos por varios procesos de dispersión:  $\gamma \rightarrow \bar{\nu}\nu$  (“plasmón”),  $\gamma e^- \rightarrow e^- \bar{\nu}\nu$  (fotoproducción),  $e^+ e^- \rightarrow \bar{\nu}\nu$  (aniquilación de pares) y  $e^-(Ze) \rightarrow (Ze)e^- \bar{\nu}\nu$  (bremmsstrahlung). La emisión de neutrinos por estos procesos está calculada según: neutrinos por pares, plasmón y fotoproducción de Itoh et al. (1989 y su errata) y en el caso de electrones fuertemente degenerados Itoh et al. (1992 y su errata). Para la emisión de neutrinos por bremmsstrahlung Itoh y Kohyama (1983) para la fase líquida y Munakata et al. (1987) para la fase sólida (no relevante para esta tesis). Sin embargo desde mediados de 2007 la pérdida de neutrinos plasmón ha sido reemplazada por la expresión de Haft et al (1994) que posee una mejor precisión.

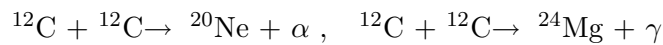
La red de reacciones nucleares de la versión del LPCODE utilizada en esta tesis consta de 16 elementos químicos (H,  $^4\text{He}$ , D,  $^3\text{He}$ ,  $^7\text{Li}$ ,  $^7\text{Be}$ ,  $^{12}\text{C}$ ,  $^{13}\text{C}$ ,  $^{14}\text{N}$ ,  $^{15}\text{N}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{17}\text{O}$ ,  $^{18}\text{O}$ ,  $^{19}\text{F}$ ,  $^{20}\text{Ne}$ ,  $^{22}\text{Ne}$ ) y considera 34 reacciones nucleares para describir la quema de H (cadenas protón-protón y bi-ciclo CNO), quema de He y el encendido del C, algo más que detallada para seguir la evolución de estrellas de masas bajas e intermedias hasta la etapa de estrella AGB y su posterior evolución como enanas blancas, como también los episodios de mezcla y quema violenta del H estudiados en esta tesis. La red reacciones nucleares esta compuesta por las siguientes reacciones: para la quema de H,



para la quema de helio,



y las reacciones para el encendido de carbono,



Las tasas de reacciones nucleares son las de Caughlan y Fowler (1988) salvo por las reacciones  ${}^{12}\text{C} + p \rightarrow {}^{13}\text{N} + \gamma \rightarrow {}^{13}\text{C} + e^+ + \nu_e$ ,  ${}^{13}\text{C}(p, \gamma){}^{14}\text{N}$ ,  ${}^{15}\text{N}(p, \gamma){}^{16}\text{O}$ ,  ${}^{15}\text{N}(p, \alpha){}^{12}\text{C}$ ,  ${}^{18}\text{O}(p, \alpha){}^{15}\text{N}$ ,



$^{18}\text{O}(p, \gamma)^{19}\text{F}$ ,  $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ ,  $^{16}\text{O}(\alpha, \gamma)^{20}\text{Ne}$ ,  $^{13}\text{C}(\alpha, n)^{16}\text{O}$ ,  $^{18}\text{O}(\alpha, \gamma)^{22}\text{Ne}$ ,  $^{22}\text{Ne}(\alpha, n)^{25}\text{Mg}$  y  $^{22}\text{Ne}(\alpha, \gamma)^{26}\text{Mg}$ , las cuales corresponden a las dadas por Angulo et al. (1999). Especialmente, vale la pena mencionar que la tasa para la reacción  $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$  dada por Angulo et al. (1999) es aproximadamente el doble de la de Caughlan y Fowler (1988). Nótese, además, que las reacciones  $^{12}\text{C} + p \rightarrow ^{13}\text{N} + \gamma \rightarrow ^{13}\text{C} + e^+ + \nu_e$ ,  $^{13}\text{C}(p, \gamma)^{14}\text{N}$ , de especial interés para la quema violenta del H estudiada en esta tesis, también fueron tomadas de la recopilación de Angulo et al. (1999). Ésto tiene implicancias directas respecto de lo analizado en esta tesis. Esta reacción, que ocurre durante la quema de He, se vuelve especialmente importante cuando la abundancia de He disminuye y determina la proporción de  $^{12}\text{C}$  y  $^{16}\text{O}$  que poseerá el núcleo degenerado que dará lugar a la enana blanca. El poseer una red detallada de reacciones nucleares permite un seguimiento de las abundancias de subproductos los cuales pueden dar lugar a rasgos observables en la estrella.

#### 4.2.1. Implementación de las pérdidas anómalas de energía

Además de los procesos de emisión de neutrinos detallados más arriba (que llamaremos estándar en esta sección), otras pérdidas de energía pueden ser posibles tal como hemos vimos en la sección 2.4. En especial, la existencia de un momento electromagnético del neutrino o una pequeña carga eléctrica (“milicarga”), llevaría a un aumento en la emisión de neutrinos por decaimiento del fotón ( $\gamma \rightarrow \bar{\nu}\nu$ ) la cual produciría consecuencias observables. Hemos visto que otro posible sumidero de energías estaría dado por la existencia de axiones. Estas partículas serían emitidas en estrellas gigantes rojas y enanas blancas mediante los procesos de Brehmsstrahlung por electrones<sup>5</sup> ( $e^- + e^- \rightarrow e^- + Ze + a$  y  $e^- + Ze \rightarrow e^- + e^- + a$ ) y Compton ( $\gamma + e^- \rightarrow e^- + a$ ). Como ya ha sido mencionado esto permite estudiar las propiedades de estas partículas mediante el estudio de la evolución de estas estrellas. Para ello es necesario incorporar estas pérdidas de energía a los cálculos de evolución estelar. En lo que sigue describiremos como estas tasas de pérdida de energía local han sido incorporadas al código numérico LPCODE.

#### Pérdida de energía por propiedades electromagnéticas anómalas del neutrino

La implementación de estas pérdidas de energía es relativamente sencilla gracias a que es posible escalar la emisión de neutrinos causada por la presencia de un momento dipolar magnético ( $\epsilon_{\text{dip}}$ ) o una milicarga eléctrica ( $\epsilon_{\text{mili}}$ ) a la emisión de neutrinos por decaimiento del fotón en un plasma dada por el modelo estándar ( $\epsilon_{\text{SM}}$ ). Los coeficientes de escalo han sido calculados por Haft et al. (1994) y éstos son los que se han implementado en el LPCODE. La tasa de pérdida de energía en estos casos resultan

$$\epsilon_{\text{mili}} = 0,664 e_{14}^2 \left( \frac{10keV}{\omega_P} \right)^4 \frac{Q_1}{Q_3} \epsilon_{\text{SM}} \quad (4.21)$$

$$\epsilon_{\text{dip}} = 0,318 \mu_{12}^2 \left( \frac{10keV}{\omega_P} \right)^2 \frac{Q_2}{Q_3} \epsilon_{\text{SM}} \quad (4.22)$$

donde los coeficientes  $Q_1/Q_3$ ,  $Q_2/Q_3$  poseen expresiones complicadas que deben ser resueltas numéricamente pero que pueden aproximarse por 1 en los cálculos de evolución estelar, ya que esto solo produce errores en  $\epsilon_{\text{dip}}$  o  $\epsilon_{\text{mili}}$  menores a un 10% (Haft et al. 1994). En todo caso esta aproximación lleva a una subestimación del efecto y a conclusiones más conservadoras. En estas expresiones  $e_{14} = e_\nu/(10^{-14}e)$  y  $\mu_{12} = \mu_\nu/(10^{-12}\mu_B)$  y la frecuencia del plasma ( $\omega_P$ ) puede ser aproximada por la frecuencia del plasma a temperatura cero ( $\omega_0$ )

$$\omega_P \sim \omega_0 = 28,7 \frac{(\rho/\mu_e)^{1/2}}{[1 + (1,019 \times 10^{-6} \rho/\mu_e)^{2/3}]^{1/4}} \text{ eV.} \quad (4.23)$$

<sup>5</sup>El Brehmsstrahlung por iones es al parecer despreciable en este caso y solo sería importante en supernovas, Raffelt 1999, Annual Review of Particle Physics.

Debido a la diferente dependencia con la densidad de  $\epsilon_{\text{dip}}$  y  $\epsilon_{\text{mili}}$ , introducida por la diferente dependencia con  $\omega_P$ , el efecto de la milicarga se hace más notable en regiones menos densas mientras que la emisión dipolar será relativamente más importante a densidades mayores. Esto hace que las enanas blancas sean, a priori, más apropiadas para imponer cotas al valor del momento magnético del neutrino.

### Pérdida de energía por la existencia de Axiones DFSZ

La incorporación de estas pérdidas de energía son levemente más complicadas ya que involucran dos procesos diferentes (efecto Compton y Brehmstrahlung por electrones) los cuales poseen expresiones diferentes en los diferentes regímenes presentes en las estrellas (regiones degeneradas o no degeneradas con diferente grado de correlación iónica).

Si bien la mayor parte de una pre-enana blanca posee características similares a las de las enanas blancas (fuertes correlaciones iónicas,  $\Gamma > 1$  y fuerte degeneración<sup>6</sup>) lo que permitiría usar las fórmulas de Nakagawa et al. (1987, 1988), una parte no despreciable de estas estrellas, correspondiente a la envoltura rica en He ( $\sim 5\%$  de la masa de la estrella), posee características diferentes ( $\Gamma \ll 1$  y degeneración débil o nula). Por completitud y consistencia sería deseable considerar la emisión de axiones en estas regiones. Por esta razón y también para poseer una herramienta que sea apropiada para el cálculo de la emisión de axiones en una amplia gama de etapas de la evolución estelar (RGB, rama horizontal, AGB y enanas blancas) hemos optado por considerar esto de una manera más compleja, la que se detalla a continuación.

Las pérdidas de energía por emisión de axiones suelen darse en términos de la constante de estructura fina axiónica  $\alpha_a$  (o de la versión escaleada  $\alpha_{26} = \alpha_a/10^{-26}$ ) la cual en el modelo de axiones DFSZ se relacionan con la masa del axión (cantidad a acotar, junto al ángulo  $\beta$  de la teoría) por medio de

$$\alpha_a = \frac{\left(2,8 \times 10^{-14} \quad m_{a[\text{meV}]} \cos^2 \beta\right)^2}{4\pi} \quad (4.24)$$

**Emisión de axiones por efecto Compton** Siguiendo a Raffelt y Weiss (1995) hemos incorporado la emisión por efecto Compton de acuerdo a

$$\epsilon_{\text{compton}} = 33 \alpha_{26} Y_e T_8^6 F_c \quad \text{erg g}^{-1} \text{ s}^{-1} \quad (4.25)$$

donde el factor  $F_c$  incorpora correcciones relativistas y por degeneración a esta fórmula calculada en el régimen clásico. Según Raffelt y Weiss (1995) el efecto principal de  $F_c$  es la disminución debida al bloqueo de Pauli<sup>7</sup> que hace que el efecto Compton sea despreciable frente al Brehmstrahlung en un plasma degenerado. Como consecuencia de esto ellos sugieren que un cálculo detallado del efecto Compton en el caso degenerado no es necesario y que basta con una aproximación cruda, en  $F_c$ , de como se apaga el efecto Compton frente a la degeneración. Esta aproximación se realiza examinando como es el promedio del factor de Bloqueo de Pauli ( $F_{\text{deg}}$ ) en el caso estudiado.

$$F_{\text{deg}} = \langle 1 - f_{\text{FD}} \rangle = \frac{1}{n_e} \int_0^\infty dp f_{\text{FD}} (1 - f_{\text{FD}}) = \dots = 3 \frac{m_e}{p_F^2} T k \quad (4.26)$$

<sup>6</sup> $\Gamma = 0,2275 \frac{Z^2}{T_8} \left(\frac{\rho_6}{A}\right)^{1/3}$  para un plasma de una sola componente química.

<sup>7</sup>En un proceso Compton el estado inicial y final del electrón que interactúa con el fotón incidente no es el mismo. Sabemos sin embargo que en un gas muy degenerado la cantidad de estados disponibles para un electrón de baja energía es muy baja ya que están todos ocupados y el principio de exclusión de Pauli impide que coexistan dos electrones en el mismo estado. Esto hace que a un electrón de un plasma muy degenerado le sea muy difícil cambiar su estado y por lo tanto la degeneración dificulta muchísimo el efecto Compton (y cualquier otra interacción de los electrones, ya que es este efecto el responsable de que en plasmas muy degenerados el camino libre medio de los electrones aumente considerablemente y se vuelvan los principales transmisores del calor). El bloqueo de Pauli suele considerarse agregando factores multiplicativos (ad-hoc)  $1 - f_{\text{FD}}$  a las probabilidades de transición  $-f_{\text{FD}}$  es la función de distribución de Fermi-Dirac.

donde hemos utilizado la aproximación de degeneración fuerte en la evaluación de la integral y  $p_F$  es el momento de Fermi. En unidades cgs esto resulta

$$F_{\text{deg.fte.}} = 4,96 \times 10^{-6} \mu_e^{2/3} \frac{T}{\rho^{2/3}}. \quad (4.27)$$

Luego el factor  $F_c$  con el cual se apaga el efecto Compton en condiciones degeneradas lo obtenemos de una interpolación simple entre el valor 1 del caso no degenerado y el  $F_{\text{deg.fte.}}$  del caso fuertemente degenerado. La interpolación utilizada es

$$F_c = \left(1 + F_{\text{deg.fte.}}^{-2}\right)^{-1/2}. \quad (4.28)$$

**Emisión de axiones por Bremsstrahlung** Para la emisión de Bremsstrahlung tanto el caso no degenerado como el degenerado son, a priori, igualmente relevantes, por lo que debemos utilizar expresiones detalladas en ambos casos.

**Bremsstrahlung en condiciones no degeneradas** Para el cálculo de Bremsstrahlung en condiciones no degeneradas utilizamos las expresiones de Raffelt (1996) pero incorporando los efectos de apantallamiento. Estas expresiones suelen darse en unidades naturales, por lo que debemos pasar a algún sistema humano de unidades <sup>8</sup>, en nuestro caso el cgs, lo que se realiza cambiando en las expresiones “ $T \rightarrow kT$ ”, “ $m_e \rightarrow m_e c^2$ ”, “ $\kappa \rightarrow c\hbar\kappa$ ” y “ $Q \rightarrow Q/(\hbar^2 c^3)$ ”. Realizado este cambio la expresión para la emisión de axiones en este régimen que incorpora el apantallamiento en la aproximación de Debye es

$$\epsilon_{\text{BND}} = 5,924 \cdot 10^{-4} \alpha_{26} \frac{T_8^{5/2} \rho}{\mu_e} \sum_{j=1}^{N_{\text{iones}}} \left[ \frac{X_j}{A_j} \right] \left[ Z_j^2 \left( 1 - \frac{5}{8} \frac{\kappa^2 \hbar^2}{m_e T k} \right) + \frac{Z_j}{\sqrt{2}} \left( 1 - \frac{5}{4} \frac{\kappa^2 \hbar^2}{m_e T k} \right) \right] \quad [\text{erg g}^{-1} \text{ s}^{-1}]. \quad (4.29)$$

La escala de apantallamiento  $\kappa$  está dada por

$$\kappa^2 = \frac{4\pi\alpha\hbar c}{kT} \hat{n}, \quad \text{con} \quad \hat{n} \simeq n_e + \sum_j Z_j^2 n_j = \frac{\rho}{m_u} \left[ \sum_j \left( \frac{Z_j^2 X_j}{A_j} \right) + \frac{1}{\mu_e} \right]. \quad (4.30)$$

**Bremsstrahlung en condiciones degeneradas** Para el caso de emisión de axiones en un medio degenerado debemos analizar los casos de correlación iónica fuerte y débil.

**Correlaciones iónicas débiles ( $\Gamma < 1$ ):** En este caso seguimos el tratamiento de Raffelt y Weiss (1995) adaptado para un plasma multicomponente. La expresión a utilizar resulta

$$\epsilon_{\text{BD}(\Gamma < 1)} = 10,85 \alpha_{26} T_8^4 \sum_j \frac{X_j Z_j^2}{A_j} \times F \quad (4.31)$$

donde  $F$  esta dado por

$$F = \frac{2}{3} \ln \left( \frac{2 + \kappa^2}{\kappa^2} \right) + \left[ \frac{2 + 5\kappa^2}{15} \ln \left( \frac{2 + \kappa^2}{\kappa^2} \right) - \frac{2}{3} \right] \times \beta_F^2 \quad (4.32)$$

y donde las cantidades  $\beta_F$  (velocidad en la superficie de Fermi) y  $\kappa$  son

$$\kappa^2 = \frac{2\pi\alpha\hbar^3 c}{m_u k} \frac{\rho}{T} \sum_j \frac{X_j Z_j^2}{A_j} \frac{1}{p_F^2}, \quad \beta_F = \frac{p_F^2}{m_e^2 c^2 + p_F^2}, \quad p_F^2 = \hbar \left( \frac{3\pi^2 \rho}{\mu_e m_u} \right)^{1/3}. \quad (4.33)$$

---

<sup>8</sup>“El constructor especulativo no es a menudo tan especulativo como para identificar espacio y tiempo ordenando cuatro horas de ladrillos y cinco toneladas de demora”, Einstein y la guerra (G. K. Chesterton).

**Correlaciones iónicas fuertes ( $\Gamma > 1$ ):** Para el caso de correlaciones iónicas fuertes el tratamiento con apantallamiento tipo Debye es incorrecto y es necesario adoptar una expresión más sofisticada. En este caso adoptamos los cálculos de Nakagawa et al. (1987, 1988) para un plasma degenerado con altas correlaciones iónicas. Esta es

$$\epsilon_{\text{BD}(\Gamma>1)} = 10,8 \alpha_{26} T_8^4 \sum_{j=1}^{N_{\text{isot}}} \frac{Z_j^2 X_j}{A_j} F_j \quad (4.34)$$

donde el valor de  $F_j$  debe calcularse en base a las fórmulas de interpolación dadas por Nakagawa et al. (1988) para  $Z \geq 2$ .

**Emisión de total de axiones:** La emisión total de axiones  $\epsilon_{\text{axion}}$  entonces la calculamos utilizando la siguiente expresión:

$$\epsilon_{\text{axion}} = \epsilon_{\text{Brem}} + \epsilon_{\text{compton}} \quad (4.35)$$

donde

$$\epsilon_{\text{Brem}} = \left( \frac{1}{\epsilon_{\text{BND}}} + \frac{1}{\epsilon_{\text{BD}}} \right)^{-1} \quad (4.36)$$

y la emisión  $\epsilon_{\text{BD}}$  es calculada mediante:

$$\epsilon_{\text{BD}} = \left\{ \begin{array}{ll} \epsilon_{\text{BD}(\Gamma<1)} & , \text{ cuando } \bar{\Gamma} < 0,9 \\ \epsilon_{\text{BD}(\Gamma>1)} & , \text{ cuando } \bar{\Gamma} > 1,1 \\ \epsilon_{\text{BD}(\Gamma>1)} \times \left( \frac{\bar{\Gamma}-0,9}{0,2} \right) + \epsilon_{\text{BD}(\Gamma<1)} \times \left( \frac{1,1-\bar{\Gamma}}{0,2} \right) & , \text{ cuando } 0,9 < \bar{\Gamma} < 1,1 \end{array} \right. \quad \left| \right.$$

### Observación:

La mayoría de los resultados presentados en los siguientes capítulos han sido previamente publicados, o preparados para su publicación, en revistas internacionales. Debido a esto, la mayoría de las figuras utilizadas en los próximos capítulos, se encuentran escritas en inglés. Dichos artículos son:

*(Trabajos en los que figuro como primer autor)*

- New evolutionary calculations for the born again scenario. M. M. Miller Bertolami, L. G. Althaus, A. M. Serenelli, y J. A. Panei. *A&A*, 449, 313, 2006
- Full evolutionary models for PG1159 stars. Implications for the helium-rich O(He) stars. M. M. Miller Bertolami y L. G. Althaus. *A&A*, 454, 845, 2006
- On the robustness of H-deficient post-AGB tracks. M. M. Miller Bertolami, L. G. Althaus 2007, *A&A*, 470, 675.
- The born again (VLTP) scenario revisited: The mass of the remnants and implications for V4334 Sgr. M. M. Miller Bertolami, L. G. Althaus. 2007, *MNRAS*, 380, 763.
- Modeling He-rich subdwarfs through the hot-flasher scenario, M. M. Miller Bertolami, L. G. Althaus, Unglaub, K, Weiss, A. 2008, *A&A*, 491, 253

*(Trabajos en los que figuro como segundo autor)*

- The formation of DA white dwarfs with thin hydrogen envelopes. L. G. Althaus, M. M. Miller Bertolami, A. H. Córscico, E. Garcia-Berro, y P. Gil-Pons 2005, *A&A*, 440, L1.
- Asteroseismological constraints on the coolest GW Vir variable star (PG 1159-type) PG 0122+200. A. H. Córscico, M. M. Miller Bertolami, L. G. Althaus, G. Vauclair, K. Werner 2007, *A&A*, 475, 619.

*(Otros trabajos)*

- New nonadiabatic pulsation computations on full PG1159 evolutionary models. The theoretical GW Virginis instability strip revisited. A. H. Córscico, L. G. Althaus y M. M. Miller Bertolami. *A&A*, 458, 259, 2006.
- Asteroseismological constraints on the pulsating planetary nebula nucleus (PG1159-type) RX J2117+3412. A. H. Córscico, L. G. Althaus, M. M. Miller Bertolami y K. Werner 2007, *A&A*, 461, 1095, (Fe de Erratas *A&A*, 470, 1031.).
- Low-mass, helium-enriched PG1159 stars: a possible evolutionary origin and implications for their pulsational stability properties. L. G. Althaus, A. H. Córscico, M. M. Miller Bertolami 2007, *A&A*, 467, 1175
- Evidence of thin Helium envelopes in PG1159 stars Althaus, L. G., Córscico, A. H., Miller Bertolami, M. M., Garcia-Berro, E., and Kepler, S. O.; 2008, *ApJ Letters*, 677, L35
- On the systematics of asteroseismological mass determinations of PG1159 stars. Althaus, L. G., Córscico, A. H., Kepler, S. O., Miller Bertolami, M. M. 2008, *A&A*, 478, 175
- Asteroseismological measurements on PG 1159-035, the prototype of the GW Vir variable stars. A. H. Córscico, L. G. Althaus, S. O. Kepler, J. E. S. Costa, M. M. Miller Bertolami 2008, *A&A*, 478, 869
- Asteroseismology of Hot Pre-White Dwarfs; the case of the DOV stars PG 2131+066 and PG 1707+427, and the PNNV star NGC 1501. A. H. Córscico, L. G. Althaus, M. M. Miller Bertolami y E. García-Berro 2009, *A&A*, 499, 257.



## Capítulo 5

# Formación de estrellas post-AGB deficientes en H. Escenario de estrella AGB renacida.

Una. -"Born again?"

Monos. -Yes, fairest and best beloved Una, "born again." These were the words upon whose mystical meaning I had so long pondered, rejecting the explanations of the priesthood, until Death himself resolved for me the secret.

The Colloquy of Monos and Una, Edgar Allan Poe (1841)

### 5.1. Escenario de Pulso Térmico Muy Tardío (VLTP)

#### 5.1.1. Motivación y secuencias de modelos calculadas

La interpretación de V4334 Sgr como una estrella sufriendo un VLTP ha renovado el interés por este tipo particular de pulso térmico tardío. Como ha sido descrito en la sección 2.2.1, V4334 Sgr ha mostrado desde su erupción en 1996 una evolución extraordinariamente rápida en el diagrama HR de unos pocos años (Duerbeck et al. 1997, Asplund et al. 1999 y Hajduk et al. 2007). Por otra parte la escala de tiempo teórica para la evolución posterior a un VLTP es un asunto controversial. En efecto, las simulaciones de diferentes autores muestran valores que difieren hasta en un factor 70 (ver tabla 5.1). En particular la diferencia entre la escala

	Iben & MacDonald (1995)	Herwig et al. (1999)	Herwig (2001a)	Lawlor y MacDonald (2002)
Masa [ $M_{\odot}$ ]	0,60	0,604	0,535	0,56 a 0,61
Escala de Tiempo de renacimiento [años]	17	350	21	4,5 a 8,5

Tabla 5.1: Escalas de Tiempo para la evolución desde el momento del flash de H al renacimiento como estrella AGB obtenidas en trabajos anteriores. En todos los casos los valores corresponden a simulaciones realizadas mediante la adopción de la teoría convectiva estándar (MLT) y de un esquema de mezcla convectiva difusiva.

de tiempo obtenida por Herwig et al. (1999) (350 años) y la escala de tiempo observada en V4334 Sgr (unos pocos años), llevó a Herwig (2001b) a proponer que las velocidades convectivas durante el flash de H (en un VLTP) eran órdenes de magnitud inferiores a las predichas por la MLT. En este sentido, Herwig (2001b) mostró que mediante la reducción en un factor 100 del coeficiente ( $D$ ) involucrado en la descripción de la mezcla convectiva, y que es proporcional a las velocidades de la convección, le era posible reproducir las escala de tiempo propias

de V4334 Sgr. Este resultado sugirió que era entonces posible utilizar las observaciones de la evolución de V4334 Sgr para mejorar nuestro entendimiento de la convección durante el flash de H. Sin embargo, como resulta claro de la tabla 5.1 la solidez de los resultados teóricos es dudosa. En este mismo sentido, aunque esta reducción en las velocidades de la mezcla convectiva durante el VLTP ha sido utilizada en varios trabajos (Herwig 2001b, Lawlor y MacDonald 2003 y Hajduk et al. 2005) para reproducir las observaciones de varias estrellas sospechadas de estar atravesando pulsos térmicos tardíos, estos modelos son internamente inconsistentes (ver sección 5.1.9). Más importante aún, los resultados presentados en estos trabajos no reproducen tan exactamente las observaciones como pretenden sus autores. En efecto, tanto la luminosidad como las temperaturas efectivas del modelo presentado por Hajduk et al. (2005) son demasiado altas para reproducir las observaciones de V4334 Sgr asumiendo una escala de distancia usual ( $d \lesssim 4,5 \text{Kpc}$ ) para dicho objeto, y son completamente inconsistentes con la escala de distancias de 2 Kpc adoptada en el mismo trabajo. Por otro lado, aunque los modelos con reducción en la eficiencia de mezcla presentados por Lawlor y MacDonald no adolecen de estos problemas, las abundancias de H de esos modelos son significativamente mayores a las determinadas en V4334 Sgr y en estrellas PG1159. En este contexto consideramos que es necesario analizar la dependencia de los resultados teóricos con diferentes elecciones físicas y numéricas durante el cálculo. A su vez es nuestro interés poder realizar una descripción detallada de los eventos que ocurren en estas estrellas durante un VLTP.

Para esta sección se han realizado cálculos de VLTP de estrellas post-AGB con masas entre  $0,515M_{\odot}$  y  $0,87 M_{\odot}$ , que corresponden a estrellas con masas iniciales entre  $1M_{\odot}$  y  $5,5 M_{\odot}$  y una composición química cercana a la (antigua) composición solar— $(Y; Z) = (0,275; 0,02)$ . Los tiempos evolutivos característicos de estas secuencias están descritos en la tabla 2.1. Durante la evolución previa de todas estas secuencias se ha adoptado la existencia de mezcla más allá del borde convectivo (utilizando un valor  $f = 0,016$ , ver sección 4.1.2) formal en *todos* los bordes convectivos de *todas* las zonas convectivas desarrolladas durante su evolución. Los cálculos han sido realizados bajo diferentes hipótesis numéricas y físicas a fin de evaluar la relevancia individual de cada elección. En especial se han realizado análisis considerando, entre otras cosas, diferentes resoluciones temporales y espaciales durante la quema violenta del H, el efecto de los gradientes químicos que se generan cuando la envoltura rica en H es arrastrada por la convección al interior caliente de la estrella, el efecto de la presencia de una mezcla extra más allá del borde convectivo formal dado por el criterio de Schwarzschild-Ledoux, o una posible reducción de las velocidades convectivas (respecto a aquellas predichas por la MLT) durante la ingestión del H. Salvo en los casos en los que se menciona explícitamente, todos los cálculos del VLTP presentados en esta sección han sido desarrollados adoptando la existencia de mezcla extra más allá de los bordes convectivos formales con un valor  $f = 0,016$  (ver sección 4.1.2).

Como se ha mencionado en la sección 4.1.1 los presentes cálculos han sido realizados dentro de un esquema de mezcla convectiva difusiva. Esto surge de la necesidad de considerar una mezcla no-instantánea durante la quema violenta del H, cuando las escalas de tiempo de la mezcla y la quema nuclear se vuelven comparables. Esta aproximación es probablemente *insuficiente* pues la mezcla convectiva de fluidos reactivos (como lo es la mezcla de H y C a altas temperaturas) al parecer diferiría de un proceso difusivo. Además la hipótesis de homogeneidad horizontal propia del modelado 1D no es válida en vistas de los resultados recientemente presentados por Woodward et al. (2008), lo que afectará significativamente los saldos químicos de H,  $^{13}\text{C}$  y N.

### 5.1.2. Convección, escalas de tiempo y resolución temporal.

Como ya se ha mencionado, durante un VLTP la envoltura de H es arrastrada hacia el interior caliente por la zona convectiva generada por el flash de He, lo que produce una quema violenta del H, principalmente mediante la reacción con los núcleos de  $^{12}\text{C}$  presentes en la región entre capas. La violencia de este evento lleva a que operen grandes cambios en la estrella en escalas



de tiempo muy pequeñas en comparación con los tiempo usuales de la evolución estelar. En efecto, y como veremos más adelante, casi la totalidad del H remanente en la estrella puede ser consumido en cuestión de días. La rapidez con que ocurren todos estos fenómenos hace necesaria una resolución temporal muy fina. Sin embargo, como fue notado por Herwig (2001b), el paso mínimo de tiempo (MTS) utilizado durante el cálculo del VLTP debe mantenerse consistente con las hipótesis realizadas durante el modelado. En particular esto significa que el MTS debe mantenerse por encima de la escala de tiempo hidrodinámica, la cual es del orden de

$$\tau_{\text{hid}} \sim \sqrt{\frac{R^3}{GM}}. \quad (5.1)$$

Utilizando valores de estas cantidades tomados de la secuencia de  $0,589M_{\odot}$  al momento del VLTP ( $R = 2,36 \times 10^9 \text{cm}$ ),  $\tau_{\text{hid}}$  resulta aproximadamente 12,9 s. En todas las secuencias estudiadas en esta sección ( $0,515M_{\odot}$ - $0,87M_{\odot}$ ) se obtienen valores similares, siendo el mayor valor el correspondiente a la secuencia menos masiva —y por lo tanto menos compacta— cuya escala de tiempo es  $\tau_{\text{hid}} \sim 40$  s. Por lo tanto alcanza con mantener el paso de tiempo por encima de esos valores<sup>1</sup>.

En el mismo sentido el MTS debe mantenerse por encima de la escala de tiempo en la cual los movimientos convectivos alcanzan las velocidades descritas por la MLT —o cualquier teoría de la convección independiente del tiempo. Esta escala de tiempo, denominada escala de “turn over” en la literatura, puede ser estimada de diferentes maneras. Para tener una idea más correcta de esta escala de tiempo hemos realizado estimaciones con tres recetas diferentes:  $\tau_{\text{loc}}^1$ ,  $\tau_{\text{loc}}^2$  and  $\tau_{\text{glo}}$  (dos locales y una global), las cuales están definidas como sigue:

$$\tau_{\text{loc}}^1 = \frac{1}{|N|} = \sqrt{\frac{kT}{\mu m_p g^2 |\nabla - \nabla_{\text{ad}}|}} \quad (5.3)$$

$$\tau_{\text{loc}}^2 = \frac{\alpha H_P}{2 v_{\text{MLT}}} \quad (5.4)$$

$$\tau_{\text{glo}} = \int_{R_{\text{base}}}^{R_{\text{top}}} \frac{dr}{v_{\text{MLT}}} \quad (5.5)$$

La definición de las dos últimas expresiones es más o menos evidente, y corresponde al tiempo necesario para que un elemento de fluido —en el estado estacionario descrito por la teoría— recorra una distancia característica de la convección. En el caso de  $\tau_{\text{loc}}^2$  esa distancia corresponde a la longitud de mezcla en cada punto, mientras que en el caso de la estimación “global” ( $\tau_{\text{glo}}$ ) esa distancia corresponde a la extensión de toda la zona convectiva. En la tabla 5.2 se indican las escalas de tiempo características de cada secuencia en cada una de las zonas convectivas. Los valores tabulados para la zona convectiva por encima del máximo en la quema de He (He-DCZ) corresponden al momento justo antes de que se desarrolle la etapa violenta del flash de H. A su vez el valor para la zona convectiva por encima del máximo de la quema de H corresponde al momento del máximo de generación de energía durante el flash de H, ya que es en este momento que cantidades apreciables de H empiezan a ser quemadas. En el caso de las estimaciones locales los valores tabulados corresponden a valores promediados en toda la zona convectiva. Vale la pena notar que mientras las estimaciones globales y locales de la escala de “turn-over” de la convección son similares para la He-DCZ, difieren en aproximadamente un orden de magnitud para la H-DCZ. Las escalas de tiempo mostradas en la tabla 5.2 sugieren que la utilización

<sup>1</sup>En efecto, en la secuencia de  $0,589M_{\odot}$  hemos verificado que la aproximación hidrostática se cumple en nuestros cálculos con un alto grado de exactitud

$$\frac{1}{4\pi r^2} \frac{\partial^2 r}{\partial t^2} \lesssim 10^{-4} \frac{Gm}{4\pi r^4}. \quad (5.2)$$

durante el flash de H y los primeros años después de él —la aproximación sin embargo, se rompe cuando la estrella adquiere una estructura de estrella AGB

Masa del remanente ( $M_{\odot}$ )	Masa inicial ( $M_{\odot}$ )	$\tau_{\text{Hid}}$ (seg)	He-DCZ $\tau_{\text{loc}}^1 - \tau_{\text{loc}}^2$ (seg)	H-DCZ $\tau_{\text{loc}}^1 - \tau_{\text{loc}}^2$ (seg)	H-DCZ $\tau_{\text{glo}}$ (seg)
0,515	1	42,8	2183—2687	121—154	1931
0,530	1	22,7	1399—1824	30—39	326
0,542	1	18,3	1260—1637	33—42	333
0,561	1,8	12,2	602—792	28—37	283
0,565	2,2	11,1	486—642	28—35	329
0,584	2,5	11,0	458—600	30—37	316
0,609	3,05	7,7	194—255	35—43	348
0,664	3,5	6,2	155—206	22—28	170
0,741	3,75	5,1	108—134	22—27	174
0,870	5,5	3,4	101—127	31—40	186

Tabla 5.2: Descripción de las secuencias analizadas durante el flash de H. Las dos primeras columnas indican la masa de cada una de las secuencias en la ZAMS y al momento del VLTP.  $\tau_{\text{Hid}}$  indica el valor de la escala de tiempo hidrodinámica descrita en ec. 5.1, mientras que  $\tau_{\text{loc}}^1$ ,  $\tau_{\text{loc}}^2$  y  $\tau_{\text{glo}}$  indican los valores calculados para la escala de turn over de la convección mediante diferentes expresiones para la zona convectivas mantenidas por la quema del He y del H (He-DCZ y H-DCZ respectivamente).

de, como mínimo, un paso mínimo de tiempo (MTS) de  $10^{-5}$  años ( $\sim 315$  s)<sup>2</sup>, debería ser suficiente para ser consistente con la hipótesis de transporte estacionario adoptado en las teorías de transporte convectivo independiente del tiempo.

Además de la hipótesis de que los movimientos turbulentos han alcanzado una situación estacionaria, otra de las hipótesis realizadas en el modelado del transporte convectivo es que las velocidades convectivas son subsónicas. Hemos chequeado que las velocidades convectivas durante los episodios violentos de quema de H permanecen subsónicas. En efecto nuestros cálculos muestran que en todos los casos  $v_{\text{MLT}} < 0,12 \times v_{\text{sonido}}$ .

**Elección del paso de tiempo durante el pico de quema de H** Como hemos mencionado más arriba, el MTS debe mantenerse por encima  $\sim 10^{-5}$  años para que sea consistente con las hipótesis realizadas en el modelado. Sin embargo debido a la violencia de la quema de H durante el VLTP, la resolución temporal debe ser muy fina para poder obtener una evaluación correcta de la energía liberada por la quema de H ( $L_{\text{H}}$ ). Analizaremos ahora que tan pequeño debe elegirse el MTS a fin de obtener resultados confiables de  $L_{\text{H}}$ . Para estimar esto, hemos calculado el valor de  $L_{\text{H}}$  de dos maneras diferentes que nos permitan evaluar la consistencia interna de los cálculos realizados. Por un lado hemos calculado este valor en base a la masa de H quemada en cada paso de tiempo (valor que anotaremos como  $L_{\text{H}}^X$ ) y hemos comparado ese valor con el valor utilizado en las ecuaciones de estructura (valor que anotaremos como  $L_{\text{H}}^E$ ). De estos dos valores parece natural considerar que  $L_{\text{H}}^X$  es el más correcto ya que es calculado con un paso de tiempo menor —típicamente 3 a 5 veces más pequeño que el utilizado en la resolución de las ecuaciones de estructura. Por otra parte, debido a que los cambios químicos son calculados sobre una estructura estelar fija, el valor de  $L_{\text{H}}^X$  durante el comienzo del flash de H será inferior al real. En efecto, durante el desarrollo del flash de H, cuando el borde superior de la zona convectiva va penetrando en la envoltura rica en H, el valor de  $L_{\text{H}}^X$  calculado sobre la base de la posición de la zona convectiva en el último modelo calculado será inferior al valor que resultaría si se incluyese el avance de dicho borde convectivo *durante* el período de tiempo

<sup>2</sup>Veremos más adelante que la utilización de valores de MTS mucho más grandes tampoco es recomendable si se quieren evitar fuertes subestimaciones en la energía liberada durante el flash de H.

en que se están calculando los cambios químicos. En consecuencia, *durante el encendido del flash de H*, es de esperar que el valor real de  $L_H$  sea levemente mayor al estimado mediante  $L_H^X$  (ver Schlattl et al. para consideraciones similares)<sup>3</sup>.

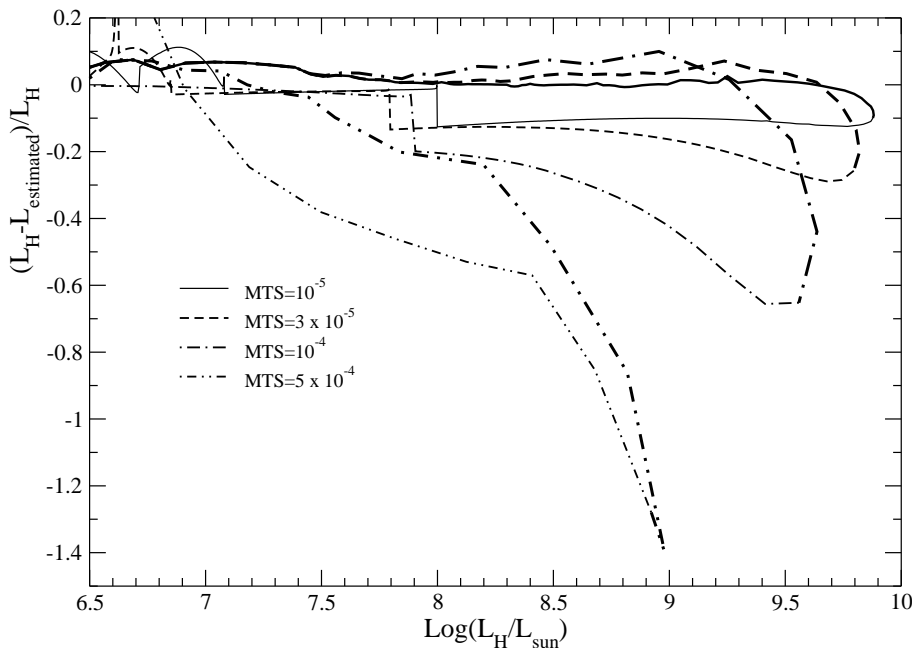


Figura 5.1: Estimación de los errores involucrados en el cálculo de  $L_H$  durante el pico de la quema de H durante el VLTP de una secuencia de  $0,589M_{\odot}$ . Las líneas gruesas (finas) indican la evolución previa (posterior) al máximo de  $L_H$ . Notar la enorme subestimación de la potencia liberada durante el desarrollo del flash de H que puede causar la utilización de un MTS demasiado grande.

Como puede apreciarse en la figura 5.1, encontramos que para MTS menores que  $5 \times 10^{-5}$  años ( $3 \times 10^{-6}$ ,  $10^{-5}$  y  $3 \times 10^{-5}$  años) el error porcentual en  $L_H$  está siempre por debajo del 10% durante el encendido del flash de H. En particular, eligiendo un MTS de  $10^{-5}$  años el error permanece menor al 3% durante la evolución hacia el máximo de  $L_H$ . Por el contrario, cuando se utilizan valores del MTS mayores que  $10^{-4}$  años el error en el cálculo de  $L_H$  crece hasta un 50% e incluso un 100% para un MTS de  $10^{-3}$  años.

En la tabla 5.3 se muestran como afecta la elección de MTS a la quema violenta de H. Puede allí observarse que la disminución en la potencia generada por la quema de H ( $L_H$ ) al aumentar el MTS es la consecuencia tanto de una disminución en la energía total integrada ( $\int L_H dt$ ) como en un aumento del período de tiempo en el cual dicha energía es generada ( $L_H > (e^{-1} \times L_{H_{\max}})$ ). Esto último no es de esperar que afecte demasiado el resultado obtenido ya que aún un aumento en órdenes de magnitud en el lapso de tiempo en que se libera la energía del flash de H no cambiaría el hecho de que esto ocurre “instantáneamente” en comparación con la evolución de la estructura estelar. Por el contrario la disminución del valor de la energía total liberada podría producir un efecto mucho más importante en la evolución posterior.

Como hemos visto más arriba el valor del MTS no puede disminuirse arbitrariamente si se desea mantener cierta consistencia con las hipótesis realizadas en el modelado. En este contexto el resultado de que la energía total liberada por la quema de H depende del MTS podría representar

<sup>3</sup>En este sentido es interesante notar que para el caso de los pulsos térmicos en la AGB Stancliffe et al. (2004) encuentran una intensidad mucho más grande de los flashes si las ecuaciones de estructura y cambio químico son resueltas simultáneamente. Sin embargo, puede que este resultado sea consecuencia de la obligada utilización de una red de reacciones nucleares más simple cuando se intentan resolver en simultáneo las reacciones nucleares y el cambio químico o de la difusión numérica debida al tratamiento no lagrangiano utilizado por Stancliffe et al. (2004).

MTS	$\int L_H dt$ [erg]	$\Delta t$ [días] $L_H > (e^{-1} \times L_{H\max})$	$\tau_{BA}$ [años]
$1 \times 10^{-5}$	$4,5 \times 10^{47}$	0,113	10
$3 \times 10^{-5}$	$4,31 \times 10^{47}$	0,133	12
$1 \times 10^{-4}$	$3,75 \times 10^{47}$	0,209	22
$5 \times 10^{-4}$	$2,59 \times 10^{47}$	0,777	280

Tabla 5.3: Valores característicos para cálculos del VLTP de una secuencia de  $0,589M_\odot$  realizados con distintos valores de MTS. Notar la dispersión de valores para el intervalo de tiempo ( $\tau_{BA}$ ) entre el flash de H y el momento en que la estrella alcanza  $\log T_{\text{eff}} = 3,8$  en su regreso a la rama de las gigantes —a altas luminosidades. La tercera columna es un tiempo característico para la duración del pico de quema de H. Notar la importante subestimación en la energía total liberada por la quema del H ( $\int L_H dt$ ) en el caso de  $\text{MTS}=5 \times 10^{-4}$  años.

un problema. Afortunadamente nuestros resultados muestran que con la utilización de un paso de tiempo  $\text{MTS} < 5 \times 10^{-5}$  años se obtienen resultados convergentes y suficientemente correctos (ver figura 5.1 y tabla 5.3).

Como se mostrará más adelante, en la sección 5.1.3, el valor de  $L_H$  y el tamaño de la zona convectiva mantenida por la quema de He es de esperar que estén íntimamente relacionadas. En efecto, un incremento en  $L_H$  facilita la inestabilidad frente a la convección en regiones cada vez más externas de la envoltura rica en H, mientras que un incremento en la penetración de dicha zona convectiva dentro de la envoltura rica en H, aumentará la cantidad de combustible que es arrastrado hacia el interior de la estrella para ser quemado —aumentando el valor de  $L_H$  (Iben et al. 1983, Schlattl et al. 2001). En consecuencia esperamos que el flash de H sea especialmente sensible a los errores en el cálculo de  $L_H^E$  en cada paso de tiempo.

### 5.1.3. Evolución durante y luego de un pulso térmico muy tardío

En esta sección realizaremos una descripción detallada de como se suceden los eventos durante un VLTP. Para ello nos enfocaremos en la secuencia de  $0,584 M_\odot$ . En la figura 5.2 puede observarse a bajas temperaturas ( $T_{\text{ef}} < 10000$ ) toda la evolución de esa secuencia, desde la ZAMS como una estrella de  $2,5 M_\odot$  hasta la TP-AGB (donde sufrió 10 pulsos térmicos), para luego proseguir su evolución post-AGB a altas temperaturas, luego de los episodios de pérdida de masa en la TP-AGB. En la evolución post-AGB puede observarse claramente la serie de lazos en el diagrama HR producidos por el VLTP, donde se indican los diferentes eventos que ocurren durante el mismo.

El VLTP comienza cuando la capa que quema He se vuelve inestable y la potencia generada por dicha capa crece rápidamente dando lugar a un último pulso térmico. Como la estrella se encuentra entrando en la etapa de enana blanca, la capa que quemaba H está virtualmente extinta y la barrera de entropía que la acompañaba ya no es suficientemente eficiente. Consecuentemente el borde externo de la zona convectiva producida por el flash de He (ZChe) entra finalmente en contacto con la envoltura rica en H. Esta situación se muestra en el panel A de la figura 5.3. La abundancia de H en la base de la envoltura posee una dependencia marcada con la profundidad. Esto se debe a que las estrellas que sufren un VLTP debieron abandonar la AGB mientras la quema del H estaba encendida. Como puede observarse en el panel A de la figura 5.3, la abundancia de H crece desde 0 a los valores típicos de la superficie en un ancho de  $0,00015 M_\odot$ . Como consecuencia la intensidad de la potencia generada por la quema de H crece a medida que regiones con mayor contenido de H son ingeridas por la ZChe y transportadas hacia el interior caliente de la estrella. La mayoría de ese H será quemado en la región de la ZChe donde la escala de tiempo de la mezcla sea comparable a la nuclear. Cuando el borde externo

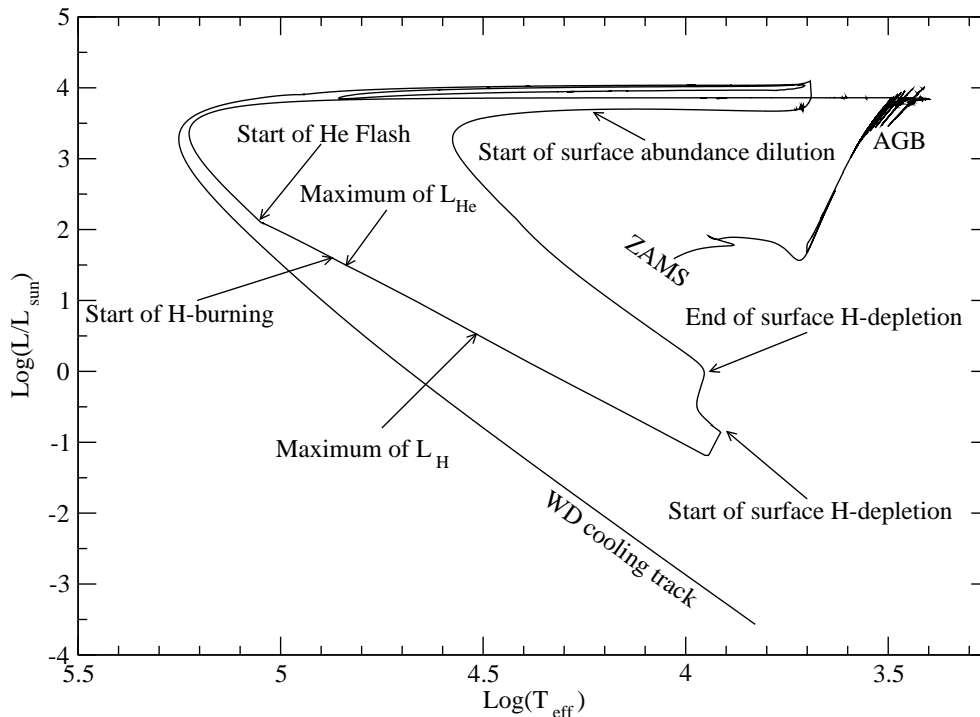


Figura 5.2: Evolución de la secuencia de  $2,5 M_{\odot}$  iniciales desde la ZAMS hasta su destino final como enana blanca. Esta secuencia sufre un VLTP luego de abandonar la TP-AGB debido a las grandes pérdidas de masa típicas de esta etapa. Obsérvese cómo la estrella es enviada nuevamente hacia la AGB luego del VLTP debido a las grandes cantidades de energía inyectadas por este último pulso térmico. Las flechas indican diferentes eventos relevantes que ocurren durante el desarrollo del VLTP, tanto dentro de la estrella como en sus abundancias superficiales.

de la ZCHE alcanza estratos en los que  $X_{\text{H}} \sim 0,035$ ,  $\log L_{\text{H}}/L_{\odot}$  vale  $\sim 3$ . Aproximadamente 2,8 días más tarde el borde externo de la ZCHE alcanza regiones donde  $X_{\text{H}} \sim 0,08$  y la potencia generada por la quema de H llega a  $\log L_{\text{H}}/L_{\odot} \sim 6,5$  (panel B de la figura 5.3). La evolución temporal de  $L_{\text{H}}$  puede verse en la figura 5.4, donde se identifican los modelos correspondientes a los paneles A, B y C de la figura 5.3. En este momento, dos eventos importantes tienen lugar. Primero, debido a la gran potencia de la quema de H en el interior de la ZCHE (lo que produce localmente un aumento de la entropía), se separa en dos zonas convectivas que permanecerán, sin embargo, conectadas por una región de overshooting (ver cuadro interno inferior de la figura 5.4). La zona convectiva más interna, por debajo de  $m_r \sim 0,577M_{\odot}$  seguirá siendo mantenida por la quema de He (por lo que mantendremos la denominación ZCHE para esta) mientras que la zona convectiva externa será principalmente mantenida por la quema de H (y denominaremos como ZCH). Segundo, como consecuencia de que la penetración del borde convectivo (ahora perteneciente a la ZCH) en la envoltura rica en H depende ahora de la potencia generada por la quema de H, la cual a su vez también depende de la penetración del borde externo de la ZCH en la envoltura, la situación se vuelve inestable. Más específicamente, la energía extra inyectada por la quema de H lleva a una mayor penetración del borde externo de la ZCH en la envoltura rica en H, lo que lleva a un aumento de la potencia liberada por la quema de H ( $L_{\text{H}}$ ), con lo que el borde externo de la ZCH es empujado más afuera aún. Esto da lugar a una segunda etapa de la quema de H que es extremadamente violenta y corta. En solo 15,4 hs,  $\log L_{\text{H}}/L_{\odot}$  aumenta desde  $\sim 6,5$  a más de 11. La rápida penetración de la ZCH en la envoltura rica en H puede observarse claramente al comparar la posición del borde externo de la ZCH en los paneles B y C de la figura 5.3. Este último panel (C) corresponde al momento en que  $L_{\text{H}}$  alcanza el máximo (como puede apreciarse en el cuadro superior de la figura 5.4). De acuerdo con estos resultados

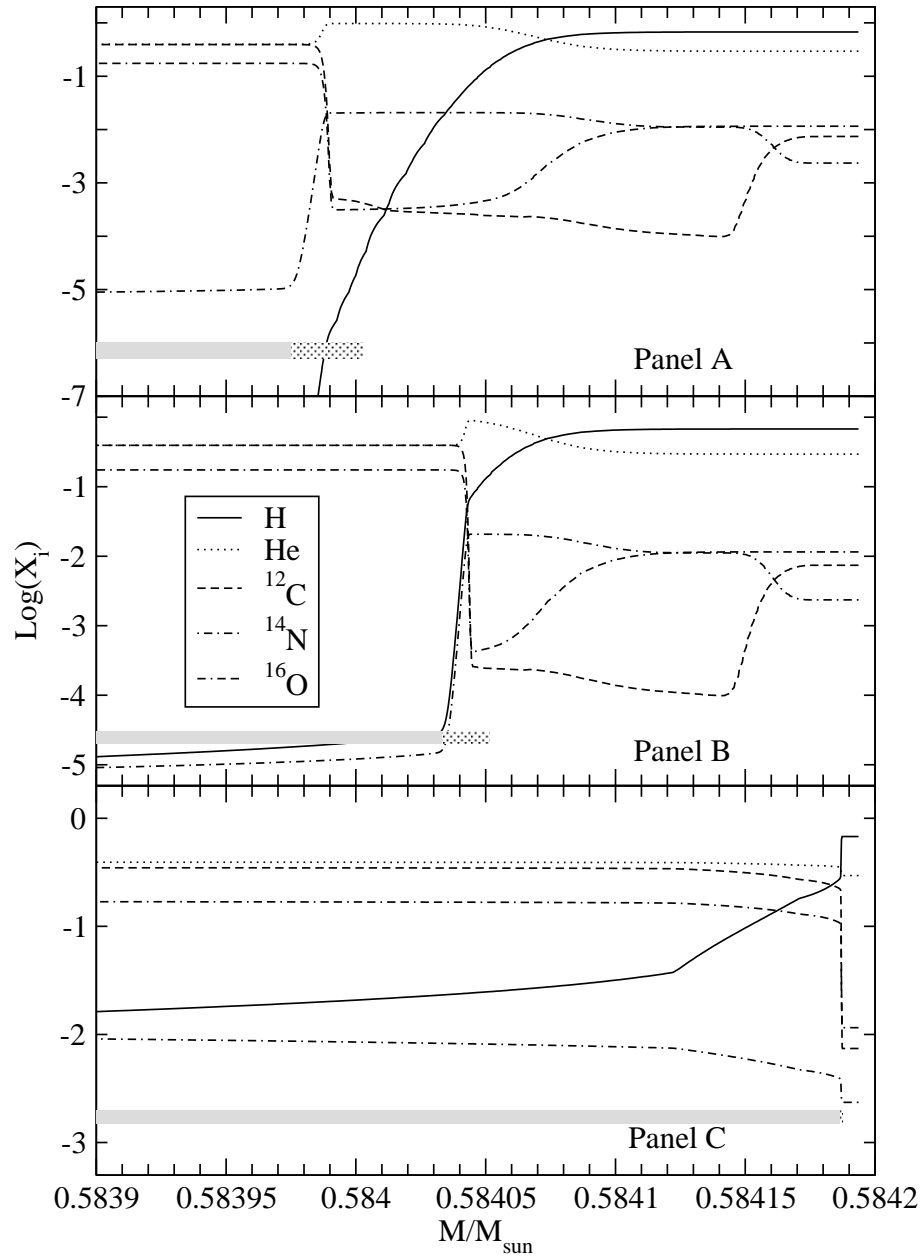


Figura 5.3: Evolución del borde externo de la ZChE y los perfiles químicos de diferentes elementos durante la ingestión de protones que da lugar al flash de H en el VLTP. Las barras grises marcan la ubicación de las zonas convectivas y las barras punteadas marcan la región donde ocurre la mezcla extra. Panel A: Abundancias en el momento en que el borde externo de la ZChE alcanza la región donde se encontraba la capa que quemaba H al momento de apagarse. Panel B: Situación en el momento en que la zona convectiva producida por el flash de He se separa, dando lugar a la zona convectiva mantenida por el flash del H (ZCH). Como puede verse, esto ocurre cuando la convección alcanza regiones con suficiente contenido de H ( $Z \sim 0,08$ ). Panel C: Perfiles químicos y extensión de la ZCF al momento del máximo de  $L_{\text{H}}$ .

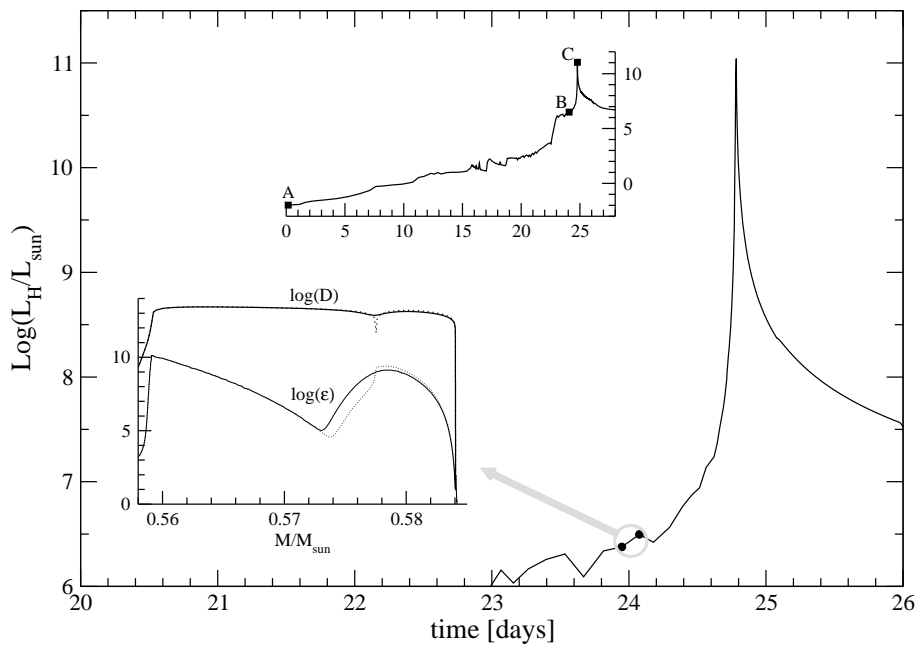


Figura 5.4: Evolución de  $L_H$  durante el VLTP de la secuencia de  $0,584 M_{\odot}$  descrita en esta sección. Los puntos negros en el cuadro interior superior marcan los valores correspondientes a los paneles A, B y C de la figura 5.3. En el cuadro interior inferior se muestran los valores del coeficiente de difusión ( $\log D$ , en  $\text{cm}^2 \text{s}^{-1}$ ) y la liberación de energía total en cada estrato ( $\log \epsilon$ , en  $\text{erg g}^{-1} \text{s}^{-1}$ ), para el modelo inmediatamente anterior (línea continua) e inmediatamente posterior (línea punteada) a la separación de la ZChE original (lo que se refleja en la caída de  $D$  cerca de la coordenada  $m_r \sim 0,577 M_{\odot}$ ). Estos dos modelos corresponden a los puntos negros encerrados en el círculo de la figura principal.

la quema del H puede ser separada en dos etapas —similar a lo descrito por Schlattl et al. (2001) en la descripción de la quema de protones durante el flash en el núcleo de He en estrellas de baja metalicidad. En la primera de estas etapas, que dura cerca de 25 días en esta secuencia mientras  $\log(L_H/L_{\odot}) \lesssim 6,5$ , el borde externo de la convección es empujado hacia afuera (en masa) principalmente por la quema de He. La segunda etapa se desata cuando la quema de H se vuelve localmente comparable al flujo de energía debido al flash del He y la zona convectiva original se separa en dos. La más externa de estas dos zonas convectivas es mantenida principalmente por la potencia generada por la quema de H lo que lleva a la situación inestable descrita más arriba y da lugar a un flash del H (en unas pocas horas  $L_H$  crece más de 4 órdenes de magnitud). Esta retroalimentación entre la extensión de la ZCH, el H que es ingerido por la ZCH y la potencia liberada por la quema de H, hace que esta etapa sea muy sensible a posibles errores en los valores calculados. En efecto, como puede verse en la tabla 5.3, errores en el cálculo de  $L_H$  debidos a diferentes elecciones del paso de tiempo producen valores de  $L_H$  muy diferentes. No solo el valor máximo de  $L_H$  es altamente sensible a una mala elección de la resolución temporal sino que, más importante aún, la energía total liberada por la quema de H (el valor integrado de  $L_H$ ) se ve fuertemente afectado. Es esta segunda etapa de la quema de H la que hace que el cálculo de la evolución durante un VLTP sea sensible a la elección del MTS.

Al comienzo, la quema violenta de protones ocurre a través de la cadena  $^{12}\text{C} + p \rightarrow ^{13}\text{N} + \gamma \rightarrow ^{13}\text{C} + e^+ + \nu_e$  debido a la abundancia extremadamente alta de  $^{12}\text{C}$  en la región entre capas. Esto cambia a medida que más  $^{12}\text{C}$  es transformado en  $^{13}\text{C}$  por la quema de protones y la reacción  $^{13}\text{C} + p \rightarrow ^{14}\text{N} + \gamma$  se vuelve progresivamente más importante. Sobre el final de la quema de protones ambas reacciones están funcionando con la misma tasa y generan cantidades de energía comparables.

**Evolución luego del flash de H** Luego del flash de He y su consecuente flash de H, el modelo regresa a la región de las gigantes en el diagrama HR (ver figura 5.2) en solo 6,8 años<sup>4</sup>, lo que es del orden de magnitud del valor observado en V4334 Sgr y V605 Aql (ver figura 5.5). El modelo de estrella permanece sin cambiar significativamente su temperatura ( $\log T_{\text{ef}} \lesssim 3,7$ ) durante los siguientes 26 años. Durante esta etapa el modelo fue aumentando progresivamente su luminosidad y en la base de la envoltura convectiva la presión de radiación se vuelve casi suficiente para sostener toda la estructura por encima de ella. Esta situación trae como consecuencia serios

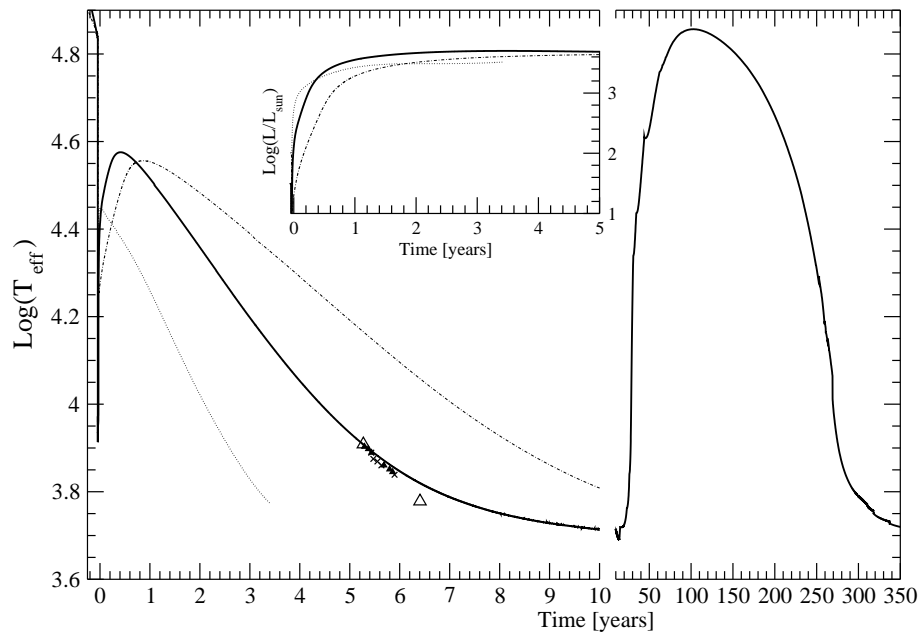


Figura 5.5: Evolución de la temperatura superficial de la secuencia de  $0,584 M_{\odot}$  descrita en el texto (líneas continuas). El punto de cero del eje x de los datos observacionales ha sido definido arbitrariamente para permitir una comparación con la tasa de enfriamiento de la secuencia teórica. Los triángulos corresponden a las inferencias fotométricas de Duerbeck et al. (1997; los triángulos vacíos corresponden a los datos menos confiables), mientras que las cruces marcan las inferencias espectroscópicas de Asplund et al. (1999). La curva de punto y raya marca la evolución de la secuencia de  $0,589 M_{\odot}$  que sufre un VLTP “temprano”, y la línea punteada la evolución de una secuencia con una leve reducción de la eficiencia de mezcla ( $D = D_{\text{MLT}}/3$ ). El cuadro interior muestra la evolución de la luminosidad para esas mismas secuencias.

problemas de convergencia en los cálculos numéricos, ya que cuando esto ocurre la presión de gas tiende a cero y con ella la densidad en la base de la envoltura convectiva (una situación similar es descrita por Lawlor y MacDonald 2003 en una de sus secuencias). Puede decirse que se alcanza (localmente en la base de la envoltura convectiva) el límite de Eddington, el momento en que esto ocurre se muestra en la figura 5.6. Una situación similar ha sido mencionada por Faulkner y Wood (1985), quienes sugieren que esto podría representar un mecanismo para separar la envoltura del resto de la estrella. Claramente en esta situación una de las hipótesis principales de nuestros modelos, la de estar en equilibrio hidrostático, no es válida en las regiones más externas del modelo. Para poder seguir con los cálculos se forzó artificialmente a la envoltura a que esté en equilibrio térmico (i.e.  $dS/dt = 0$ ) extendiendo la integración Runge Kutta de la envoltura hasta un punto inmediatamente por debajo de las capas donde se encontraba el mínimo de  $\beta := P_{\text{rad}}/P_{\text{tot}}$ . Esto se hizo aproximadamente 15 años después del flash de H. En los siguientes 5 años la secuencia aumenta su temperatura efectiva desde  $\log T_{\text{ef}} \sim 3,8$  a  $\sim 4,35$ . 20 años más

<sup>4</sup>Este valor no se corresponde exactamente con el presentado en la tabla 5.2 debido a que la secuencia aquí descrita corresponde a un cálculo realizado con el “segundo” esquema numérico de discretización de las ecuaciones descrito en el apéndice A.



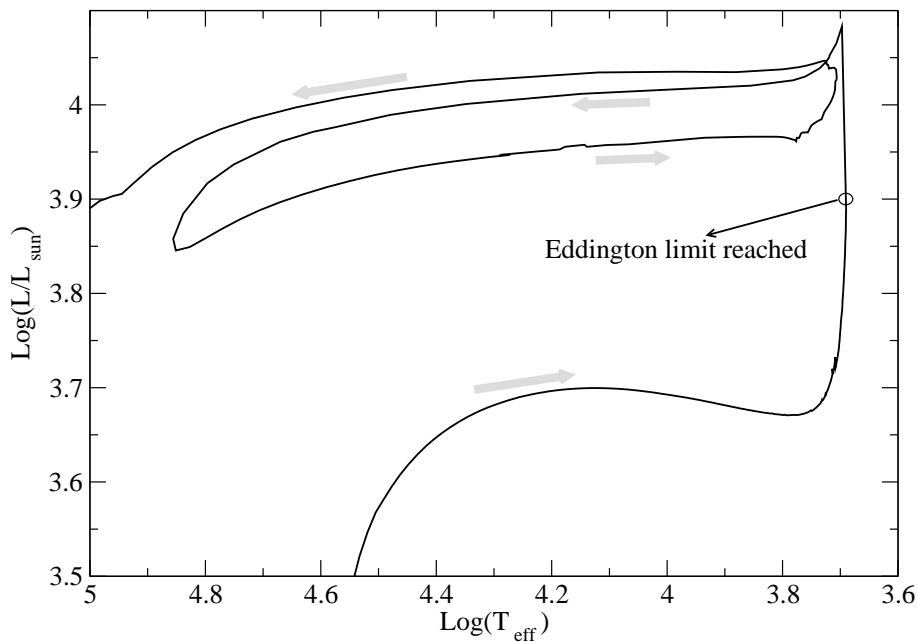


Figura 5.6: Diagrama HR de la evolución posterior al VLTP. Puede apreciarse claramente el doble lazo debido a las dos expansiones sucesivas debidas a los flashes de H y He. El círculo marca el momento en que nuestro modelo diverge debido al bajísimo valor de  $\beta$  en la base de la envoltura.

tarde su temperatura efectiva ya a crecido hasta  $\log T_{\text{ef}} \sim 4,6$  —ver figura 5.5. Estos tiempos, sin embargo, parecen ser dependientes del tratamiento detallado de la envoltura de la estrella y por lo tanto no son muy confiables. En este sentido vale la pena mencionar que aunque los tiempos en que la estrella comienza su recalentamiento difieren de aquellos observados en V4334 Sgr, esto podría deberse tanto a una mala descripción de las regiones externas de la estrella (que no están en equilibrio hidrostático ni térmico) como al hecho de que no estamos considerando ninguna tasa de pérdida de masa en esta etapa (veremos más adelante que esto podría acelerar el recalentamiento de la estrella). 100 años después del flash de H la estrella alcanza  $\log T_{\text{ef}} \sim 4,8$  y comienza una nueva (segunda) ida a la región de las gigantes. Este segundo regreso a la región de las gigantes se debe a la energía inyectada por el flash de He, que produce la expansión de todas la envoltura por encima de la capa de quema de He. Esta expansión, más lenta que la anterior, dura unos 250 años y la estrella alcanza nuevamente  $\log T_{\text{ef}} \sim 3,7$  unos 350 años después del flash de H. Finalmente, la estrella gigante volverá a contraerse nuevamente hacia la región del diagrama HR poblada por las estrellas [WC] y PG1159. Estas idas y venidas en  $T_{\text{ef}}$  causadas por los flashes de H y de He producen el típico doble lazo en el diagrama HR, ya descrito por Lawlor y MacDonald (2003) y Herwig (2003), que puede observarse en la figura 5.6.

#### 5.1.4. Dependencia de los resultados con los detalles físicos o numéricos

Como se mencionó anteriormente (tabla 5.1), los modelos teóricos no concuerdan en el valor de la escala de tiempo predicha para el renacimiento de una estrella de  $\sim 0,6M_{\odot}$  luego del VLTP. Como casos mas extremos vale la pena mencionar que mientras Herwig et al. (1999) encuentran que son necesarios  $\sim 350$  años para que la pre-enana blanca regrese a la rama de las gigante luego del flash, Lawlor & MacDonald (2002) encuentran que dicho renacimiento ocurre en unos pocos años (4,5 a 8,5 años según la secuencia). A su vez Herwig (2001b) encontró que las escalas de tiempo para el renacimiento de la estrella resultaban sensibles a las velocidades de los elementos convectivos en la zona convectiva generada por el flash de He.

En vistas de estas discrepancias y posibilidades, en esta sección discutiremos una gran va-

riedad de posibilidades, tanto numéricas como físicas, que pueden estar afectando las escalas de tiempo de “renacimiento” (i.e. desde flash de H hasta el momento en alcanzan nuevamente la AGB) calculadas en este y otros trabajos.

### Un VLTP “temprano”

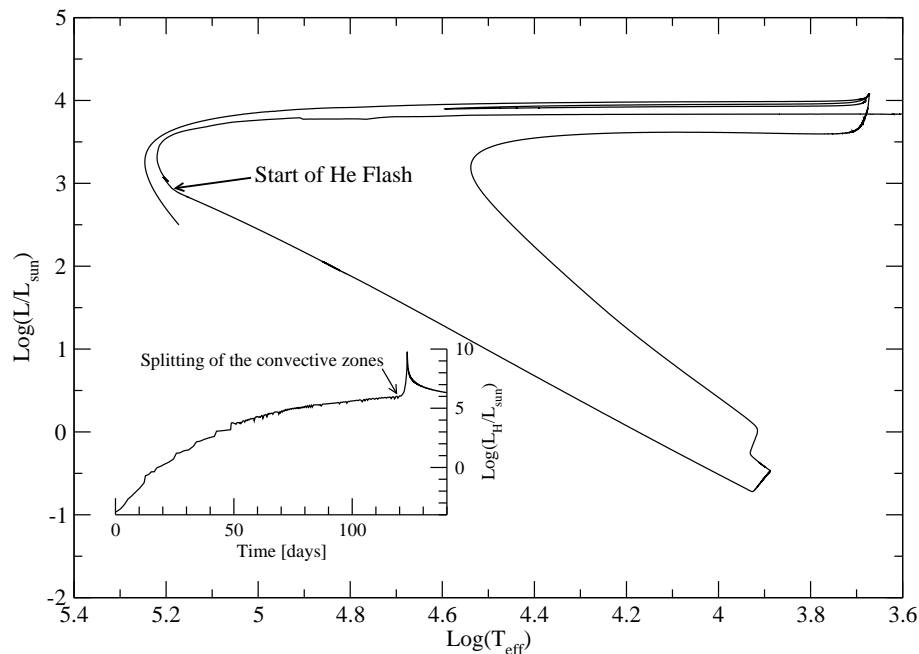


Figura 5.7: Diagrama HR de la secuencia de  $0,589 M_{\odot}$  descrita en el texto. El cuadro interior muestra la evolución de  $L_{\text{H}}$  durante la ingestión de la envoltura rica en H.

En esta sección presentamos una secuencia (de  $0,589 M_{\odot}$ ) que sufre un VLTP “temprano”, es decir a luminosidades más altas ( $\log L/L_{\odot} \sim 3$ ; ver figura 5.7) que la secuencia de  $0,584 M_{\odot}$  descrita en las secciones anteriores<sup>5</sup>. Además de la luminosidad al momento del VLTP otra diferencia que debe ser tomada en cuenta, al comparar esta secuencia con la secuencia de  $0,584 M_{\odot}$ , es que la masa total de H presente en la estrella al momento del VLTP es menor. Debido a la mayor intensidad de la capa que quema H al momento del VLTP, la penetración de la barrera convectiva es más difícil y las dos etapas de la quema de H mencionadas en la sección anterior son más distinguibles en este caso (ver figura 5.7). Debido a la mayor altura de la barrera de entropía, el borde externo de la zona convectiva generada por el flash tarda más en alcanzar las zonas más ricas en H y la primera etapa de la quema de H (aquella anterior a la separación de las zonas convectivas) dura  $\sim 4$  meses —4 veces más que en el caso de la secuencia de  $0,584 M_{\odot}$ . La segunda, y más violenta, etapa de la quema de protones en este caso dura  $\sim 2,5$  días. Debido a que la masa total remanente de H es en este caso un poco más pequeña ( $6,3 \times 10^{-5} M_{\odot}$ ) y a que ésta se quema en un período más largo de tiempo, el pico de  $L_{\text{H}}$  es aproximadamente 1 orden de magnitud más pequeño. La escala de tiempo necesaria para el regreso a la AGB luego del flash de H es apenas un poco más grande ( $\sim 10$  años: ver figura 5.8, panel superior).

<sup>5</sup>Al comparar los resultados de ambas secuencias debe tenerse presente que ambas poseen una evolución previa algo diferente. Mientras la secuencia de  $0,584 M_{\odot}$  proviene de una secuencia de originalmente  $2,5 M_{\odot}$  la secuencia de  $0,589 M_{\odot}$  proviene de una secuencia de  $2,7 M_{\odot}$ .

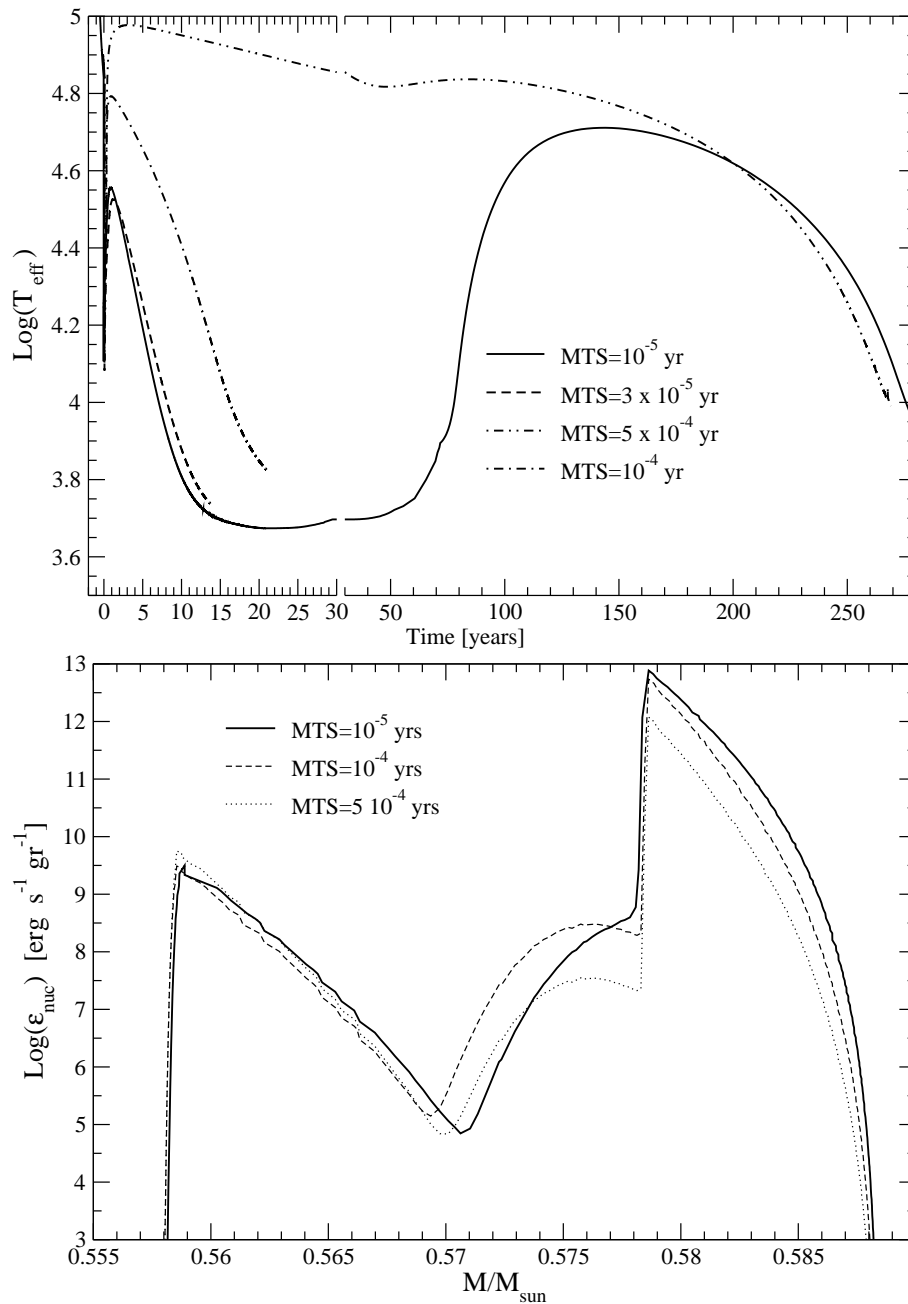


Figura 5.8: Efecto de la elección del paso de tiempo sobre la evolución durante el VLTP. Los cálculos corresponden a una secuencia de  $0,589 M_{\odot}$ . Panel Superior: Evolución temporal de la temperatura efectiva luego del flash de H (ubicado a  $t = 0$ ), para secuencias calculadas con diferentes pasos mínimos de tiempo (MTS). Puede apreciarse claramente como la subestimación de la energía liberada por la quema de H (ver figura 5.1) repercute en las escalas de tiempo de retorno a la AGB. Panel Inferior: Tasa de generación de energía debidas a la quema de He (pico izquierdo) y de H (pico derecho) en función de la coordenada masa para diferentes valores de MTS. Nótese el cambio en dicha tasa según el valor del MTS elegido para el cálculo. Esto se debe a que una resolución temporal menos fina lleva a una subestimación de la energía liberada por la quema de protones y a una ingestión menos violenta de los protones. Esto a su vez afecta la energía total liberada por la quema de protones como puede apreciarse en la tabla 5.3. Por el contrario, vale la pena notar que la ubicación de la quema de protones no es afectada por la elección del MTS.

### Importancia de la resolución temporal

Como puede verse en la figura 5.1, una mala elección del MTS lleva a valores de  $L_{\text{H}}^E$  que están subestimados en más de un orden de magnitud respecto a los valores que pueden estimarse de los cambios químicos que ocurren en el modelo ( $L_{\text{H}}^X$ ) durante el flash. Además, como puede verse en la tabla 5.3), la energía total liberada durante el flash es disminuída un 40 % al aumentar el paso de tiempo desde  $10^{-5}$  años a  $5 \times 10^{-4}$  años y la energía es liberada menos abruptamente en un período casi siete veces más largo. En la figura 5.8 puede apreciarse el efecto que tiene la elección del MTS sobre la escala de tiempo en que la estrella regresa a la AGB luego del flash de H. Como puede verse, un valor grande del MTS ( $5 \times 10^{-4}$  años) hace que el regreso a la AGB ocurra recién 300 años después del flash de H. Esta escala de tiempo es típica de la expansión a la AGB de modelos en los cuales la expansión se debe solamente a la energía liberada por el flash de He. Un análisis más detallado de la figura 5.8 muestra que en el caso de  $\text{MTS} = 5 \times 10^{-4}$  años la expansión promovida por el flash de H se frena a muy altas temperaturas  $\log T_{\text{ef}} \sim 4,8$  siendo la expansión debida al flash de He la que lleva a la estrella de regreso a la AGB. En consecuencia, no es de extrañar que esta expansión ocurra en alrededor de 300 años. Por el contrario, cuando la resolución temporal es mejorada y el MTS durante el flash se elige por debajo de  $5 \times 10^{-5}$  años, se obtienen escalas de tiempo mucho más breves para el retorno a la AGB ( $\sim 10$  años). Este resultado puede ser entendido en base a los grandes errores (entre un 30 % y un 100 %) en la estimación del valor de  $L_{\text{H}}^E$  cuando se adoptan valores demasiado grandes para el MTS. Por el contrario una elección del MTS por debajo de  $5 \times 10^{-5}$ , garantiza que los errores en  $L_{\text{H}}^E$  (que es el valor que entra en las ecuaciones de estructura) se mantengan por debajo del 10 %. En vistas del resultado encontrado por Herwig (2001b) es necesario resaltar que el cambio en la escala de tiempo de regreso a la AGB al aumentar el MTS no tiene ninguna relación con los cambios en dicha escala debidos a un desplazamiento de la región donde se libera la energía debida a la quema de protones. Esto puede verse en la figura 5.8, donde resulta claro que la ubicación de la quema de protones no es alterada por el valor del MTS.

Un punto final importante es la convergencia de los valores de la escala de tiempo de regreso a la AGB ( $\tau_{\text{BA}}$ ) al achicar el MTS por debajo de  $5 \times 10^{-5}$  años. En efecto, adoptar valores de  $\text{MTS} < 5 \times 10^{-5}$  no altera el valor de  $\tau_{\text{BA}}$  significativamente. Este resultado corrobora la conclusión obtenida anteriormente de que utilizando un  $\text{MTS} < 5 \times 10^{-5}$  los errores en la estimación de  $L_{\text{H}}^E$  se mantienen bajo control y que las escalas de tiempo obtenidas con valores suficientemente pequeños de MTS son robustos. Vale la pena mencionar que la energía total liberada por la quema de H al adoptar el valor estándar del MTS ( $10^{-5}$  años, tabla 5.3) está en perfecto acuerdo con la que sería esperable de una estimación analítica sencilla de la masa de H quemada. En efecto, si toda la masa de H presente en la estrella antes del VLTP ( $6,3 \times 10^{-5} M_{\odot}$ ) fuese quemada solamente mediante la cadena de reacciones  $^{12}\text{C} + p \rightarrow ^{13}\text{N} + \gamma \rightarrow ^{13}\text{C} + e^+ + \nu_e$ , en la cual cada protón quemado libera 3,4573 MeV (como ocurre en las primeras etapas del flash de H) la energía total liberada sería  $\int L_{\text{H}} dt = 4,15 \times 10^{47}$  erg. Por otra parte si toda la masa de H fuese quemada mediante  $^{13}\text{C} + p \rightarrow ^{14}\text{N} + \gamma$  y  $^{12}\text{C} + p \rightarrow ^{13}\text{N} + \gamma \rightarrow ^{13}\text{C} + e^+ + \nu_e$  trabajando al mismo ritmo como ocurre sobre el final del flash de H (en este caso cada protón quemado libera 5,504 MeV) entonces  $\int L_{\text{H}} dt = 6,6 \times 10^{47}$  erg. Que el valor obtenido numéricamente con la elección estándar del MTS,  $\int L_{\text{H}} dt = 4,5 \times 10^{47}$  erg, se encuentre entre las dos estimaciones anteriores permite concluir que los errores en este caso se encuentran controlados y nos permite confiar en que la escala de tiempo obtenida en ese caso es correcta.

### Relevancia de los gradientes químicos ( $\nabla\mu$ )

Para investigar la relevancia de los gradientes químicos ( $\nabla\mu$ ) en las velocidades de los elementos convectivos, y por lo tanto en la eficiencia de la mezcla ( $D$ ), hemos realizado cálculos con la teoría de convección de Grossman et al. (1993) en la versión local presentada por Grossmann y Taam (1996). Como fue mencionado en la sección 4.1.2 esta teoría incorpora los efectos de  $\nabla\mu$

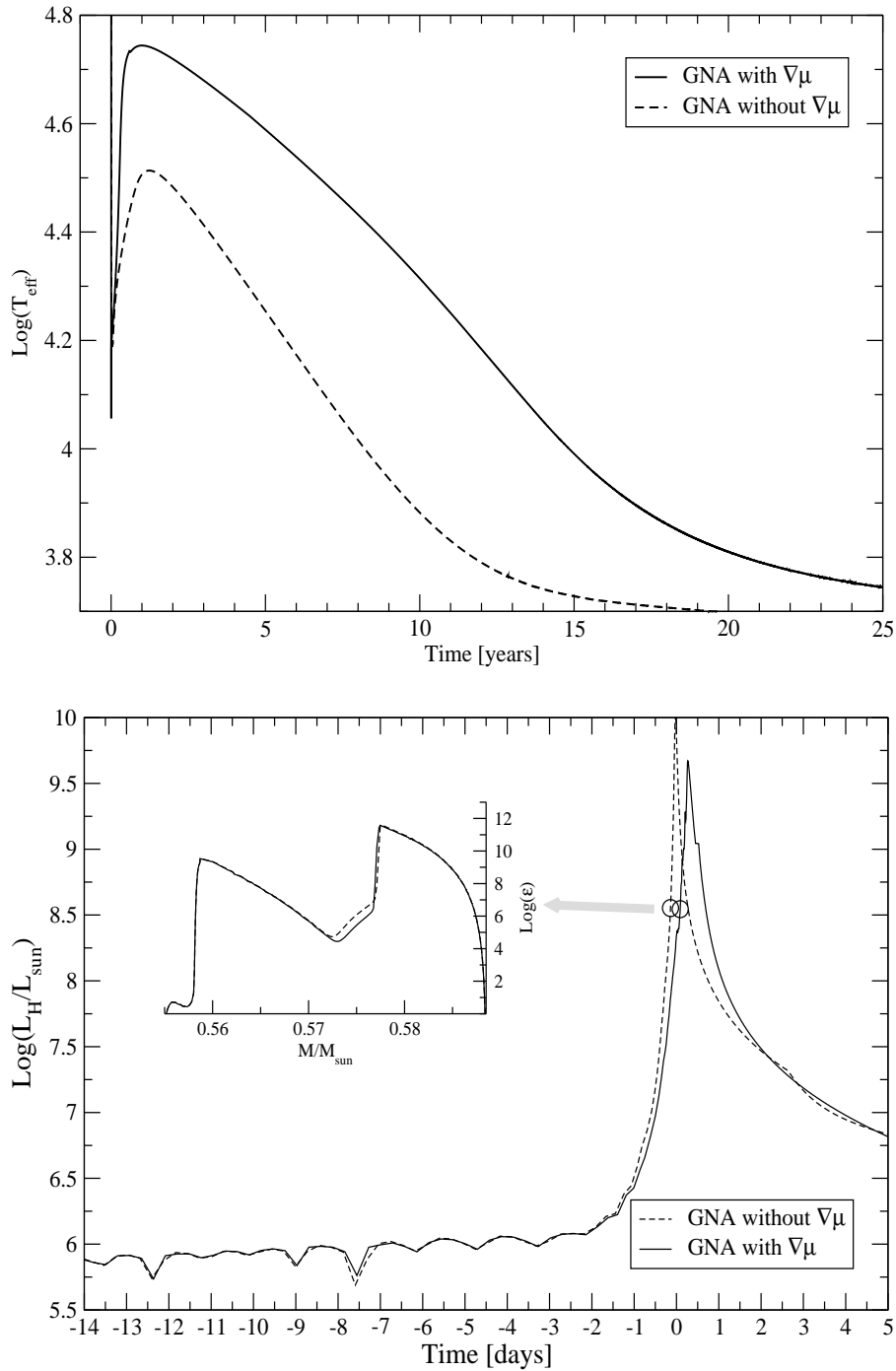


Figura 5.9: *Panel Superior:* Escalas de tiempo evolutivas durante un evento VLTP calculado con la teoría GNA de convección, con y sin los efectos del gradiente  $\nabla\mu$ . *Panel Inferior:* Evolución de  $L_H$  durante el desarrollo del flash de H en el VLTP. La influencia de  $\nabla\mu$  se vuelve apreciable solo cuando comienza la segunda etapa de quema de protones (quema en fuga o flash del H). Los efectos de  $\nabla\mu$  se vuelven importantes cuando el material con menor  $\mu$  es rápidamente transportado hacia el interior de la zona convectiva, disminuyendo la velocidad de ingestión de H y retardando levemente el aumento violento de  $L_H$ . El cuadro interior muestra el leve efecto del gradiente de peso molecular en la distribución de la liberación de energía.

tanto en el cálculo de las velocidades convectivas como en la determinación del tipo de inestabilidad de cada región. Vale la pena aclarar que para permitir una mejor comparación entre los cálculos realizados con la GNA y la MLT, la misma relación entre el coeficiente de difusión ( $D$ ) y la velocidades medias de los elementos convectivos ( $v$ ) fue utilizada en los cálculos realizados con ambas teorías  $D = l \times v/3^6$ . Como expresión para la velocidad convectiva en el caso de la MLT hemos utilizado tanto la presentada por Langer et al. (1985), utilizada por Herwig et al. (1999), como la expresión

$$D = \frac{1}{3} l v_{\text{MLT}} = \frac{\alpha^{4/3} H_P}{3} \left[ \frac{c g}{\kappa \rho} (1 - \beta) \nabla_{\text{ad}} (\nabla_{\text{rad}} - \nabla) \right]^{1/3} \quad (5.6)$$

fácilmente deducible de la ecuación 4.15<sup>7</sup>. Afortunadamente ambas expresiones ofrecen resultados similares en el cálculo de la evolución durante un VLTP. La relación entre la longitud de mezcla ( $l$ ) y la escala de altura de la presión ( $H_P$ ) fue elegida como 1,7 y 1,5 para la MLT y la GNA respectivamente<sup>8</sup>. A fin de poder distinguir estrictamente el efecto de  $\nabla\mu$  en los cálculos realizados con la GNA, y evitar cualquier otra diferencia con la MLT que pudiese provenir de diferencias intrínsecas entre ambas teorías, se calcularon dos secuencias diferentes con la GNA: Una en la cual se considera la GNA sin ninguna modificación y la otra en la cual el valor de  $\nabla\mu$  es artificialmente fijado en cero. Como se esperaba, encontramos que la GNA da los mismos resultados que la MLT cuando  $\nabla\mu$  es fijado en cero en las expresiones de la primera. El paso siguiente fue analizar el efecto de las inhomogeneidades químicas (verticales) que se generan en la zona convectiva producida por el pulso térmico, cuando el H es arrastrado hacia el interior de la estrella y es quemado. Para esto se compararon los resultados de las dos secuencias calculadas con la GNA incluyendo y no incluyendo ( $\nabla\mu = 0$ ) el efecto de los gradientes químicos en la mezcla. La comparación de estas dos secuencias se realiza en la figura 5.9. Como puede allí apreciarse durante la primera etapa de la quema de protones —aquella en la que el avance del borde convectivo exterior se debe a la inyección de energía desde la capa que quema He— la cantidad de H engullida por la zona convectiva es relativamente pequeña y  $\nabla\mu$  no produce un cambio significativo en el valor de  $D$ . Por lo tanto, la inclusión del efecto de  $\nabla\mu$  no altera esta primera etapa de la quema de protones. Sin embargo, durante la segunda etapa de la quema de protones, mayores cantidades de H son rápidamente transportadas al interior de la estrella lo que produce cambios mayores en el valor de  $\nabla\mu$ . Debido a lo rápido que es quemado el H en el interior de la estrella, la abundancia de H en la zona convectiva no es homogénea (lo que es fácilmente apreciable en el panel C de la figura 5.3). Un valor positivo de  $\nabla\mu$ , como el que se desarrolla durante la ingestión de H, tiende a favorecer la estabilidad frente a la convección. Debido a esto la inclusión de  $\nabla\mu$  produce un valor menor de  $D$  que cuando  $\nabla\mu$  es supuesto nulo. A su vez, un menor valor de  $D$  produce una menor tasa de transporte del H hacia el interior de la estrella y por lo tanto una menor tasa de quema de H durante esta segunda etapa de la quema de protones. Esta menor tasa en la quema de H produce a su vez un menor valor de  $(\nabla_{\text{rad}} - \nabla_{\text{ad}})$  lo que tiende a aumentar la diferencia entre  $D$  y  $D_{(\nabla\mu=0)}$ . Como consecuencia, la quema de H es un poco menos violenta al incluir  $\nabla\mu$  y los valores de  $L_H$  son un poco inferiores al caso  $\nabla\mu = 0$  (lo que puede apreciarse en el panel inferior de la figura 5.9). Quizás esta menor violencia del flash de H sea la razón por la cual el tiempo necesario para regresar a la AGB luego del flash de H sea casi dos veces mayor para el caso en que el efecto de  $\nabla\mu$  es considerado.

<sup>6</sup>En el trabajo previo realizado por Althaus et al. (2005), la relación utilizada fue  $D_{\text{GNA}} = l \times v_{\text{GNA}}$  tal como es prescrita por Grossman y Taam (1993); esta diferencia es probablemente una de las razones por la cual nuestros resultados son algo diferentes de los encontrados por Althaus et al. (2005) a pesar de utilizar el mismo código numérico para la resolución de las ecuaciones. La otra posible razón es el cuidado especial con el paso de tiempo durante la quema de H que se ha tenido en este trabajo.

<sup>7</sup>Al autor de esta tesis le ha sido imposible derivar la expresión presentada por Langer et al. (1985).

<sup>8</sup>En vistas de las diferentes definiciones de los coeficientes entre ambas teorías, para ser equivalente al  $\alpha = 1,7$  utilizado en la MLT, el valor del parámetro libre de la GNA debió elegirse como  $\alpha = 1,43$ . Como se verá más adelante esa pequeña diferencia no afecta los resultados presentados.

Esta diferencia claramente no está relacionada con un posible desplazamiento de la ubicación en que se produce la quema de H, la cual no es afectada por la inclusión de  $\nabla\mu$ , tal como puede apreciarse en el cuadro interior del panel inferior de la figura 5.9 —esto no debería sorprender pues durante la primera etapa y en el momento en que se separan las zonas convectivas  $\nabla\mu$  no es todavía relevante. Sin embargo, es difícil imaginar como una reducción en la violencia del flash podría afectar la escala de tiempo de retorno a la AGB, ya que en ambos casos la quema de H ocurre casi instantáneamente en la evolución de la estrella. Más probable es que la inclusión de  $\nabla\mu$  empeore los errores en el cálculo de  $L_H$  y que la energía total liberada en este caso sea inferior.

Cabe destacar que en todas estas secuencias se ha incluido la existencia de una región de “overshooting”, parametrizada por  $f = 0,016$  en todos los bordes convectivos. Como veremos en la siguiente sección, en el caso de que dicha mezcla extra no existiese, el efecto de la incorporación de  $\nabla\mu$  sería bastante más relevante, pudiendo llegar a impedir la ocurrencia del flash de H.

### Efecto de la existencia de mezcla “extra” en los bordes convectivos

Para explorar la posible importancia del valor del parámetro de overshooting  $f$  en los resultados obtenidos hemos realizado cálculos de una secuencia utilizando la MLT pero adoptando  $f = 0,03$  durante el flash de H. Podría argumentarse que cambiar el valor de  $f$  solamente durante el desarrollo del flash de H no es consistente con la evolución previa, donde fue utilizado  $f = 0,016$  en todos los bordes convectivos de todas las zonas conectivas. Sin embargo, no es esperable que dicha inconsistencia afecte seriamente los resultados aquí comentados. Un cambio de  $f$  durante la fase de los pulsos térmicos en la AGB tendría como principal resultado alterar la abundancia de  $^{16}\text{O}$  en la región entre capas (Herwig 2000), lo que no es de esperar que afecte el resultado presentado. Por otra parte no hay razones para creer que el valor de  $f$ , bajo las condiciones extremas que caracterizan al flash de H, es el mismo que en la evolución previa.

En nuestras simulaciones encontramos que los tiempos de retorno a la AGB son sensibles al valor adoptado de  $f$ . En efecto, encontramos que en la secuencia con una eficiencia de mezcla extra mayor ( $f = 0,03$ ) la escala de tiempo de retorno a la AGB es de  $\sim 20$  años, es decir aproximadamente el doble que en la secuencia con el valor estándar de  $f$  ( $f = 0,016$ ; en la cual dicho regreso ocurre en  $\sim 10$  años). Una posible explicación para la evolución más lenta presentada por la secuencia de  $f = 0,03$  puede obtenerse del análisis de la evolución de la ubicación del punto de máxima liberación de energía por quema de protones. Dicha evolución es detallada en la figura 5.10. En dicha figura puede observarse que durante las primeras etapas de la quema violenta de protones (hasta el momento en que se separan las zonas convectivas) la ubicación (en coordenada masa) del máximo de liberación de energía ocurre en el mismo punto<sup>9</sup>, esto es en  $m \sim 0,58M_\odot$ . Sin embargo la situación cambia rápidamente a medida que la quema de protones se acerca a su máximo valor. Mientras en la secuencia con  $f = 0,016$  el pico de liberación de energía se hunde solo levemente hasta llegar a  $m \sim 0,579 M_\odot$ , en la secuencia con una mayor eficiencia de mezcla el punto de máxima liberación de energía se hunde progresivamente hasta llegar a  $m \sim 0,577 M_\odot$  en el momento en que  $L_H$  alcanza su máximo valor. El hundimiento progresivo del pico en la liberación de energía en la secuencia con mayor  $f$  parece deberse a que un mayor valor de  $f$  permite a los protones alcanzar puntos más profundos por debajo del borde convectivo formal, lo que a su vez lleva a un desplazamiento del punto de máxima liberación de energía a regiones más internas las cuales se vuelven luego dinámicamente inestables (i.e. no cumplen el criterio de estabilidad de Schwarzschild) debido al altísimo flujo de calor. Vale la pena notar que a pesar del pequeño valor absoluto de la diferencia entre ambos valores, esto representa una diferencia de  $\sim 20\%$  en la masa por encima del punto de máxima liberación de energía.

Un punto interesante para ser analizado es la posibilidad de que la mezcla extra en la interfase

<sup>9</sup>Lo cual es esperable ya que dicha ubicación está dada por el punto en el cual  $\tau_{\text{mezcla}} \sim \tau_{\text{nuclear}}$ .

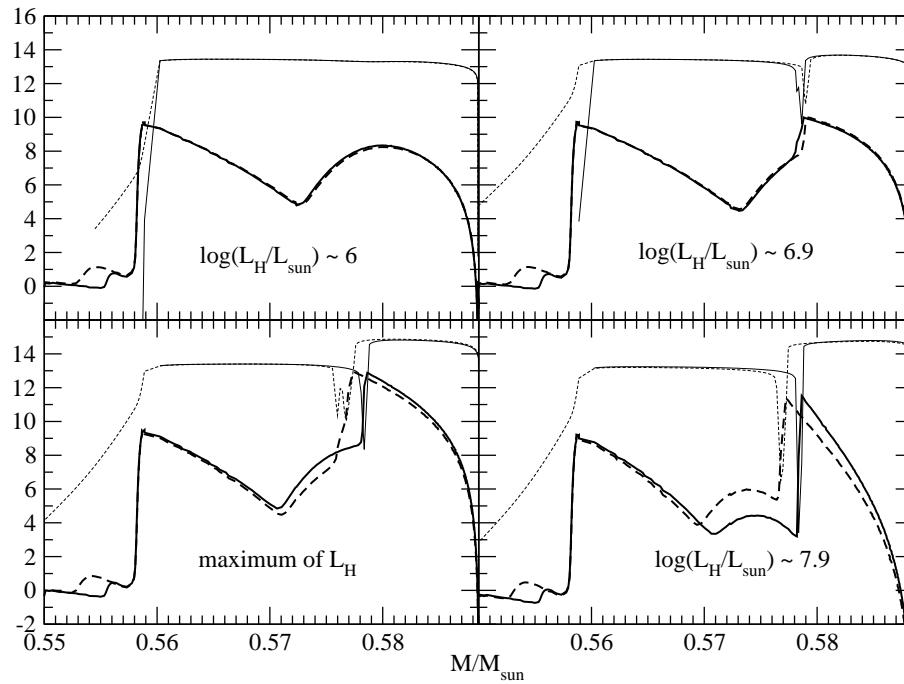


Figura 5.10: Ubicación del pico de energía liberada por la quema de protones en diferentes etapas durante la ingestión de protones para diferentes valores del parámetro de mezcla extra  $f$ . Las líneas continuas muestran el coeficiente de difusión y la energía liberada por unidad de masa y tiempo para el modelo con  $f = 0,016$  mientras las líneas de trazos muestran la situación para  $f = 0,03$  (las líneas delgadas corresponden a  $\log D$  y las líneas gruesas a  $\log \epsilon$ ). *Arriba a la Izquierda*: justo antes de la separación producida por la quema de protones de la zona convectiva impulsada por el flash de He. *Arriba a la Derecha*: justo en el momento en que la zona convectiva original se ha separado en dos. *Abajo a la Izquierda*: al momento del máximo de  $L_{\text{H}}$ . *Abajo a la Derecha*: luego del máximo de quema de protones.



H-He (ubicada en la base de la envoltura) pudiese estar atenuada por el efecto estabilizador del gradiente químico. Para estudiar esta posibilidad realizamos dos nuevas simulaciones con la teoría GNA para las secuencias de  $0,584 M_{\odot}$  y  $0,589 M_{\odot}$ , pero bajo la suposición extrema de que no existe ninguna mezcla extra en el borde externo de la zona convectiva impulsada por el flash del He. Bajo esta suposición el comportamiento de ambas secuencias es muy diferente. En la secuencia de  $0,589 M_{\odot}$ , que sufre un VLTP-temprano y por lo tanto posee aún una leve barrera de entropía, la existencia de un gradiente químico  $\nabla\mu$  evita que la zona convectiva impulsada por el flash de He alcance la envoltura rica en H. Consecuentemente en esta secuencia no se desarrolla la quema violenta del H. Por el contrario en la secuencia de  $0,584 M_{\odot}$ , en la cual el flash del He se desata cuando la barrera de entropía ha desaparecido completamente, la barrera provista por el gradiente químico no es suficiente para prevenir el contacto entre la zona convectiva y la envoltura rica en H y ocurre el flash del H. Sin embargo, aunque el flash del H ocurre en este caso, vale la pena destacar que la inclusión de  $\nabla\mu$  altera significativamente el desarrollo de la quema del H durante el VLTP. Para empezar vale la pena notar que el comienzo de la ingestión de protones dentro de la zona convectiva fue retrasada aproximadamente diez días en comparación con el caso en el cual  $\nabla\mu = 0$  (i.e. la teoría estandar, MLT). Posteriormente, cuando la quema de protones ya había comenzado, la existencia de  $\nabla\mu$  produce la creación de numerosas zonas semiconvectivas que separan a la zona convectiva impulsada por el flash en varias secciones<sup>10</sup>. Debido a la eficiencia mucho menor de la mezcla en las regiones semiconvectivas en comparación con las regiones convectivas, dichas separaciones desacoplan la evolución química de cada una de las regiones convectivas produciendo un perfil de H de aspecto escalonado en la interfase H-He. A medida que la quema de H evoluciona estos escalones se fusionan y llevan a que el H sea transportado al interior de la estrella. Dado que la presencia de zonas semiconvectivas aisladas evita que el H sea trasladado rápidamente al interior de la estrella, en esta secuencia el valor de  $\log L_H/L_{\odot}$  permanece por debajo de 7 durante aproximadamente medio año, retrasando significativamente el comienzo de la segunda etapa de quema de H (el flash del H). Solo cuando el valor de  $\log L_H/L_{\odot}$  se vuelve suficientemente alto y el contenido de H en los escalones ha bajado lo suficiente todas estas zonas convectivas se reconectan dando lugar al flash del H. Debido al cambio en como fueron quemados los protones en esta secuencia, la escala de tiempo de retorno a la AGB se vuelve mucho más alta,  $\sim 100$  años, que en el caso en el cual se consideraba la existencia de fenómenos de mezcla extra en el borde convectivo. Vale la pena destacar que este cambio abrupto en las escalas de tiempo muy probablemente refleja que la secuencias de  $0,584 M_{\odot}$  y  $0,589 M_{\odot}$  se encuentran muy cerca de un valor crítico que separa dos comportamientos muy diferentes. Esto se verá en la siguiente subsección donde estudiaremos la importancia de la masa del remanente.

### Importancia de la masa del remanente

Un punto que había sido dejado de lado en la mayoría de los trabajos anteriores corresponde a la relevancia de la masa del remanente para la evolución posterior. En esta sección analizaremos precisamente eso, como cambia la evolución luego de un VLTP al cambiar la masa del remanente.

En la tabla 5.4 se muestran los resultados obtenidos para el regreso a la AGB luego del VLTP para remanentes de masas entre  $0,515M_{\odot}$  y  $0,870M_{\odot}$ . Es interesante notar el cambio cualitativo en la escala de tiempo para el regreso a la AGB ( $\tau_{BA}$ ) que ocurre alrededor de  $m \sim 0,6M_{\odot}$ . Mientras remanentes que poseen masas por debajo de ese valor experimentan el retorno a la AGB en solo unos pocos años, remanentes con masas por encima de ese valor experimentan dicho regreso en cientos de años. Como veremos más adelante, el cambio brusco en  $\tau_{BA}$  con la masa del remanente se debe a que la expansión es impulsada por diferentes fuentes en ambos casos.

<sup>10</sup>Es necesario aquí notar que es difícil decidir si tales separaciones ocurrirán en la realidad ya que no sería extraño que fuesen un artificio numérico debido a dos hipótesis fundamentales del modelado, a saber, la discretización y la unidimensionalidad del tratamiento.

Masa del remanente ( $M_{\odot}$ )	Masa inicial ( $M_{\odot}$ )	$M_H$ pre-flash ( $M_{\odot}$ )	$t_{BA}$ (años)	$\frac{^{12}\text{C}}{^{13}\text{C}}$	$\frac{^{12}\text{C}}{^{14}\text{N}}$	ubicación del flash de H ( $M_{\odot}$ )
0,515	1	$2,24 \times 10^{-4}$	14	6,6	13,4	0,486112
0,530	1	$2,30 \times 10^{-4}$	5	6.	10,9	0,51202
0,542	1	$1,75 \times 10^{-4}$	5,1	6,3	12,1	0,52729
0,561	1,8	$1,00 \times 10^{-4}$	7,5	6.	11,2	0,54950
0,565	2,2	$8,19 \times 10^{-5}$	10,8	6,1	11,1	0,55397
0,584	2,5	$8,70 \times 10^{-5}$	8,9	5,9	10,6	0,57485
0,609	3,05	$4,68 \times 10^{-5}$	157 <sup>†</sup>	6,4	13,7	0,60166
0,664	3,5	$3,17 \times 10^{-5}$	106 <sup>†</sup>	6,11	12,4	0,65968
0,741	3,75	$1,79 \times 10^{-5}$	65 <sup>†</sup>	6,7	15,9	0,73822
0,870	5,5	$8,85 \times 10^{-6}$	—*	5,1*	7,8*	0,86885

Tabla 5.4: Descripción de las secuencias analizadas durante el flash de H. Las dos primeras columnas indican la masa de cada una de las secuencias en la ZAMS y al momento del VLTP. La tercera columna indica la masa total de H remanente en la estrella al momento del VLTP, nótese la importante dependencia con la masa del remanente.  $t_{BA}$  indica el tiempo transcurrido desde el H-flash al momento en que la estrella alcanza  $\log T_{\text{ef}} = 3,8$  en su regreso a la AGB. La última columna indica la ubicación aproximada en donde ocurre la mayor parte de la quema de H durante el VLTP.

Mientras las secuencias que muestran una rápida expansión al rojo lo hacen impulsadas por el flash de H que ocurre durante el VLTP, en aquellas que evolucionan más lentamente la expansión está impulsada principalmente por el flash de He (es decir el VLTP propiamente dicho) el cual ocurre en regiones más internas y produce la expansión de una envoltura mucho más masiva. La existencia de dicho cambio brusco en el comportamiento es probablemente una de las causas de la alta sensibilidad de las secuencias de  $0,584$  y  $0,589 M_{\odot}$  a los detalles físicos y numéricos adoptados. A diferencia de lo que ocurre con  $\tau_{BA}$ , las abundancias de  $^{13}\text{C}$  y  $^{14}\text{N}$ , ambos elementos producidos principalmente durante el flash de H, no muestran una dependencia con la masa del remanente. Pero no solo la escala de tiempo  $\tau_{BA}$  cambia con la masa del remanente, también lo hace su trayectoria en un diagrama HR, algo que podría ser útil para discriminar la masa de un VLTP real. Como se ve en la figura 5.11, una de las diferencias principales en el diagrama HR de la evolución de las diferentes secuencias es que cuanto menor es la masa más rojo es el punto (“codo”) en el cual la estrella comienza la parte horizontal de su trayectoria en el regreso a la AGB<sup>11</sup>.

**¿Qué estrellas efectúan el doble lazo en el diagrama HR luego del VLTP?** En los trabajos de Herwig et al. (2003) y Lawlor & Mac Donald (2003) se enfatiza que una de las predicciones del escenario VLTP es la existencia de un doble lazo en el diagrama HR como consecuencia de dos expansiones sucesivas, la primera impulsada por el flash de H y la segunda por el VLTP propiamente dicho. En efecto, esa es la circunstancia que hemos descrito al detallar la evolución post-VLTP de nuestra secuencia de  $0,584 M_{\odot}$ . Sin embargo los resultados presentados en esta sección (y la siguiente) muestran que la expansión debida al flash de H puede no estar presente si la masa del remanente está por encima de cierto valor crítico (que en nuestras secuencias es  $\sim 0,6 M_{\odot}$ ). Por lo tanto estas secuencias experimentan un único regreso a la AGB y por lo tanto no ocurre el doble lazo en el diagrama HR. Por otra parte, aunque en las secuencias de menores masas ( $M \lesssim 0,56 M_{\odot}$ ) la expansión impulsada por el flash de H ocurre, la inyección

<sup>11</sup>En particular para el caso de la secuencia menos masiva ( $0,515 M_{\odot}$ ) la estrella evoluciona en su regreso a la AGB siempre de manera paralela a la línea de Hayashi, sin hacerlo nunca de manera horizontal.

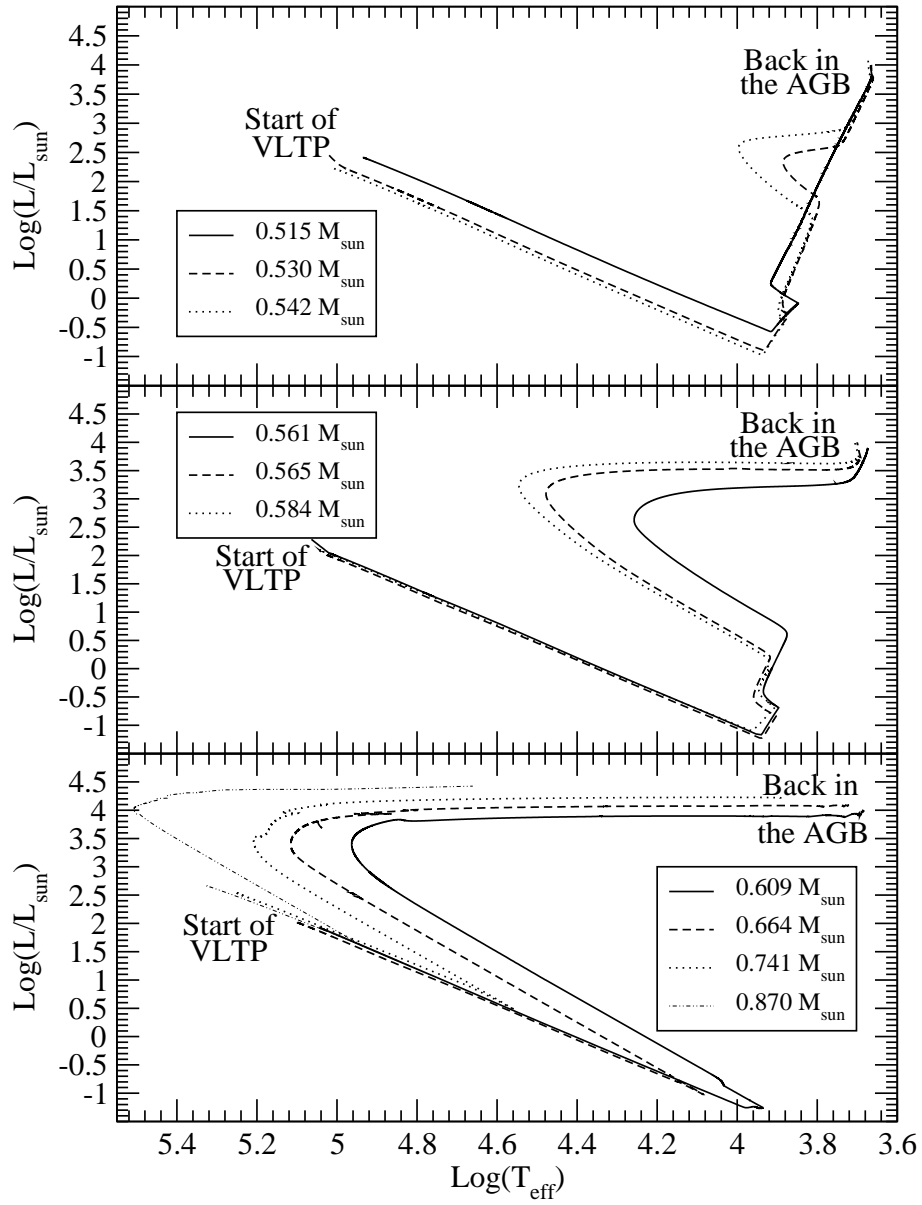


Figura 5.11: Trayectorias post-VLTP en el diagrama HR de secuencias correspondientes a diferentes masas del remanente post-AGB.

de energía debida al flash de H y la quema de protones subsiguiente es suficientemente alta para mantener a la estrella en su configuración expandida (en el rojo, en la AGB) el tiempo suficiente como para que se desarrolle la expansión de las capas más internas<sup>12</sup>. Como consecuencia, en estos casos tampoco se desarrolla el doble lazo ya que las expansiones impulsadas por el H y el He se superponen sin ninguna etapa temporal de contracción (i.e. movimiento al azul en el diagrama HR) entre ambas. La existencia del doble lazo en la trayectoria post-VLTP parece estar restringida a un breve intervalo de masas  $0,56M_{\odot} \lesssim M \lesssim 0,6 M_{\odot}$  en el cual la quema de H inyecta la suficiente energía como para impulsar la primera expansión de la estrella a la AGB pero no es suficiente para mantener dicha estructura expandida mientras se desarrolla la expansión impulsada por la quema de He (i.e. el VLTP propiamente dicho). En este sentido es interesante notar que este es el rango de masas estudiado en los trabajos previos que encuentran el doble lazo en el diagrama HR, por los que nuestros resultados no están en contradicción con estos.

### Otros efectos considerados

Además de las posibilidades descritas más arriba se estudiaron otros posibles detalles físicos y numéricos que pudiesen alterar los resultados presentados. En particular se realizó un análisis de como es afectada la evolución, y en especial la escala de tiempo  $\tau_{BA}$ , al alterar el paso de integración utilizado en la resolución de las ecuaciones de cambio químico, la resolución de la grilla espacial o el esquema de linealización utilizado para resolver las ecuaciones de estructura<sup>13</sup>. En todos esos casos se encontró que los efectos sobre el resultado de la simulación eran despreciables. De igual forma se encontró que las posibles incertezas (de un 10 a un 20%) en la tasa de la reacción  $^{12}\text{C} \rightarrow ^{13}\text{N} + \gamma$  tampoco producirían un cambio relevante en los resultados presentados.

Finalmente se realizaron simulaciones que confirman el resultado de Herwig (2001) de que las escalas de tiempo de retorno a la AGB se reducen al disminuir el coeficiente de mezcla  $D$ . Sin embargo, en nuestras simulaciones para un remanente de  $0,584M_{\odot}$ , el cual muestra una evolución rápida aún sin la necesidad de reducir el valor de  $D$ , una leve reducción de un factor 3 en  $D$  es suficiente para reducir la escala de tiempo  $\tau_{BA}$  a  $\sim 3$  años, lo que marca una diferencia significativa con lo encontrado por Herwig (2001b).

#### 5.1.5. Análisis energético

Como se vió en la sección anterior, la escala de tiempo de regreso a la AGB cambia drásticamente alrededor de un valor crítico para la masa del remanente ( $\sim 0,6M_{\odot}$ ). Mientras la secuencia de  $0,584M_{\odot}$  regresa a la AGB en solo 8,9 años, la secuencia de  $0,609M_{\odot}$  lo hace en 157 años. A su vez, hemos encontrado que para secuencias cercanas a este valor crítico la subestimación de la energía liberada por la quema de H (por ejemplo al utilizar un paso temporal excesivamente grande) puede llegar a suprimir completamente la expansión impulsada por el flash de H. De manera análoga diferentes autores obtienen valores para  $\tau_{BA}$  que pueden llegar a diferir en más de dos órdenes de magnitud (ver tabla 5.1). En este contexto, consideramos de interés realizar un análisis energético del VLTP. Veremos que dicho análisis sugiere una visión bastante clara de los resultados numéricos obtenidos, no solo en esta tesis sino de las discrepancias entre diferentes autores.

Para realizar este análisis energético se procedió a estimar la energía que podría ser liberada por la quema de H ( $E_H$ ) si *todo* el contenido de H de la estrella ( $M_H$ , columna 3 de la tabla 5.4) fuese quemado. Estas estimaciones corresponden a la zona sombreada de la figura 5.12. Para

<sup>12</sup>Es necesario aquí mencionar que el límite  $M \lesssim 0,56M_{\odot}$  no está bien definido, ya que depende no solo de la masa del remanente sino de la masa total de H disponible al momento del VLTP y de la existencia e intensidad de la pérdida de masa cuando la estrella retorna a la AGB como una estrella renacida.

<sup>13</sup>En este caso se utilizaron los dos esquemas de linealización descritos en el apéndice A.

realizar esta estimación hemos considerado que durante el VLTP casi todo el H es inicialmente quemado a través de la cadena  $^{12}\text{C} + \text{p} \rightarrow ^{13}\text{N} + \gamma \rightarrow ^{13}\text{C} + \text{e}^+ + \nu_e$  (la cual libera 3.4573 MeV *por cada protón quemado*) y posteriormente, cuando suficiente  $^{13}\text{C}$  ha sido quemado, a través de las reacciones  $^{12}\text{C} + \text{p} \rightarrow ^{13}\text{N} + \gamma \rightarrow ^{13}\text{C} + \text{e}^+ + \nu_e$  y  $^{13}\text{C} + \text{p} \rightarrow ^{14}\text{N} + \gamma$  funcionando al mismo ritmo, un proceso que libera 5.504 MeV *por cada protón quemado*. Estos dos valores, junto a los valores de  $M_{\text{H}}$  de cada remanente, dan lugar a los límites inferior y superior de la zona gris en la figura 5.12. Calculamos además la energía de ligadura gravitacional, en el momento justo antes del comienzo

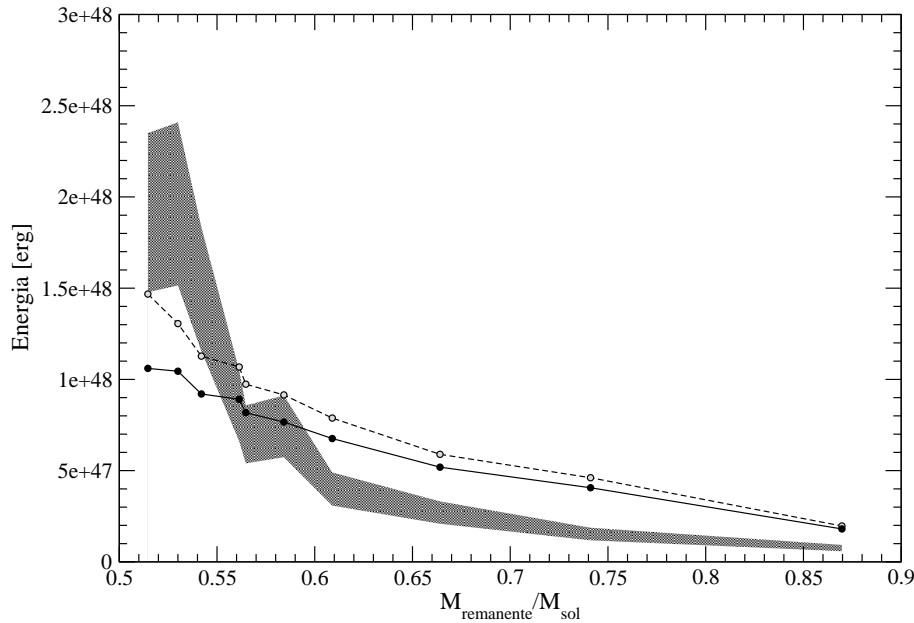


Figura 5.12: Comparación de la cantidad total de energía que puede ser liberada por la quema de protones ( $E_{\text{H}}$ ; región en gris) con la energía necesaria para expandir la envoltura sobre el punto de máxima liberación de energía por quema de protones ( $|E_{\text{tot}}|$ ; línea continua). La línea de trazos muestra la energía de ligadura gravitacional de la *envoltura* ( $|E_{\text{g}}|$ ).

del flash de H, de las capas de la estrella por encima del pico de máxima quema de protones. Gracias a los modelos numéricos sabemos que son estas capas, a cuyo conjunto denominaremos *envoltura* en lo que sigue, las que se expandirán como consecuencia del flash de H. La estimación de la energía de ligadura puede hacerse utilizando que la energía gravitatoria de la envoltura está dada por

$$E_{\text{g}} = - \int_{\text{envoltura}} \frac{Gm}{r} dm. \quad (5.7)$$

También podemos estimar la energía interna de la envoltura,  $E_{\text{i}}$ , mediante

$$E_{\text{i}} = \int_{\text{envoltura}} \frac{T\mathfrak{R}}{\mu} \left[ \frac{3}{2} + \frac{3(1-\beta)}{\beta} \right] dm \quad (5.8)$$

<sup>14</sup> Y en base a estos valores podemos calcular la energía total de la envoltura  $E_{\text{tot}}$ , la cual es negativa para un sistema gravitacionalmente ligado, como

$$E_{\text{tot}} = E_{\text{g}} + E_{\text{i}}. \quad (5.9)$$

<sup>14</sup>Incluso el resultado no se altera si se considera la estimación más cruda dada por

$$E_{\text{i}} = \int_{\text{envoltura}} Tc_{\text{v}} dm$$

Luego  $|E_{\text{tot}}|$  resulta ser la energía necesaria para expandir la envoltura hasta el infinito. Como una consecuencia directa del teorema del Virial, el valor de  $|E_{\text{tot}}|$  es menor que el valor de  $|E_{\text{g}}|$  debido a que a medida que la envoltura se expande, se enfría liberando energía interna, lo que favorece la expansión. Estimados todos estos valores podemos decidir razonablemente si la quema de H en un dado remanente podrá impulsar la expansión de la envoltura mediante la comparación de  $E_{\text{H}}$  con  $E_{\text{tot}}$ . El resultado, tal como se lo puede apreciar en la figura 5.12, es muy interesante. Nótese que para los modelos con masas por encima de  $\sim 0,6M_{\odot}$  la energía que puede ser liberada por la quema del H *no es suficiente* para impulsar la expansión de la envoltura. Este resultado es completamente consistente con el resultado del modelado numérico, tal como puede observarse en la tabla 5.4 donde las secuencias correspondientes a masas por encima de  $\sim 0,6M_{\odot}$  escalas de tiempo  $\tau_{\text{BA}}$  del orden de siglos, que es la escala de tiempo típica de la expansión impulsada por la quema de He solamente (ver Iben et al. 1983, Blöcker 1995<sup>15</sup>).

Este punto de vista energético de la dicotomía en las escalas de tiempo  $\tau_{\text{BA}}$  de secuencias post-VLTP no solo parece tener la clave para entender esta dicotomía presente en los resultados numéricos sino que también ayuda a entender las razones de muchas de las discrepancias obtenidas en trabajos anteriores o la extrema sensibilidad de algunas secuencias a los detalles numéricos. Nótese que secuencias cuyas masas estén cerca del valor de transición,  $0,6 M_{\odot}$ , debieran ser muy sensibles a cambios numéricos que pudiesen alterar la energía total liberada por la quema de protones. Esta es una (muy) posible explicación de porqué una subestimación de la energía total liberada en un factor 2 al utilizar un paso temporal inapropiado en la secuencia de  $0,589M_{\odot}$  (sección 5.1.4) altera significativamente los tiempos de expansión luego del VLTP. De igual forma el cambio abrupto en  $\tau_{\text{BA}}$  al alterar la quema de protones incorporando el efecto de los gradientes químicos encontrado sobre el final de la sección 5.1.4, en ausencia de procesos de mezcla extra para la secuencia de  $0,584M_{\odot}$ , es una consecuencia directa de cercanía de  $0,584M_{\odot}$  al valor crítico. Desde este punto de vista, las cortas escalas de tiempo de retorno a la AGB obtenidas por Lawlor & Mac Donald (2002) son muy probablemente debidas a la baja masa de las secuencias considerados por dichos autores ( $0,56$  a  $0,61 M_{\odot}$ ). De igual forma la diferencia en las escalas de tiempo de retorno a la AGB entre la secuencia de Iben y Mac Donald (1995) y la de Herwig et al. (1999) es entendible desde este punto de vista energético. Mientras ambas secuencias corresponden a remanentes de masas muy similares,  $0,6 M_{\odot}$  en el caso de Iben y Mac Donald (1995) y  $0,604 M_{\odot}$  en el caso de Herwig et al (1999), el contenido total de H en ambos casos es marcadamente diferente. En efecto, mientras el remanente pre-VLTP de Iben y Mac Donald (1995) posee  $\sim 2,37 \times 10^{-4}M_{\odot}$  de H, el de la secuencia de Herwig et al (1999) posee solo  $\sim 5 \times 10^{-5}M_{\odot}$  de H. Esto corresponde a energías ( $E_{\text{H}}$ ) de  $3,29\text{—}5,23 \times 10^{47}$  erg para el caso de Herwig et al (1999), similares a los de nuestra propia secuencia de  $0,609M_{\odot}$ , y de  $1,56\text{—}2,48 \times 10^{48}$  erg para el caso de Iben y Mac Donald (1995). Esta diferencia de casi un factor 5 en la energía liberada por la quema de protones es muy probablemente la razón por la cual Iben y Mac Donald (1995) encuentra una expansión impulsada por la quema de protones (y por lo tanto un retorno a la AGB en unos pocos años) mientras Herwig et al (1999) encuentran un retorno a la AGB en las escalas de tiempo típicas de la expansión impulsada por el flash del He solamente ( $\sim 350$  años<sup>16</sup>).

En base a estos argumentos, el resultado de Herwig (2001b) de que una reducción en la “eficiencia de mezcla” (el coeficiente  $D$ ) permite cambiar la escala de tiempo  $\tau_{\text{BA}}$  en varios órdenes de magnitud puede ser entendido como sigue. Al reducir la eficiencia de mezcla el punto dentro de la estrella en el cual la energía de la quema de protones es liberada es desplazado hacia el exterior de la estrella. Esto lleva a que la masa de la “envoltura” a ser expandida por la quema

<sup>15</sup>En particular las escalas de tiempo obtenidas por Blöcker 1995 para expansiones impulsadas por la quema de He, unicamente, son de 500, 150 y 50 años para secuencias de  $0,565 M_{\odot}$ ,  $0,625 M_{\odot}$  y  $0,836 M_{\odot}$  respectivamente (según Schoenberner 2008). Esto esta en perfecto acuerdo con nuestros resultados para aquellas secuencias en las que estimamos que la quema de H es incapaz de impulsar la expansión.

<sup>16</sup>Compárese con los valores encontrados por Blöcker (1995) mencionados anteriormente.

	H	He	$^{12}\text{C}$	$^{13}\text{C}$	$^{14}\text{N}$	$^{16}\text{O}$	$^{20}\text{Ne}$	$^{22}\text{Ne}$
$0,53M_{\odot}$	0,0090	0,330	0,394	0,050	0,0190	0,176	0,0016	0,019
$0,542M_{\odot}$	0,0069	0,281	0,406	0,051	0,0178	0,213	0,0016	0,019
$0,561M_{\odot}$	0,0041	0,352	0,313	0,051	0,0261	0,218	0,0016	0,028
$0,565M_{\odot}$	0,0015	0,386	0,276	0,047	0,0249	0,217	0,0017	0,038
$0,584M_{\odot}$	$1,6 \times 10^{-5}$	0,395	0,306	-	0,0362	0,170	0,0016	-
$0,609M_{\odot}$	0	0,545	0,241	0,042	0,0273	0,099	0,0016	0,035
$0,664M_{\odot}$	0	0,516	0,246	0,044	0,0302	0,120	0,0018	0,032
$0,741M_{\odot}$	0	0,480	0,336	-	$2,5 \times 10^{-5}$	0,139	0,0026	-

Tabla 5.5: Abundancias químicas de algunas de las secuencias presentadas en esta sección. Los valores corresponden al retorno a la AGB inmediatamente posterior al VLTP. El número de dígitos utilizado es excesivo y no indica el grado de credibilidad de los resultados.

de protones sea significativamente menor. Consecuentemente el valor de  $|E_{\text{tot}}|$  es disminuido mientras se mantiene el contenido de H de la estrella y por lo tanto no se altera el valor de  $E_{\text{H}}$ . Esto permite que al disminuir  $D$  por debajo de un dado valor crítico la expansión impulsada por la quema de H sea posible y puedan obtenerse valores de  $\tau_{\text{BA}}$  muy cortos. Reducir el valor de  $D$  corresponde a desplazar la línea continua de la figura 5.12 hacia abajo, lo que altera la masa crítica debajo de la cual la expansión impulsada por la quema de H empieza a ser posible.

Para finalizar, vale la pena aquí mencionar el otro efecto presente que también lleva a la reducción de  $\tau_{\text{BA}}$  al disminuir  $D$  (y que es el efecto discutido por Herwig 2001b). Cuanto menor es el valor de  $D$  y menor es la masa de la envoltura expandida, menor es la escala de tiempo térmica de la misma y más rápido alcanzará su configuración expandida. Debe notarse sin embargo que mientras ésto produce un recorte gradual en las escalas de tiempo de  $\tau_{\text{BA}}$  el efecto discutido en esta sección es el causante del cambio abrupto en las escalas de tiempo que puede apreciarse en la tabla 5.4.

### 5.1.6. Evolución química de los modelos

La evolución química de los modelos puede resumirse como sigue. Cuando la zona convectiva generada por el flash de He alcanza la envoltura rica en H la superficie de la estrella se vuelve rápidamente deficiente en H y enriquecida en N y C. A medida que la estrella evoluciona hacia la AGB y su superficie se vuelve más fría empieza a desarrollarse una envoltura convectiva la cual se profundiza progresivamente. Como se ve en el panel C de la figura 5.13 para la secuencia de  $0,584 M_{\odot}$ , la estratificación química del H dejada por el flash de H no es uniforme en la envoltura. Como consecuencia a medida que la estrella se enfría en su retorno a la AGB y la convección se profundiza, regiones cada vez más deficientes en H son mezcladas a la superficie produciendo un segundo descenso de la abundancia de H. Esta es la razón del segundo descenso de la abundancia de H observada en el cuadro superior de la figura 5.14. Cabe destacar que esto ocurre mientras las abundancias superficiales del resto de los elementos permanecen prácticamente constantes, ya que estos son homogéneos en esa región de la estrella (ver figura 5.13) y por lo tanto no se alteran al profundizarse la zona convectiva. Finalmente al alcanzar la región de la AGB nuevamente la estrella presenta abundancias superficiales muy ricas en C, He y O, y con un alto contenido de  $^{13}\text{C}$  y  $^{14}\text{N}$  (ver tablas 5.4 y 5.5) similares a las observadas en las estrellas PG1159 pero significativamente diferentes de las inferidas en el objeto V4334 Sgr durante su retorno a la AGB cuyo estado deberían representar. Luego de haber alcanzado la AGB la estrella experimenta la expansión impulsada por el He, la cual expande una envoltura de masa bastante mayor. Durante esta etapa, a medida que la estrella aumenta su luminosidad y se enfría aún más, es posible un nuevo cambio en las abundancias superficiales debido a la profundidad que

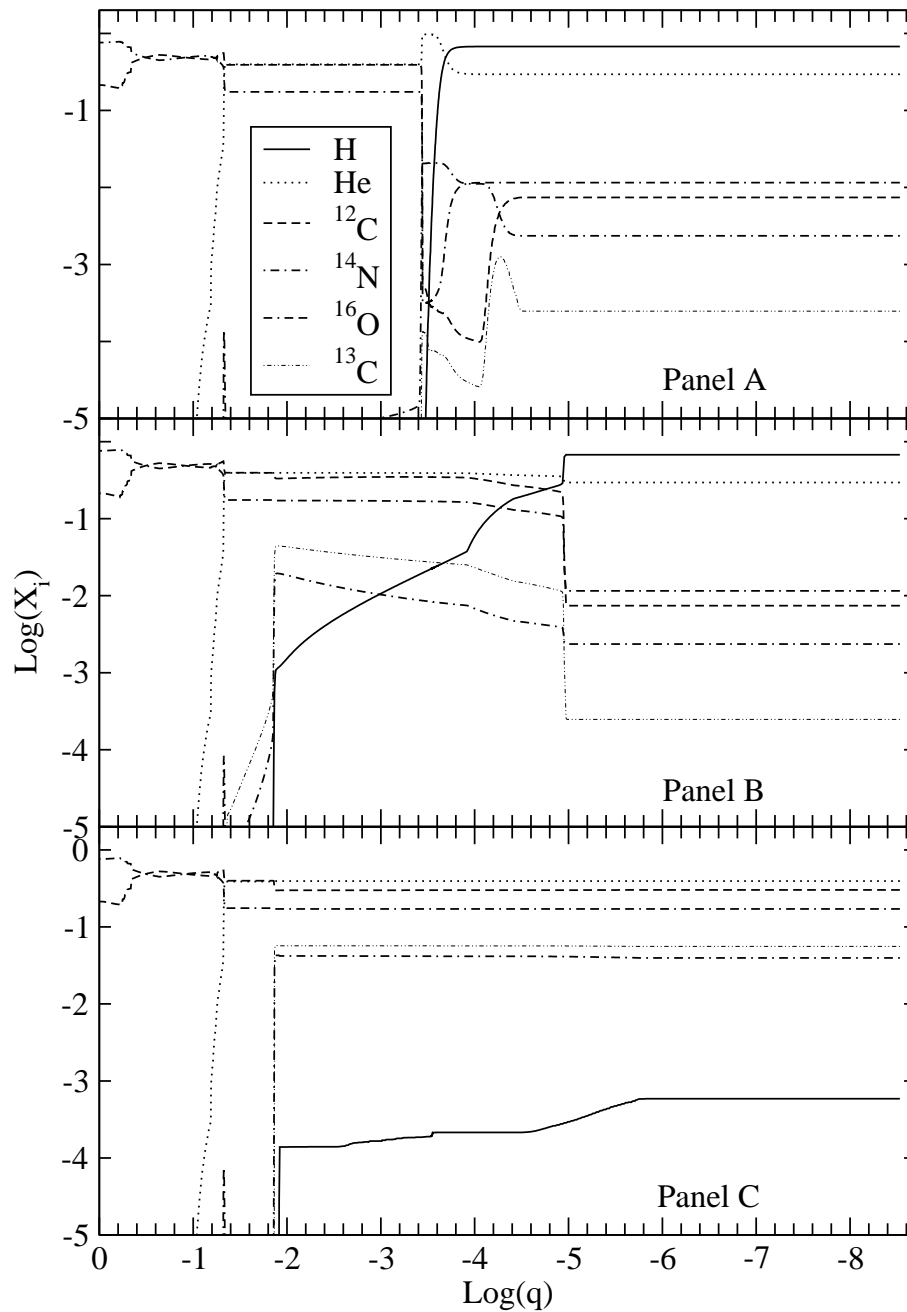


Figura 5.13: Evolución de la química interna del modelo. *Panel A*: perfil químico interno antes del comienzo de la ingestión de protones. La quema de He está localizada alrededor de  $\log q = -1,37$ . Nótese que la mayoría del  $^{14}\text{N}$  creado previamente ha sido destruido. *Panel B*: perfil químico del modelo al momento de máxima intensidad de la quema de protones, la cual posee un pico ubicado alrededor de  $\log q = -1,88$ . Nótese especialmente la distribución inhomogénea del H en la zona convectiva impulsada por la quema de protones —la cual se ubica en este momento entre  $\log q = -1,88$  y  $-4,9$ . Nótese igualmente la creación de  $^{13}\text{C}$  y  $^{14}\text{N}$  debida a la quema de los protones ingeridos con el  $^{12}\text{C}$  originalmente en esa región. *Panel C*: Abundancias químicas en etapas posteriores cuando la secuencia ha comenzado a sufrir la expansión de sus capas más externas. En ese momento la envoltura es casi homogénea como consecuencia de la convección pero sin embargo la abundancia de H dejada por la quema de protones muestra una dependencia bien marcada con la profundidad.



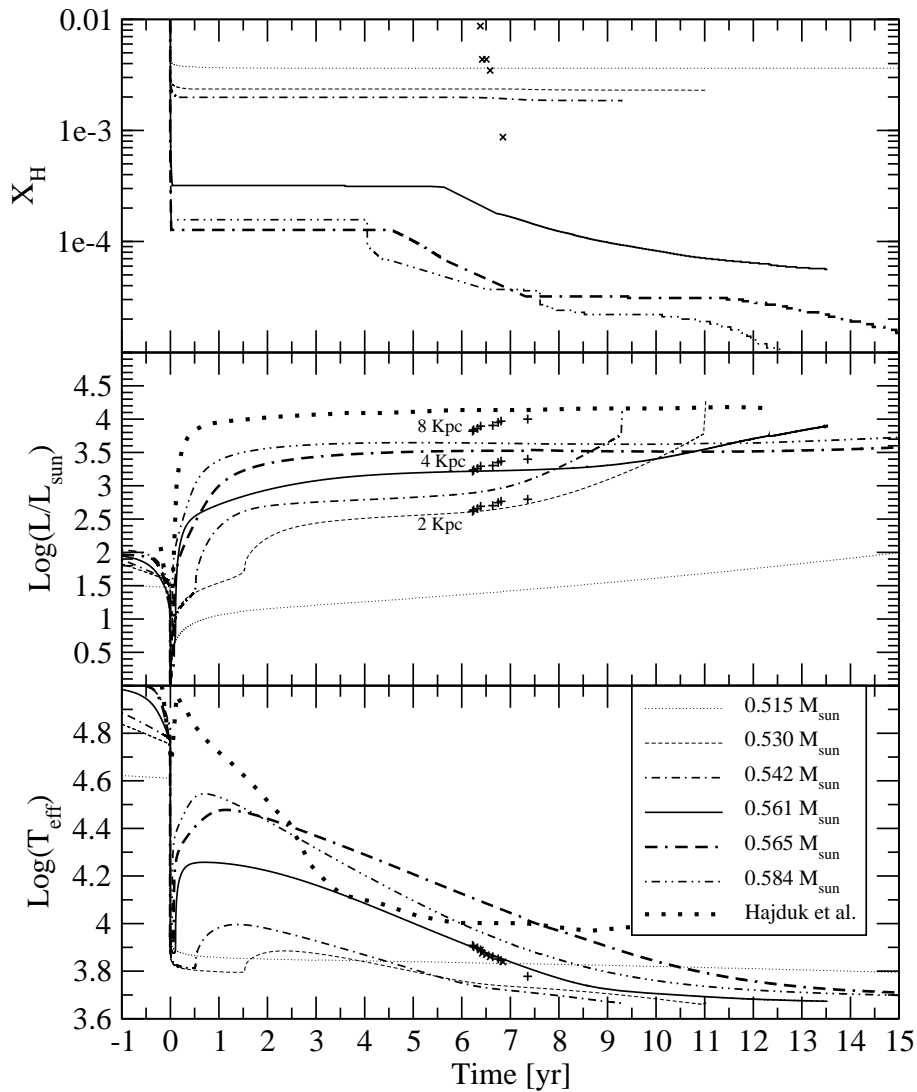


Figura 5.14: Los paneles inferior y medio muestran la evolución de la temperatura efectiva y la luminosidad para los modelos de diferente masa luego del VLTP (el cual ocurre en  $t = 0$  años para todas las secuencias) comparadas con las determinaciones observacionales en V4334 Sgr (Duerbeck et al. 1997, Asplund et al. 1999; signos + y  $\times$ , respectivamente). La evolución de la luminosidad y la temperatura efectiva de la secuencia presentada por Hajduk et al. (2005) se muestra por comparación. El punto de cero del eje  $x$  de las observaciones ha sido elegido arbitrariamente para permitir la comparación con los modelos teóricos. El panel superior muestra la evolución de la abundancia de H en la capa más externa de los modelos, la cual debiera ser cercana a la abundancia superficial, comparadas con las abundancias observadas en V4334 Sgr (Asplund et al. 1999).

	H	He	<sup>12</sup> C	<sup>13</sup> C	<sup>14</sup> N	<sup>16</sup> O	<sup>20</sup> Ne	<sup>22</sup> Ne
0,53 $M_{\odot}$	0,0090	0,330	0,394	0,051	0,0192	0,17	0,0016	0,0194
0,542 $M_{\odot}$	0,0069	0,281	0,406	0,051	0,0178	0,213	0,0016	0,0192
0,561 $M_{\odot}$	$1 \times 10^{-4}$	0,328	0,322	0,0531	0,0289	0,232	0,0016	0,0275
0,565 $M_{\odot}$	0,0011	0,386	0,274	0,048	0,0265	0,217	0,0017	0,0380
0,584 $M_{\odot}$	0	0,395	0,306	0,055	0,0362	0,170	0,0016	0,0295
0,609 $M_{\odot}$	0	0,499	0,346	0,0031	0,0021	0,103	0,0016	0,0355
0,664 $M_{\odot}$	0	0,471	0,326	0,019	0,0128	0,126	0,0019	0,0328
0,741 $M_{\odot}$	0	0,480	0,336	0,0071	$2,5 \times 10^{-5}$	0,139	0,0026	0,027
0,870 $M_{\odot}$ *	0	0,543	0,301	0,0099	0,0083	0,0938	0,0061	0,0171

Tabla 5.6: Abundancias de las secuencias post-VLTP al llegar a la etapa de estrella PG1159. El número de dígitos utilizado es excesivo y no indica el grado de credibilidad de los resultados.

\* Debido a problemas numéricos durante la expansión posterior al VLTP esta secuencia fue calculada durante estas etapas con condiciones de borde artificiales, lo que pudo haber alterado la composición superficial final.

alcanza la zona convectiva en el punto de máxima luminosidad y menor temperatura. Este último cambio afecta especialmente a las abundancias de <sup>13</sup>C y <sup>14</sup>N las cuales solo están presentes en las regiones que ocupó la zona convectiva impulsada por la quema de protones durante el H-flash (luego de dividirse la zona convectiva primordial), pero están ausentes en las regiones interiores de la zona convectiva creada durante el flash de He que continúa mantenida por la quema de He, ya que en ella ambos elementos se quemaron debido a las mayores temperaturas. Esto tiene como consecuencia que las abundancias superficiales finales del objeto que se transformará en una estrella pre-enana blanca deficiente en H sean levemente diferentes de las que presenta durante su retorno a la AGB luego del VLTP. Las abundancias finales de estas secuencias se presentan en la tabla 5.6.

### 5.1.7. Comparación con las observaciones

Para finalizar compararemos los resultados de nuestras secuencias VLTP con la evolución observada e inferida en los dos objetos observados durante esta etapa, V4334 Sgr y V605 Aql. En la figura 5.14 se compara la evolución de la temperatura efectiva y la luminosidad de nuestras secuencias que experimentan una expansión impulsada por el H, con aquellas observadas en V4334 Sgr (Duerbeck et al. 1997, Asplund et al. 1999). Complementariamente comparamos, en la figura 5.15, la ubicación de nuestros modelos con la ubicación inferida para V4334 Sgr y V605 Aql antes del desarrollo del VLTP (es decir cuando poseían aún una configuración de pre-enana blanca). Las luminosidades han sido rederivadas para diferentes distancias (respecto de las adoptadas en los trabajos originales) para permitir una mejor comparación. Esto fue realizado utilizando el hecho de que en esa dirección del cielo la extinción interestelar permanece constante para distancias por encima de los 2 Kpc. Para aquellas secuencias que experimentan la expansión producida por la quema de protones ( $\lesssim 0,584 M_{\odot}$ ) los rasgos principales pueden sintetizarse como sigue. Mientras la ubicación antes de la erupción de los modelos de menor masa ( $\lesssim 0,542 M_{\odot}$ ) es compatible con distancias relativamente altas ( $> 4$  Kpc) sus curvas de luminosidad posteriores a la erupción son compatibles con distancias menores ( $< 4$  Kpc). Esto indica que dichas masas no son compatibles con lo observado en V4334 Sgr. Por el contrario para las masas intermedias, 0,561-, 0,565- y 0,584- $M_{\odot}$  la ubicación antes del VLTP de los modelos es compatible con la que se infiere para V4334 Sgr para una distancia de  $\sim 4$ Kpc. Esto está en acuerdo con lo que surge al comparar las curvas de luz post VLTP con la observada en V4334 Sgr luego de la erupción, ya que éstas (ver figura 5.14) son compatibles con las observaciones

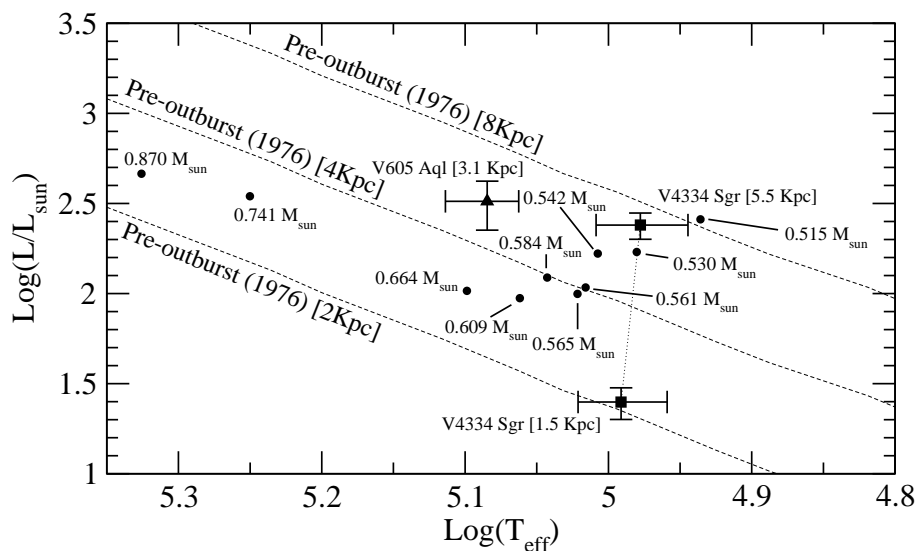


Figura 5.15: Ubicación de los modelos en el diagrama HR al momento del VLTP. Las líneas muestran la ubicación de una posible detección de V4334 Sgr en 1976 —tomada de Herwig 2001b y rederivada para diferencias para diferentes posibles distancias. Se muestran para comparación también las ubicaciones inferidas para V4334 Sgr y V605 Aql antes del flash (Kerber et al. 1999; Lechner y Kimeswenger 2004). Nótese la fortísima dependencia de la temperatura efectiva con la masa del remanente.

de V4334 Sgr al adoptar una distancia de 4 a 6 Kpc. En este sentido vale la pena enfatizar que todos los modelos con masas entre  $0,530M_{\odot}$  y  $0,584M_{\odot}$  muestran velocidades de enfriamiento en su regreso a la AGB que son compatibles con los observados en V4334 Sgr. Además las escalas de tiempo de retorno a la AGB de estos modelos (entre 5 y 11 años) son similares a las observadas en V4334 Sgr (e incluso V605 Aql, ver Duerbeck et al. 2002). Todo esto muestra una imagen consistente entre nuestros modelos y las observaciones de la erupción en V4334 Sgr si se adopta una distancia de 4 Kpc. Es especialmente interesante observar la evolución de nuestra secuencia de  $0,561M_{\odot}$ . Esta secuencia alcanza la temperatura efectiva a la cual V4334 Sgr fue descubierto unos 6 años luego del VLTP y a partir de ese momento muestra una velocidad de enfriamiento muy similar la medida en V4334 Sgr mediante 2 técnicas diferentes (Duerbeck et al. 1997 y Asplund et al. 1999). Por otro lado, la luminosidad de dicha secuencia durante esa etapa implicaría una distancia de  $\sim 4$  Kpc para ser consistente con las determinaciones de V4334 Sgr. Este valor está en completo acuerdo con el que sería necesario para encontrar una consistencia entre esta secuencia y la ubicación antes de la erupción inferida para V4334 Sgr. Sorprendentemente esta distancia a V4334 Sgr está muy cercana al rango de distancias inferido mediante determinaciones independientes de distancia a V4334 Sgr (Kimeswenger 2002) lo que es una coincidencia notable.

Como se muestran en la tabla 5.4 todas nuestras secuencias predicen valores de  $^{13}\text{C}/^{12}\text{C} \sim 6$  (en fracción de masa) lo que no está lejos del valor inferido en V4334  $^{13}\text{C}/^{12}\text{C} \sim 3 a 5$  (Asplund et al. 1999). Nuestros modelos también predicen una gran abundancia de  $^{14}\text{N}$  en su retorno a la AGB como consecuencia de la quema de protones con  $^{13}\text{C}$  durante el flash de H. Este alto contenido de nitrógeno está en desacuerdo con lo obtenido previamente por Herwig (2001a) pero es consistente con el alto contenido de N inferido espectroscópicamente en V4334 Sgr (Asplund et al. 1999). Sin embargo, uno de los principales desacuerdos entre las abundancias predichas por nuestros modelos y las determinadas en V4334 Sgr corresponde a las abundancias de C y He. Mientras que las abundancias de C y He inferidas en V4334 Sgr durante su retorno a la AGB muestran valores que son de He  $\sim 0,711$  y C  $\sim 0,043$  (Asplund et al. 1999), similar a lo observado en muchas estrellas RCrB, nuestras secuencias muestran una abundancia superficial mucho

más enriquecida en carbono similar a la de las estrellas PG1159. La raíz de esta discrepancia podría encontrarse en un mal seguimiento de las regiones exteriores de la estrella en los modelos teóricos<sup>17</sup>. Esto también puede estar relacionado con la inconsistencia interna en los modelos de atmósferas estelares, utilizados para la determinación de estas abundancias, conocida como “carbon problem”<sup>18</sup>.

Vale la pena comparar nuestros resultados con la evolución del modelo presentado por Hajduk et al. (2005) quienes manifiestan describir la evolución de V4334 Sgr con un modelo de  $0,604M_{\odot}$  y un coeficiente de eficiencia de mezcla ( $D$ ) elegido ad hoc 60 veces menor para ajustar las observaciones. Tal secuencia se muestra en la figura 5.14 con una línea de trazos gruesa. Puede observarse que aunque este modelo evoluciona inicialmente más rápido que nuestras secuencias, la evolución tanto de la temperatura como de la luminosidad no son consistentes con los observados en V4334 Sgr. En particular vale mencionar que todas las determinaciones de temperatura de V4334 Sgr durante su erupción están más allá del mínimo de temperatura alcanzado por esa secuencia. A su vez, la alta luminosidad de dicha secuencia a bajas temperaturas en su retorno a la AGB ( $> 10\,000L_{\odot}$ ) implicaría una distancia a V4334 Sgr  $d > 8\text{Kpc}$ , en contradicción con todas las determinaciones independientes de distancias (Kimeswenger 2002).

Como se muestra en el panel superior de la figura 5.14, las secuencias de 0,561-, 0,565- y 0,584- $M_{\odot}$  —es decir aquellas compatibles simultáneamente con las luminosidades y temperaturas inferidas en V4334 Sgr tanto antes como después de la erupción— también reproducen la segunda caída (tardía) en la abundancia superficial de H ocurrida en V4334 Sgr observada por Asplund et al. (1999). Esta caída, que ocurre mientras el resto de las abundancias superficiales permanece constante, fue observada cuando la estrella se encontraba ya con una superficie extremadamente deficiente en H y evolucionando a bajas temperaturas y altas luminosidades. De manera que nuestras secuencias no solo reproducen simultáneamente las características anteriores y posteriores de V4334 Sgr *sin la necesidad de ajustar ningún parámetro libre*, sino que además describen cualitativamente la segunda caída del H al acercarse la estrella nuevamente a la AGB como consecuencia de la mezcla convectiva del material externo con regiones más deficientes (aún) en H. Si bien este cambio es correctamente descrito de manera cualitativa, existen diferencias cuantitativas de más de un orden de magnitud entre la abundancia de H en nuestros modelos con las inferencias espectroscópicas en V4334 Sgr. De manera que al igual que ocurre con el He y el C en la etapa del primer regreso a la AGB las abundancias de H presentes en nuestros modelos difieren significativamente de las observadas. Esto, como ya se ha dicho, puede deberse a que en nuestro modelado no se realiza un seguimiento apropiado de las regiones externas de la estrella donde ocurre la formación del espectro observado.

Otra diferencia entre nuestros modelos y las inferencias en V4334 Sgr es que una vez que las secuencias retornan a la AGB permanecen allí por un tiempo demasiado grande en comparación con el rápido recalentamiento observado en V4334 Sgr. En efecto, van Hoof et al. (2007) reportaron que V4334 Sgr en 2005 —es decir solo 7 años después de haber desaparecido tras una nube de polvo a muy bajas temperaturas— había alcanzado nuevamente temperaturas de más de 10000 K (ver figura 5.16). Dado que la pérdida de masa favorece un rápido abandono de la AGB (recalentamiento)<sup>19</sup> podría sospecharse que esta incapacidad de nuestros modelos en describir el correcto recalentamiento de V4334 Sgr se debe precisamente a que la pérdida de masa no fue considerada en nuestras simulaciones, mientras V4334 Sgr ha mostrado fuertes episodios de

<sup>17</sup>La regiones más externas de la envoltura y en especial la atmósfera extendida que es donde se forma la luz observada no son incluidos en el modelado utilizado aquí.

<sup>18</sup>Este “carbon problem” hace referencia a que las líneas de absorción de CI en las atmósferas estelares de V4334 y las estrellas RCrB son considerablemente más fuertes que las observadas para todas las estrellas (Gustafsson y Asplund 1996). En el caso de V4334 Sgr esto se refleja en que las abundancias determinadas del espectro no concuerdan con las utilizadas en el modelo de atmósfera y el cálculo de formación de líneas en 0,6 dex (Asplund et al. 1999). En este sentido el valor de entrada utilizado en los modelos de atmósfera de V4334 Sgr por Asplund et al. (1999) es de  $C=0,213$  muy similar al obtenido en nuestras secuencias.

<sup>19</sup>Pues al perder cantidades significativas de la envoltura la configuración de gigante se vuelve inviable.

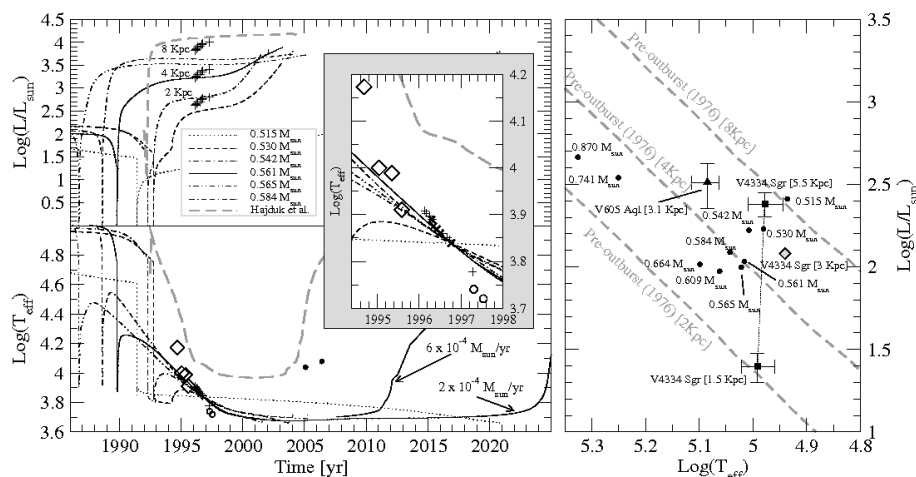


Figura 5.16: *Izquierda:* Evolución durante la erupción (arriba: luminosidad, abajo: temperatura efectiva) de nuestras secuencias de menor masa comparadas con las observaciones de V4334 Sgr. Las observaciones fueron tomadas de Duerbeck et al. (1997;  $\diamond$  y  $+$ ), Asplund et al. (1999;  $\times$ ), Pavlenko y Geballe (2002;  $\circ$ ) y van Hoof et al. (2007;  $\bullet$ ). Para la secuencia de  $0,561 M_{\odot}$  se muestra la evolución resultante de la adopción de dos tasas diferentes de pérdida de masa durante la evolución a  $\log(T_{\text{eff}}) < 3,8$ , lo que lleva a dos escalas de tiempo de recalentamiento diferentes. El cuadro interior muestra una ampliación de la evolución de la temperatura efectiva durante el descubrimiento de V4334 Sgr. *Derecha:* Ubicación de nuestras secuencias antes de la erupción ( $\bullet$ ). La línea gris de trazos corresponde a la posible detección de V4334 Sgr en un relevamiento del ESO/SERC (Herwig 2001b). Ubicaciones de V4334 Sgr antes de la erupción derivadas por Kerber et al. (1999; cuadrado negro) y Hajduk et al. (2008; diamante gris). El valor para la ubicación de V605 Aql corresponde al determinado por Lechner y Kimeswenger (2004).

pérdida de masa luego de haber alcanzado temperaturas por debajo de  $T_{\text{eff}} \sim 6000\text{K}$ . En efecto si imponemos una tasa de pérdida de masa similar a la inferida en V4334 Sgr ( $\dot{M} \sim 2 \times 10^{-4} M_{\odot} \text{año}^{-1}$ ; Hajduk et al. 2005) encontramos que nuestra secuencia de  $0,561 M_{\odot}$  se recalienta por encima de los  $10000\text{K}$  solo  $\sim 27$  años luego de haber alcanzado temperaturas inferiores a los  $6000\text{K}$  (ver figura 5.16). Esto es ciertamente más rápido que en ausencia de pérdida de masa, pero  $\sim 3-4$  veces más lento que lo observado en V4334 Sgr. Como puede observarse en la figura 5.16, de haber adoptado una pérdida de masa 3 veces mayor a la anterior ( $\dot{M} \sim 6 \times 10^{-4} M_{\odot} \text{año}^{-1}$ ) la secuencia de  $0,561 M_{\odot}$  se recalienta en tan solo  $\sim 14$  años, lo que sugiere que ajustando la tasa de pérdida de masa de dicha secuencia a valores cercanos a los  $\dot{M} \sim 1 \times 10^{-3} M_{\odot} \text{año}^{-1}$  sería posible reproducir el rápido recalentamiento de V4334 Sgr descrito por van Hoof et al. (2007). Los problemas numéricos causados por la adopción de tasas tan altas de pérdidas de masa hacen muy difícil un cálculo correcto. Sin embargo, es necesario aquí destacar que todas estas etapas no son modeladas de una manera apropiada en nuestras simulaciones por lo que todos estos tiempos son poco confiables. Esto se debe especialmente a que las aproximaciones realizadas tanto para la atmósfera del modelo como para la región externa integrada por medio de un integrador Runge-Kutta desprecian el término  $dS/dt$  de las ecuaciones de estructura, el cual es claramente relevante para una determinación apropiada de las escalas de tiempo durante todas estas etapas. En este contexto, si bien un ajuste fino de la tasa de pérdida de masa durante esta etapa en nuestras secuencias podría ayudarnos a reproducir las escalas de tiempo observadas en V4334 Sgr, no es descartable que dicho fracaso en reproducir las escalas de tiempo correctas pueda deberse a que nuestro modelado es inapropiado para seguir la evolución fotosférica de la estrella en el régimen de altas luminosidades y muy bajas temperaturas.

En todo caso debe resaltarse que el punto principal sugerido por la comparación con las observaciones es que es posible describir las escalas de tiempo cortas observadas en V4334 Sgr sin la necesidad de incluir ninguna reducción ad-hoc de la eficiencia de mezcla. En particular es

notable el acuerdo que existe entre nuestra secuencia de  $0,561 M_{\odot}$  y las inferencias de V4334 Sgr.

Una última comparación con las observaciones involucra la comparación de las abundancias, temperaturas y luminosidades de nuestras secuencias con las propiedades observadas en estrellas tipo PG1159. Dejaremos, sin embargo, esta tarea para los siguientes capítulos, donde analizaremos específicamente la etapa de estrellas PG1159 a la luz de estas nuevas secuencias.

### 5.1.8. Conclusiones

En este capítulo hemos presentado numerosas simulaciones del escenario de pulso térmico muy tardío mediante cálculos hidrostáticos 1D. Dichas simulaciones abarcaron una gran cantidad de parámetros físicos y numéricos del problema lo que nos permitió mejorar nuestro entendimiento del escenario. En particular se han estudiado los efectos sobre las escalas de tiempo de retorno a la AGB de los gradientes químicos, los episodios de mezcla extra en los bordes convectivos, la resolución temporal adoptada y la masa del remanente que sufre el VLTP. Así mismo, se presentó una estimación energética sencilla que permite entender algunos de los resultados observados en las simulaciones. Además de esto, se realizó una descripción detallada de la evolución durante y luego de un VLTP con énfasis en el desarrollo de la quema violenta de protones que ocurre durante el mismo. Los resultados obtenidos han sido comparados con las numerosas determinaciones del objeto VLTP mejor estudiado (V4334 Sgr). En este sentido no esperamos que nuestros modelos simples (unidimensionales, en equilibrio hidrostático y con un tratamiento sencillo del transporte convectivo) reproduzcan exactamente las propiedades observadas en estrellas VLTP reales (como V4334 Sgr y V605 Aql) y de hecho esta es la razón por la cual consideramos que utilizar este tipo de modelos para inferir propiedades de la convección en situaciones tan extremas no parece una buena idea. Sin embargo, en virtud de las estimaciones realizadas en la sección 5.1.2, esperamos que ciertas propiedades de los modelos, como la escala de tiempo de retorno a la AGB y la evolución post-VLTP previa a alcanzar dimensiones extremadamente gigantes (i.e. cuando  $\log T_{\text{eff}} \gtrsim 3, 8$ ), no estén muy lejos de la realidad.

Uno de los principales resultados de este capítulo es haber mostrado que es posible reproducir a grandes rasgos la evolución observada en V4334 Sgr sin la incorporación de ningún parámetro libre extra en el tratamiento de la convección. En especial hemos mostrado que las características de V4334 Sgr antes e inmediatamente después a su erupción pueden reproducirse de manera muy satisfactoria como la evolución post VLTP de una secuencia de  $M \sim 0,56 M_{\odot}$  si se adopta una distancia de 3-4 kpc para esta estrella. El hecho de que esta distancia sea similar a las determinadas mediante varios métodos diferentes (Kimeswenger 2002) debe considerarse como un dato no menor. En especial, el hecho de que estos modelos sin ningún parámetro libre reproduzcan mejor y de manera internamente más consistente la evolución durante la erupción que el modelo presentado por Hajduk et al. (2005), donde las velocidades de mezcla fueron elegidas para describir la evolución observada, es un fuerte indicio de que no hay razones para este tipo de modificaciones de las velocidades de mezcla. En este sentido el principal inconveniente de nuestros modelos es que son incapaces de reproducir el recalentamiento observado en V4334 Sgr por van Hoof et al. (2007), difiriendo en aproximadamente un factor 4. Como se discutió anteriormente esto no debe ser utilizado para invalidar el buen acuerdo con las observaciones en las etapas previas, ya que varias de las hipótesis del modelado son inadecuadas una vez que la estrella adquiere su configuración expandida a muy bajas temperaturas. Por otra parte esta discrepancia con las escalas de tiempos observadas podría resolverse mediante la adopción de una tasa de pérdida de masa de  $\sim 1 \times 10^{-3} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$  lo que no está muy lejos de los valores inferidos para V4334 Sgr luego de su regreso a la AGB. Concluimos entonces que la evolución de V4334 Sgr no es “ininteligible” dentro del marco estándar de la MLT, como indica Herwig (2001b), sino que dicha evolución es reproducible de manera más satisfactoria aún mediante la adopción de un remanente de masa adecuada. Consideramos entonces que no hay razones vale-

deras para incorporar un nuevo parámetro libre (completamente ad hoc y sin poder predictivo) en la descripción de la mezcla convectiva durante un VLTP. Esto último no debe interpretarse como una defensa de la validez de la MLT en la descripción de la convección ni tampoco como una indicación de que las velocidades de mezcla no son efectivamente menores durante el VLTP, algo que será resuelto solo cuando surjan simulaciones multidimensionales de la ingestión y quema de protones, sino simplemente que se puede reproducir la evolución observada sin modificar el modelado estandar<sup>20</sup>.

El otro de los resultados principales de este trabajo es el haber encontrado la existencia de una masa crítica para el remanente por encima de la cual la expansión rápida debida a la quema de protones durante un VLTP no es posible. Este resultado muestra que *la masa del remanente es una propiedad esencial que no puede ser ignorada a la hora de comparar los resultados numéricos con las inferencias observacionales*. El valor exacto de la masa crítica resulta en nuestras simulaciones de  $\sim 0,6 M_{\odot}$  aunque su valor exacto dependerá de un tratamiento detallado de la mezcla y quema de protones. Hemos dado además una explicación sencilla de porqué existe dicha masa crítica, la que indica que remanentes de masas mayores no poseen un contenido de H suficiente como para que su quema libere la energía necesaria para expandir las regiones más externas de la estrella. Además, este argumento energético no solo explica el porqué de la dicotomía de las escalas de tiempo  $\tau_{BA}$  en la tabla 5.4 sino que permite entender las discrepancias en las escalas de tiempo obtenidas previamente por diferentes autores.

Más allá de estos resultados principales, hemos mostrado que ingredientes tales como la incorporación de los gradientes químicos como de fenómenos de mezcla más allá de los bordes convectivos formales (“overshooting”) en el tratamiento de la convección pueden alterar significativamente el desarrollo del flash de H y, por lo tanto, las escalas de tiempo de retorno a la AGB resultantes —ya sea alterando la ubicación de la capa de máxima liberación de energía, o bien disminuyendo el flujo de protones arrastrados al interior. Hemos además demostrado que es necesario mantener una resolución temporal muy fina durante el desarrollo del VLTP ( $\Delta t \lesssim 5$  min) para evitar una subestimación de la energía liberada por la quema de protones. Este punto es especialmente relevante cuando se estudian secuencias cercanas a la masa crítica mencionada anteriormente ya que dicha subestimación puede suprimir completamente la expansión impulsada por la quema de protones.

### 5.1.9. Apéndice: Tratamiento consistente de la reducción de las velocidades convectivas

Ha sido propuesto en algunos artículos (Herwig 2001b, Schlattl et al. 2001) que la eficiencia de mezcla convectiva podría estar reducida durante los flashes violentos de H —en los cuales el H es arrastrado hacia el interior de la estrella convectivamente mientras es simultáneamente quemado. Radicalizando esta observación un poco, Herwig (2001b) menciona que el transporte convectivo de materia (i.e. las velocidades de la convección) podrían ser alterado órdenes de magnitud en modelos de secuencia principal sin producir cambios significativos en los parámetros estelares. Llevando esto aún más lejos, Lawlor & MacDonald (2003) concluyen que, como una eficiencia de mezcla reducida no produce cambios significativos en la mayoría de las etapas evolutivas de una estrella, las velocidades de mezcla en las zonas convectivas podrían ser usualmente mucho menores que las predichas por la MLT. En lo que sigue mostraremos que si la reducción de la eficiencia de mezcla es considerada dentro del tratamiento completo de la MLT, y adoptando la representación de mezcla difusiva, el efecto de cambiar las velocidades convectivas es indistinguible del hecho de alterar el valor del parámetro libre de la MLT ( $\alpha$ ; el factor de proporcionalidad entre la longitud de mezcla y la escala de alturas de la presión). Por lo tanto, concluimos que las afirmaciones anteriores surgen de un tratamiento inconsistente de

---

<sup>20</sup>De donde un razonamiento al estilo de la navaja de Occam sugiere que la creación de una “reducción en la eficiencia de mezcla” debiera evitarse.

las velocidades de mezcla.

### Flujo convectivo de energía y velocidades convectivas reducidas

Siguiendo a Kippenhahn & Weigert (1990) podemos deducir que el trabajo medio realizado por las fuerzas de empuje sobre un elemento convectivo es

$$\overline{W(r)} = g\delta(\nabla - \nabla_e) \frac{l_m^2}{8H_P}, \quad (5.10)$$

donde los símbolos poseen sus significados usuales. Luego, para proponer una reducción en las velocidades de mezcla dentro de la representación de la MLT, proponemos que solo una fracción del trabajo realizado por la flotación se transforma en energía cinética de los elementos convectivos. Podemos entonces escribir eso como

$$\bar{v} = f_v \left( \frac{g\delta(\nabla - \nabla_e)}{8H_P} \right)^{1/2} l_m. \quad (5.11)$$

Donde aquí  $f_v$  es un “nuevo” (y a priori también “libre”) parámetro en la descripción de la convección, el cual da el factor por el cual es reducido el valor estándar de  $\bar{v}$ . Siguiendo nuevamente a Kippenhahn & Weigert (1990) y colocando ésta relación en la ecuación de transporte convectivo de energía,

$$F_{\text{con}} = \rho v c_P D T, \quad (5.12)$$

y reemplazando  $DT$  en términos de  $(\nabla - \nabla_e)$  obtenemos que

$$F_{\text{con}} = \frac{C_P \rho T \sqrt{g\delta}}{4\sqrt{2}} l_m^2 \left( \frac{(\nabla - \nabla_e)}{H_P} \right)^{3/2} f_v. \quad (5.13)$$

Donde se ve que el flujo convectivo de energía se reduce en un factor  $f_v$ .

### Ecuaciones adimensionales modificadas

A partir de la relación

$$\left[ \frac{\nabla_e - \nabla_{\text{ad}}}{\nabla - \nabla_e} \right] = \frac{6acT^3}{\kappa\rho^2 C_P l_m \bar{v}} \quad (5.14)$$

y definiendo como es usual las cantidades adimensionales  $U$  y  $W$ ,

$$U = \frac{3acT^3}{c_P \rho^2 \kappa l_m^2} \sqrt{\frac{8H_P}{g\delta}} \quad (5.15)$$

$$W = \nabla_{\text{rad}} - \nabla_{\text{ad}} \quad (5.16)$$

Obtenemos un juego nuevo de ecuaciones, equivalentes a las ecuaciones 7.14 y 7.15 de Kippenhahn & Weigert (1990), para  $U$ :

$$(\nabla_e - \nabla_{\text{ad}}) = 2 \frac{U}{f_v} \sqrt{\nabla - \nabla_e} \quad (5.17)$$

$$(\nabla - \nabla_e)^{3/2} = \frac{8}{9} \frac{U}{f_v} (\nabla_{\text{rad}} - \nabla) \quad (5.18)$$

Resulta natural entonces definir la cantidad  $U' = \frac{U}{f_v}$ .

$$U' = \frac{3acT^3}{c_P \rho^2 \kappa l_m^2 f_v} \sqrt{\frac{8H_P}{g\delta}} \quad (5.19)$$



Luego, definiendo la cantidad  $\zeta = +\sqrt{\nabla - \nabla_{\text{ad}} + U'^2}$  obtenemos que la nueva ecuación cúbica adimensional que describe a la convección según esta MLT es

$$(\zeta - U')^3 + \frac{8U'}{9} (\zeta^2 - U'^2 - W) = 0. \quad (5.20)$$

Esta es entonces la nueva ecuación que debe resolverse para poder obtener el valor real de  $\nabla$ . Como puede verse, esta es la misma ecuación que la ecuación estándar (ecuación 7.18 del libro de Kippenhahn & Weigert 1990), siendo la única diferencia la definición de  $U'$ .

### El coeficiente de difusión

En el contexto del modelado de la mezcla como un proceso difusivo, el transporte de material en una región convectiva está regulado por el coeficiente de difusión, el cual es usualmente definido como  $D = \frac{1}{3}l_m v$ .

Tomando la ecuación 5.11, eliminando  $(\nabla - \nabla_e)$  con ayuda de la ecuación ecuación 5.18 y utilizando finalmente la definición de  $U'$  obtenemos que la velocidad media de los movimientos convectivos resulta dada por la expresión

$$\bar{v} = \left( \frac{f_v^2 l_m}{H_P} \right)^{1/3} \left[ \frac{cg \nabla_{\text{ad}} (1 - \beta)}{\rho \kappa} (\nabla_{\text{rad}} - \nabla) \right]^{1/3}. \quad (5.21)$$

Colocando esta expresión en la definición de  $D$  obtenemos (usando que  $l_m = H_P \alpha$ ),

$$D = \frac{1}{3} (\alpha^2 f_v)^{2/3} H_P \left[ \frac{cg(1 - \beta)}{\rho \kappa} \nabla_{\text{ad}} (\nabla_{\text{rad}} - \nabla) \right]^{1/3} .. \quad (5.22)$$

### Conclusión

Como tanto  $U'$  (y por lo tanto  $\nabla$ ) como  $D$  dependen solo del producto  $\alpha^2 f_v$  (y *no* de ambas cantidades de manera independiente) entonces los cambios en la longitud de mezcla y en las velocidades de la convección son indistinguibles, lo que hace innecesario considerar un nuevo parámetro libre dentro de la MLT. Por otra parte una reducción en la eficiencia de mezcla debe entonces considerarse equivalente a alterar la longitud de mezcla. Dado que los cambios en la longitud de mezcla alteran significativamente las propiedades estelares en todas las etapas evolutivas en las cuales tiene lugar transporte convectivo no adiabático (secuencia principal inferior, RGB, AGB), cambios en las velocidades convectivas en todas esas etapas de la evolución estelar producirían cambios apreciables y por lo tanto deben ser descartados.

## 5.2. Escenario de Pulso Térmico Tardío (LTP) Formación de enanas blancas con envoltura delgada

En esta sección estudiamos en detalle la evolución durante un pulso térmico tardío (LTP) con especial énfasis en la progenie de dichos objetos. Como ya fue mencionado en capítulos anteriores Blöcker (2001) y Herwig (2001a) mostraron que, en secuencias que incorporan la posible existencia de mezcla más allá de los bordes convectivos dados por el criterio de Schwarzschild-Ledoux, es posible formar estrellas tipo PG1159 pero con un contenido significativo de H. A diferencia de los episodios VLTP, la deficiencia en H es alcanzada mediante la dilución del H sin la ocurrencia de quema de protones durante el pulso térmico tardío, y así estos objetos retienen un contenido de H demasiado alto como para finalizar sus historias como estrellas enanas blancas DO, DB. Para esto se realizaron dos simulaciones desde la ZAMS a través de la fase de la TP-AGB y el pulso térmico tardío, para finalmente continuar la evolución como estrella enana blanca DA. Además, y por completitud, se realizó el cálculo de un pulso térmico tardío de baja masa en el cual no se produce la dilución de la envoltura rica en H.

Las tres secuencias evolutivas utilizadas corresponden a algunas de las secuencias analizadas en la sección 5.1 en las cuales se ha cambiado la intensidad de la pérdida de masa durante la salida de la AGB a fin de que el pulso térmico tardío se desate mientras la capa quemadora de H permanece encendida (i.e. durante la evolución a luminosidad constante en la etapa post-AGB). En particular las secuencias estudiadas corresponden a los modelos de masas iniciales 2,2 y 2,7  $M_{\odot}$ , las cuales finalizan como remanentes (al momento del pulso térmico tardío) de masas 0,565- y 0,589 $M_{\odot}$ . En la figura 5.17 se muestra el diagrama HR de estas secuencias.

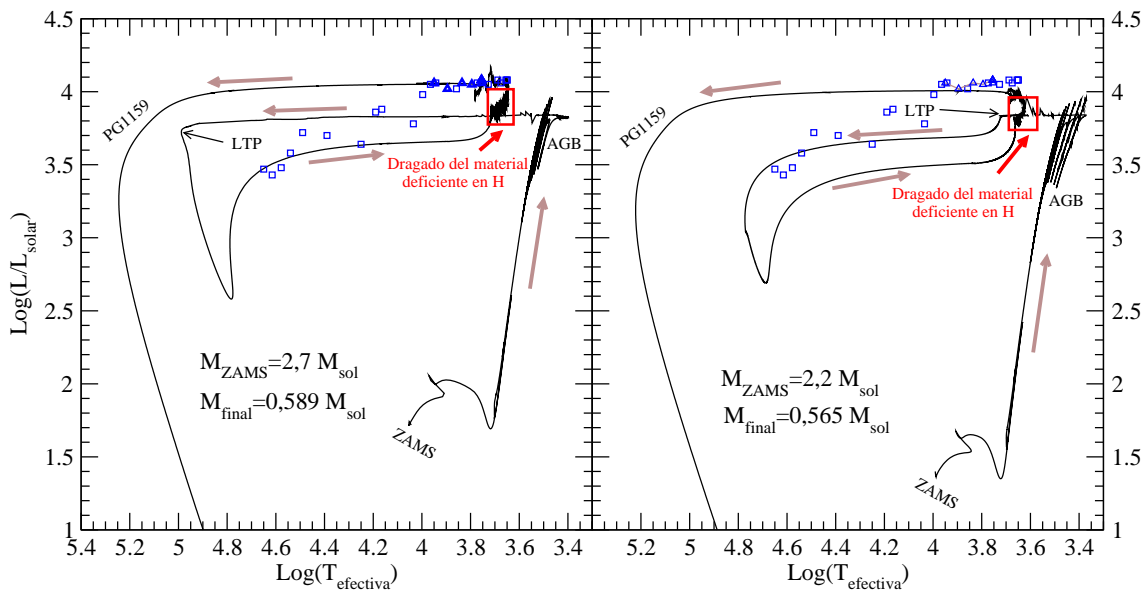


Figura 5.17: Evolución de dos secuencias de diferente masa que sufren un pulso térmico tardío (LTP) en el diagrama HR. Nótese en particular que la secuencia sufre la transformación de su superficie en una superficie deficiente en H *luego* de haber retornado a la AGB, a bajas temperatura y altas luminosidades. Se muestra además la evolución en el diagrama HR determinada por Gatschy y van Genderen (1995) para PG Sge (cuadrados vacíos).

### 5.2.1. Evolución durante y luego de un pulso térmico tardío

En la figura 5.17 se muestra la evolución en el diagrama HR de dos las dos secuencias LTP que sufren la transformación en estrellas deficientes en H como consecuencia de la dilución

	H	He	$^{12}\text{C}$	$^{13}\text{C}$	$^{14}\text{N}$	$^{16}\text{O}$	$^{20}\text{Ne}$	$^{22}\text{Ne}$
$0,565M_{\odot}$	0,049	0,327	0,363	$4,8 \times 10^{-7}$	$7,2 \times 10^{-5}$	0,2135	0,0017	0,0375
$0,589M_{\odot}$	0,040	0,309	0,402	0,0138	0,00138	0,204	0,0017	0,0202

Tabla 5.7: Abundancias resultantes del proceso de dragado de material deficiente en H durante la profundización de la envoltura convectiva que se genera en el retorno a la AGB. Los valores corresponden a las abundancias inmediatamente despues de haber terminado el dragado pero coinciden con las abundancias que presentan estas estrellas al llegar a la etapa AGB. Notar la abundancia significativa de H que resulta de este tipo de eventos en contraposición con el VLTP estudiado anteriormente. Es interesante resaltar que ambas secuencias poseen una abundancia de H muy similar a pesar de las diferencias entre ambas secuencias (momento del LTP, masa del remanente). El número de dígitos utilizado es excesivo y no indica el grado de credibilidad de los resultados.

de la envoltura rica en H en regiones más internas de la estrella. Como puede allí apreciarse, luego de abandonar la AGB las secuencias sufren un pulso térmico tardío, a  $\log T_{\text{ef}} \sim 3,75$  para la secuencia de  $0,565M_{\odot}$  y a temperaturas mucho más altas en el caso de la secuencia de  $0,589M_{\odot}$  ( $\log T_{\text{ef}} \sim 5$ ). Es importante notar que la diferencia en  $T_{\text{ef}}$  a la que ambas secuencias sufren el LTP no depende de la masa sino simplemente de la fase de los pulsos térmicos en la que la secuencia abandona la AGB (tal como se describe en la introducción). Luego de sufrir el LTP, la energía inyectada por el pulso térmico impulsa la expansión de las regiones externas de la estrella que lleva a la estrella de retorno a la AGB en una escala de tiempo de aproximadamente 100 años en ambas secuencias ( $\tau_{\text{Ba}} \simeq 93$  y 100 años para las secuencias de  $0,565M_{\odot}$ ,  $0,589M_{\odot}$  respectivamente). Como puede apreciarse en la figura 5.18 para la secuencia de  $0,589M_{\odot}$  unos 200 años después del LTP, cuando la secuencia ya se encuentra de regreso en la AGB se desarrolla una envoltura convectiva la cual va profundizandose progresivamente. Como consecuencia de esa profundización de la zona convectiva, el material del interior de la estrella empieza a ser dragado alterando la composición superficial. Éste dragado dura aproximadamente  $\sim 250$  años tanto en la secuencia de  $0,565M_{\odot}$  como en la de  $0,589M_{\odot}$ . Como el material del interior es extremadamente rico en  $^{12}\text{C}$  y deficiente en  $\text{H}^{21}$  el resultado final (unos 450 años después del flash en la secuencia de  $0,589M_{\odot}$ ) es una composición superficial similar a la observada en estrellas PG1159 —ver tabla 5.7. Es interesante notar que, a diferencia de lo que ocurre luego de un VLTP, en estas simulaciones la abundancia de H es de  $\lesssim 5\%$  en masa, lo que está por debajo del límite de detección del H a las altas temperaturas de las estrellas PG1159 (Werner 2001).

Nótese (paneles A y B de la figura 5.20) que debido al proceso de dilución/dragado el H originalmente contenido en la envoltura ha sido desparramado en regiones mucho más profundas de la estrella, hasta una profundidad de 1% en masa. Es interesante notar que este dragado ocurre en nuestras simulaciones a medida que las secuencias aumentan su luminosidad y disminuyen su temperatura en su retorno a la AGB, a diferencia de lo encontrado por Blöcker (2002). El retorno a la AGB luego del LTP es algo temporal ya que una vez agotada la energía inyectada por el flash de He, la estrella volverá a contraerse hacia el estado de enana blanca. En particular en las secuencias estudiadas en esta sección, y que no involucran pérdida de masa en el retorno a la AGB, éstas permanecen a temperaturas  $\log T_{\text{ef}} < 3,8$  durante 2980 años y 2750 años para las secuencias de  $0,565M_{\odot}$  y  $0,589M_{\odot}$  respectivamente. Luego la secuencia abandonará la AGB por segunda vez, atravesando las etapas de estrellas post-AGB deficientes en H ([WCL], [WCE] y PG1159).

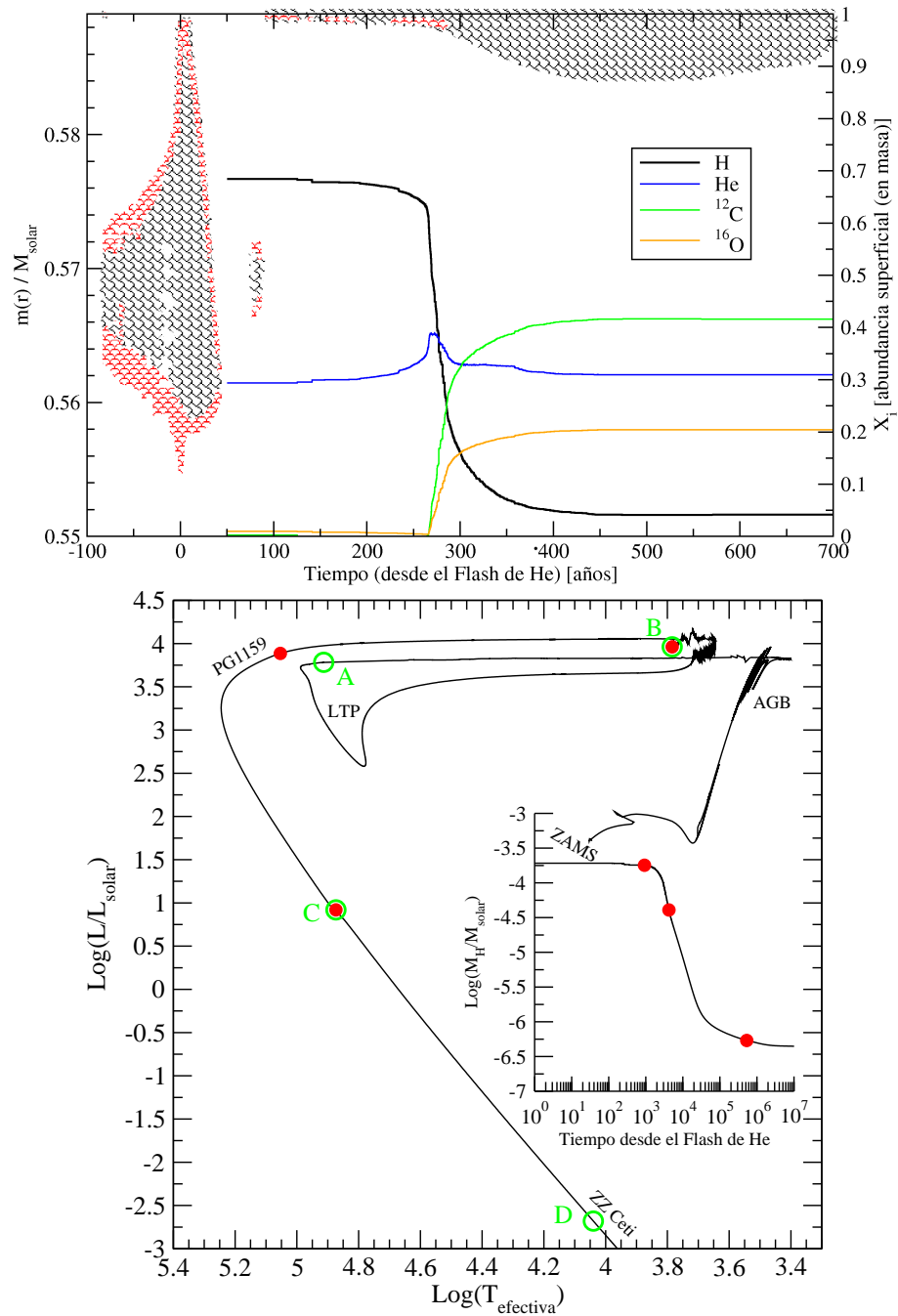


Figura 5.18: *Abajo*: Diagrama HR de la secuencia evolutiva presentada en este trabajo. Las letras indican la ubicación de los modelos correspondientes a los diferentes paneles de la Figura 2. El gráfico interno muestra la evolución temporal del contenido de H luego del LTP (los puntos rojos corresponden a los marcados de igual manera en el HR. *Arriba*: Evolución de las zonas convectivas durante y luego del LTP (eje y izquierdo). Las curvas denotan la evolución de las diferentes abundancias superficiales (eje y derecho).

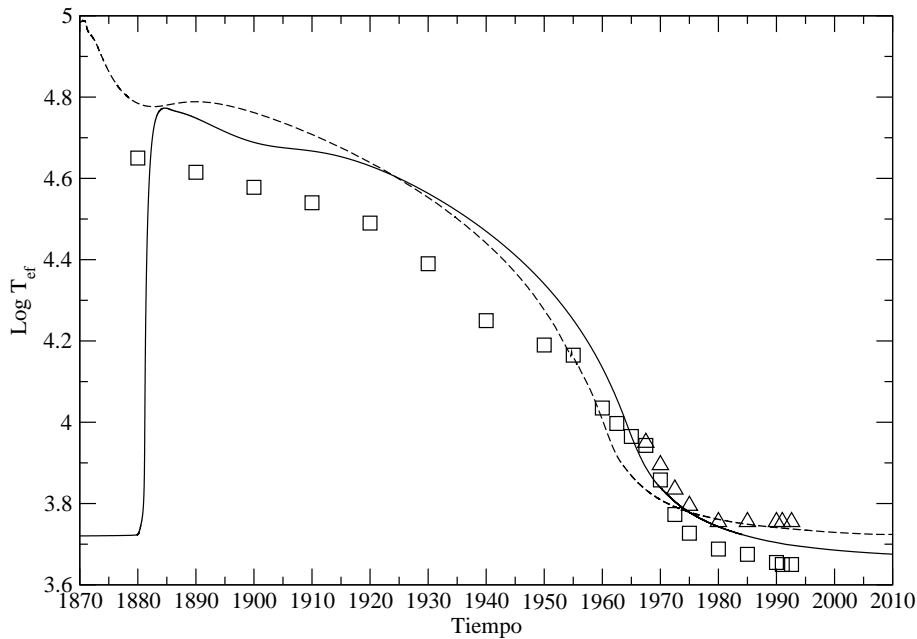


Figura 5.19: Evolución de la temperatura efectiva de nuestras secuencias comparadas con las derivadas por Gautschy y van Genderen (1995). El punto cero del eje  $x$  de las observaciones fue desplazado arbitrariamente para permitir la comparación con las secuencias teóricas.

### 5.2.2. Breve comparación con FG Sge

En la figura 5.19 se compara la evolución luego del LTP de nuestras secuencias con las observadas en FG Sge a lo largo de los últimos 120 años. Al realizar ésta comparación debe tenerse en cuenta que los valores determinados para FG Sge poseen una fuerte incerteza como consecuencia de la diversidad de fuentes que se han utilizado para la construcción de la dependencia  $T_{\text{ef}}(t)$ , entre las cuales se incluyen placas fotográficas tomadas a fines del siglo XIX. La comparación de la evolución de la temperatura efectiva luego del LTP muestra una similitud notable con la evolución observada en FG Sge y algo similar ocurre con la evolución de la luminosidad. En este último caso la luminosidad parece ser sistemáticamente mayor a la de las secuencias presentadas en esta sección. Esto puede ser debido a que FG Sge es una estrella de masa significativamente mayor a la aquí estudiada. En este sentido Gautschy y van Genderen encuentran que las pulsaciones observadas en este objeto sugieren una masa de  $\sim 0,8M_{\odot}$ . Cabe destacar que si esto fuese así sería de esperar un retorno a la AGB significativamente mas veloz y el ajuste cualitativo observado en la figura 5.19 no se daría. La otra posibilidad es que la distancia sea menor a la adoptada por dichos autores. En este sentido Woodward et al. (1993) encuentran para FG Sge una luminosidad de  $\log L/L_{\odot} \sim 3,5$  cuando la estrella se encuentra a  $\sim 5600$  K lo que muestra un mejor acuerdo con nuestras simulaciones. Cabe destacar que no se pretende aquí realizar un ajuste a las observaciones de FG Sge ya que el bajo número de simulaciones disponibles lo prohíbe; simplemente queremos contrastar hasta qué punto nuestras simulaciones corroboran la idea de que FG Sge es un objeto post-LTP.

El otro punto de especial interés para la comparación con las observaciones de FG Sge es el del dragado de material procesado a la superficie. Jeffery y Schoenberner (2006) encuentran que FG Sge parece haberse vuelto deficiente en H entre 1960 y 1995, aunque las inferencias de esta deficiencia en H son indirectas. En este sentido parece especialmente interesante resaltar que Jeffery y Schoenberner (2006) encuentran que la deficiencia en H de FG Sge surge antes de que la estrella alcance su mínima temperatura en el retorno a la AGB. Este resultado,

<sup>21</sup> Abundancias típicas de la región entrecapas de las estrellas AGB.

contradice directamente las simulaciones de Blöcker (2002) quien encuentra que la deficiencia en H en un LTP surge durante la evolución hacia el azul *luego* de haber alcanzado la mínima temperatura en la AGB. Este dilema no existe en nuestras simulaciones ya que ambas muestran que la deficiencia en H ocurre durante la evolución hacia la mínima temperatura en la AGB y comienza unos pocos centenares de años después del LTP. En este sentido el comportamiento de nuestras secuencias en lo que respecta a la deficiencia de H de FG Sge es consistente con lo inferido por Jeffery y Schoenberner (2006). Los cambios en la abundancia de H en nuestras secuencias, sin embargo, ocurren a menor temperatura de lo que posiblemente ocurrieron en FG Sge (Langer et al. 1975, Jeffery y Schoenberner 2006)<sup>22</sup>. Esto podría ser una indicación de que la profundidad de la zona convectiva estimada en envolturas extendidas y altamente no adiabáticas mediante nuestro tratamiento simplificado de la MLT no es correcto. Por el contrario, en nuestras simulaciones la disminución de H va acompañada de un aumento marcado en la abundancia de  $^{12}\text{C}$  lo que está claramente en desacuerdo con lo inferido por Jeffery y Schoenberner (2006) quienes encuentran que no hay razones para deducir una abundancia de  $^{12}\text{C}$  inusual en FG Sge actualmente.

### 5.2.3. Enanas Blancas DA con envolturas delgadas

Prosigamos ahora con la evolución de nuestras secuencias. Al abandonar la AGB por segunda vez, las secuencias se contraen hacia la etapa de pre-enana blanca (estrellas [WCL], [WCE] y PG1159). La compresión de toda la estructura estelar, y el calentamiento progresivo de todas las capas que lo acompaña, produce que el H que fue transportado a las regiones más profundas de la estrella sea reencendido. Para el momento en que la secuencia de  $0,589M_{\odot}$  llega a la región de las estrellas PG1159, el contenido de H total del modelo ha sido disminuido de  $1,8 \times 10^{-4}$  a  $4 \times 10^{-5} M_{\odot}$ . El cambio del contenido total de H en esta secuencia puede apreciarse en la figura 5.18 donde se muestra la evolución del contenido total de H como función del tiempo. Puede allí verse que la mayor parte de la quema del H en el interior ocurre en los primeros 100 000 años posteriores al LTP. Luego de estos 100 000 años el contenido total del H en el remanente se redujo a  $\sim 4,2 \times 10^{-7} M_{\odot}$ <sup>23</sup>.

Es interesante también notar que como la quema de H ocurre, mediante el ciclo CNO, en un ambiente extremadamente rico en  $^{12}\text{C}$ , gran parte del  $^{12}\text{C}$  de esas regiones luego del LTP es transformado en  $^{13}\text{C}$  y  $^{14}\text{N}$ . Esto último produce unas abundancias de  $^{13}\text{C}$  y  $^{14}\text{N}$  en el interior de la estrella, inusualmente grandes (ver panel C de la figura 5.20). Finalmente, a medida que la estrella entra en la secuencia de enfriamiento de enanas blancas<sup>24</sup>, el asentamiento gravitacional producido por el alto campo gravitatorio de la estrella lleva a la separación de los elementos más pesados de los más livianos. El resultado es que el H se difunde hacia la superficie de la estrella y el objeto se transforma en una estrella enana blanca con una envoltura pura de H de  $\sim 2,6 \times 10^{-7} M_{\odot}$  de ancho (panel D de la figura 5.20). Como consecuencia del asentamiento gravitatorio al llegar a la etapa de estrellas DA pulsantes (ZZ Ceti) la estrella posee una estructura altamente estratificada que puede describirse (panel D, figura 5.20), yendo desde la superficie al centro, como una envoltura rica en H, un manto de He puro, una región rica en C, O, He y N y luego un núcleo de C-O.

Es interesante notar que la masa de la envoltura rica en H de estos objetos DAV post-LTP es significativamente menor de las que surgen de la teoría de evolución estelar canónica que es

<sup>22</sup>Por debajo de los 5300 K para la secuencia de  $0,589M_{\odot}$  y de los 4700 K para la secuencia de  $0,565M_{\odot}$ , mientras que en FG Sge dichos procesos deben haber comenzado por encima de los 5500 K en el caso de FG Sge según Jeffery y Schoenberner (2006).

<sup>23</sup>Simulaciones adicionales considerando pérdidas de masa de  $5 \times 10^{-8} M_{\odot}/\text{año}^{-1}$  durante la etapa PG1159 con  $\log 5 < T_{\text{ef}} < 5,2$  (similares a las determinadas por Koesterke et al. 1998), permitirían reducir el valor de la masa final de la envoltura de H en un factor  $\sim 2$  pero no más allá de eso.

<sup>24</sup>Una vez que la secuencia entra en la región de enfriamiento de las enanas blancas la ecuación de estado utilizada en el cálculo es una versión actualizada de la ecuación de estado de Magni y Mazzitelli (1979).

de  $\sim 10^{-4} M_{\odot}$ . De esta manera, la existencia de estrellas DAV descendientes de objetos que sufrieron un LTP permite explicar las envolturas de H delgadas determinadas astrosismológicamente en algunas estrellas ZZ Ceti. Por ejemplo, la estrella ZZ Ceti G29-38 posee una envoltura de H, inferida astrosismológicamente, de  $5 \times 10^{-7} M_{\odot}$ . Por otra parte Bradley (1998) determina astrosismológicamente envolturas en un rango de  $10^{-6}$ - $10^{-7} M_{\odot}$  para dos de las estrellas ZZ Ceti más conocidas (G117-B15A y R548). Junto a inferencias previas, esto lleva a Bradley (1998) a sugerir que existe un rango de espesores de envolturas de H en las estrellas ZZ Ceti que se encuentra entre el valor canónico  $\sim 10^{-4} M_{\odot}$  y  $\sim 10^{-7} M_{\odot}$ . Nuestros resultados dan entonces un camino evolutivo completamente viable para la formación de estas estrellas ZZ Ceti con envolturas delgadas.

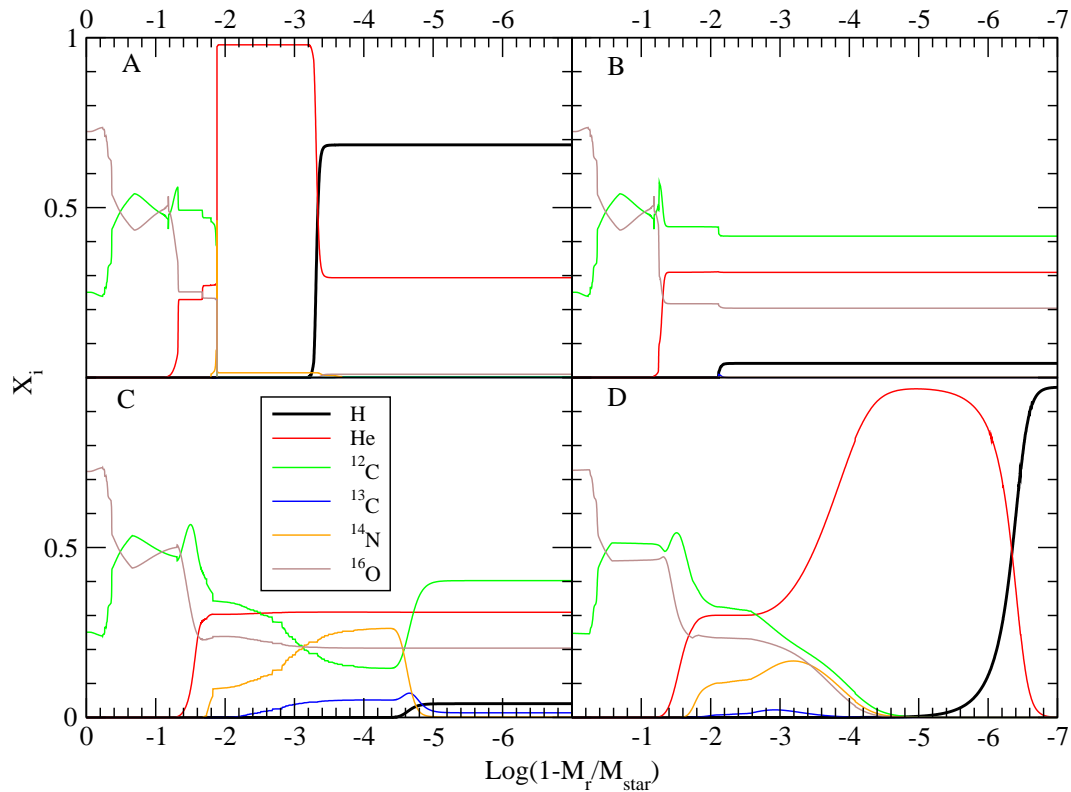


Figura 5.20: Abundancias químicas en los interiores de los modelos marcados en la 5.18. Notar especialmente la pequeña envoltura de H que se ha formado cuando la estrella alcanza la región de las ZZ Ceti (Panel D).

#### 5.2.4. Conclusiones

En esta sección hemos presentado simulaciones de secuencias que sufren un pulso térmico tardío (LTP) e incluyen los efectos de la mezcla más allá del borde convectivo formal dado por el criterio de Schwarzschild-Ledoux. Hemos corroborado los resultados de Blöcker (2003) que indican que en estos casos es posible alcanzar la deficiencia en H mediante la dilución de la envoltura rica en H durante procesos de dragado del material del interior estelar. Como resultado de estos procesos la estrella se vuelve deficiente en H al retornar a la AGB, cuando el objeto está muy extendido. Este escenario predice que el regreso a la AGB ocurre en escalas de tiempo de siglos. En particular, la evolución de la  $T_{\text{ef}}$  en las dos secuencias aquí presentadas son muy similares a la observada en el objeto FG Sge por (Gautschy y van Genderen 1995). Durante esta etapa nuestros modelos sugieren que la deficiencia en H se alcanza a medida que la estrella continua expandiéndose y volviéndose más roja. Esto último está en contradicción con

los resultados de Blöcker (2003) pero en acuerdo con lo observado en FG Sge. Cabe destacar que a pesar de este acuerdo en la abundancia de H, existen diferencias significativas entre nuestras simulaciones y las observaciones en lo que respecta al  $^{12}\text{C}$ , ya que el enriquecimiento de éste acompaña la deficiencia en H en las simulaciones, algo que no es observado en FG Sge. A pesar de ello nuestros resultados confirman que FG Sge parece ser un objeto post-LTP.

En lo que respecta a la evolución posterior, nuestras secuencias post-LTP predicen que estos objetos deberían evolucionar, luego de abandonar nuevamente la AGB, hacia la etapa de estrellas PG1159. Como se muestra en la tabla 5.7, los objetos post-LTP poseen abundancias similares a las observadas en estrellas PG1159. La diferencia esencial entre las abundancias predichas por el escenario LTP respecto del escenario VLTP estudiado anteriormente es la presencia de H cerca (y por debajo) del límite de detección en estas estrellas. Esto abre la posibilidad de que algunas estrellas PG1159 posean H presente en sus atmósferas por debajo del límite de detección. A pesar que el H no puede ser detectado existe otro elemento que podría servir para distinguir el origen de una dada estrella PG1159, el N. En efecto, debido a que durante un LTP no ocurre la quema violenta del H, no se produce N y las estrellas PG1159 provenientes de un LTP poseerían abundancias de N significativamente menores a las resultates durante un VLTP. Este resultado es especialmente interesante en vistas de que tanto la presencia de H en bajas proporciones como la ausencia de N ha sido notada en algunas estrellas PG1159.

Finalmente, el resultado principal de esta sección es haber demostrado que objetos post-LTP se transforman finalmente en estrellas enanas blancas DA con envolturas de H significativamente más delgadas (3 órdenes de magnitud) de las predichas por la evolución estelar canónica. Este resultado surge como consecuencia de que gran parte del H originalmente contenido en la envoltura de la estrella post-AGB antes del LTP es transportado hacia el interior de la estrella durante los procesos de dragado en la evolución que sigue al LTP. Posteriormente cuando la estrella se contrae hacia la etapa de enana blanca, el calentamiento del interior de la estrella produce la quema del H que fue llevado al interior. El proceso es completado por el asentamiento gravitatorio durante la etapa de enana blanca el cual produce la formación de una envoltura pura de H. Para cuando la estrella alcanza la franja de las ZZ Ceti, ésta posee una envoltura pura de H de  $\sim 10^{-7} M_{\odot}$  de ancho. El escenario aquí propuesto entonces permite explicar la existencia de estrellas ZZ Ceti con envolturas delgadas de H tales como las inferidas en varias de estas estrellas mediante técnicas astrosismológicas (Bradley y Kleinman 1997, Bradley 1998).

### 5.2.5. Apéndice: Relevancia de la existencia de campos magnéticos para la difusión en enanas blancas

En la discusión anterior hemos mostrado que el escenario de LTP con la inclusión de fenómenos de mezcla más allá de los bordes convectivos formales, no solo lleva a la formación de estrellas tipo PG1159 con un contenido de H mínimo cercano al límite de detección sino que también permite explicar la formación y existencia de estrellas ZZ Ceti con envolturas delgadas de H tal como resulta de inferencias astrosismológicas. Sin embargo, la formación de estrellas enanas blancas DA requiere que los mecanismos de asentamiento gravitacional permitan la formación de estrellas con una envoltura pura en H. Dado que los campos magnéticos debieran alterar los fenómenos de difusión, la no incorporación de los efectos de los campos magnéticos en el cálculo de la difusión durante la etapa de enana blanca ha sido sugerido como una posible fuente de dudas en los resultados presentados en esta sección. El objetivo aquí es mostrar mediante una estimación sencilla que los campos magnéticos pueden ser despreciados en este tipo de cálculos.

Según Vauclair et al. (1979) el efecto principal de los campos magnéticos sobre la difusión es hacer que los iones entre dos choques sucesivos describan trayectorias helicoidales. Dado que dicha trayectoria helicoidal ocurre alrededor de las líneas de campo entonces solo se alteran las componentes de las velocidades de los iones perpendiculares a  $\vec{B}$  mientras que las paralelas permanecen inalteradas. Veamos como eso altera la velocidad media de los iones en la dirección



perpendicular a  $\vec{B}$ .

Suponiendo que la probabilidad de chocar de un ión no depende del tiempo, que las probabilidades de choque no dependen de la historia previa (no hay memoria) y que el tiempo medio entre choques no depende de la velocidad de las partículas, es relativamente sencillo demostrar que la probabilidad de que una partícula no choque en el intervalo de tiempo  $(s, s + t)$  es  $p(t) = e^{-t/\tau}$ , donde  $\tau$  puede interpretarse como el tiempo medio entre choques. Si  $n$  es la densidad de iones en el elemento de volumen  $d^3x$ , el número de colisiones medio por unidad de tiempo en ese elemento de volumen es  $n d^3x 1/\tau$  —pues en un tiempo  $\tau$  el número medio de colisiones por partícula ocurrido es 1. Luego, si la componente perpendicular a  $\vec{B}$  de las velocidades inmediatamente luego de cada colisión fuese  $v_0$  para todos los iones, un tiempo  $t$  después de su última colisión cada partícula poseerá una componente de la velocidad perpendicular a  $\vec{B}$  dada por  $v_{\perp} = v_0 \cos \omega t$ , donde  $\omega$  es la frecuencia angular de rotación de los iones alrededor de  $\vec{B}$ . Para una partícula tomada al azar la densidad de probabilidad de que ésta haya chocado por última vez hace un tiempo  $t$  es  $e^{-t/\tau}/\tau$ . Luego la fracción de iones que chocó por última vez hace un tiempo  $t$  (y por lo tanto viaja con velocidad  $v_{\perp} = v_0 \cos \omega t$ ) es  $e^{-t/\tau}/\tau$ . Luego el valor medio de la componente perpendicular a  $\vec{B}$  está dado por

$$\bar{v}_{\perp} = \int_0^{\infty} v_0 \cos \omega t \frac{e^{-t/\tau}}{\tau} dt. \quad (5.23)$$

Resolviendo dicha integral, entonces tenemos

$$\bar{v}_{\perp} = v_0 / (1 + \omega^2 \tau^2), \quad (5.24)$$

de donde se desprende que la velocidad media típica en ausencia de campos magnéticos ( $v_0$ ) es disminuida en un factor  $(1 + \omega^2 \tau^2)$ . Aunque todo esto fue resuelto considerando una única velocidad  $v_0$ , el mismo resultado es válido en el caso general (ver por ejemplo Chapman y Cowling 1939). La frecuencia  $\omega$  es fácilmente estimable y está dada por

$$\omega = \frac{ZeB}{m_i c} \quad (\text{en e.s.u.}) \quad (5.25)$$

$$\tau = \lambda / v. \quad (5.26)$$

Para estimar  $\tau$  podemos utilizar la expresión del camino libre ( $\lambda$ ) como esta dada por Huang (1987)

$$\tau = \frac{\sqrt{\pi/8}}{n \sigma_{\text{tot}} v} \quad (5.27)$$

donde  $n$  es la densidad numérica y  $\sigma_{\text{tot}}$  la sección eficaz para los choques entre las partículas.

El efecto de los campos magnéticos podrá considerarse apreciable cuando  $\omega \tau \sim 1$ , por lo que intentaremos analizar a partir de qué valores de  $B$  este factor se hace cercano a la unidad y en consecuencia los efectos de los campos magnéticos empiezan a ser importantes sobre la difusión. Nosotros estamos especialmente interesados en la difusión de H y He, por lo que en lo que sigue tomaremos en nuestras estimaciones  $Z \sim 1$ , aunque el resultado del análisis no puede cambiar demasiado para elementos como el C y el O.

**$\omega$  en función de  $B$**  Usando la ecuación 5.25 es sencillo entonces calcular el valor de  $\omega$  para los iones del gas.

$$\omega = \frac{ZeB}{m_i c} \sim \frac{eB}{m_{\text{HC}}} \sim \frac{4,8 \times 10^{-10} \times B_{\text{gauss}}}{1,66 \times 10^{-24} \times 3 \times 10^{-10}} \quad (5.28)$$

por lo que  $\omega \sim 10^4 \times B$  con  $B$  en gauss.

**Estimación del tiempo  $\tau$**  Ahora, para estimar  $\tau$  debemos conocer las velocidades típicas de los iones  $v$ , la densidad numérica  $n$  de los blancos contra los cuales chocan y la sección eficaz  $\sigma_{\text{tot}}$  de los mismos.

**Sección eficaz de las colisiones** Debemos entonces calcular la sección eficaz para las colisiones (dispersión) electromagnética entre iones. En muy buena aproximación podemos pensar que la fuerza entre dos iones que colisionan es de tipo electrostática. En general en el interior de las estrellas la situación es la siguiente; se tiene un ión rodeado por una nube de electrones libres que apantallan su potencial electrostático (Kippenhan Weigert 1990)<sup>25</sup>, como consecuencia de esto el potencial electrostático es de la forma<sup>26</sup>

$$\phi = \frac{Ze e^{-r/r_D}}{r} \text{ con } r_D \sim 10^{-8} \text{ a } 10^{-9} \text{ cm.} \quad (5.29)$$

La energía potencial para la colisión entre dos iones de cargas  $eZ_1$   $eZ_2$  será

$$V = \frac{V_0 e^{-r\alpha}}{r} \text{ con } \alpha = 1/r_D \quad V_0 = Z_1 Z_2 e^2 \quad (5.30)$$

Una posibilidad sería tomar entonces una sección eficaz tipo esfera rígida  $\sigma = \pi a^2$  con  $a$  del tamaño de la región donde el potencial electrostático es importante. Esto es  $a \sim 10^{-9}$  cm. Sin embargo, como afortunadamente  $V$  es un potencial tipo Yukawa es relativamente sencillo calcular el valor exacto de  $\sigma_T$  para este proceso. De hacer las cuentas resulta

$$\sigma_T = \frac{4\mu^2 V_0^2}{\hbar^4} \frac{4\pi}{\alpha^2(\alpha^2 + 4k^2)} \quad (5.31)$$

donde  $\mu$  es la masa reducida para la colisión considerada y donde para los iones podemos aproximar  $k$  por su valor clásico,  $p = \hbar k = mv$ , y por lo tanto  $k = \frac{mv}{\hbar}$ . Utilizando que  $e/\hbar \sim c/137$  podemos escribir

$$\sigma_T = \frac{16\pi}{(137)^2} \frac{\mu^2 (Z_1 Z_2)^2 c^2}{\hbar} \frac{1}{\alpha^2(\alpha^2 + 4k^2)}. \quad (5.32)$$

Tomando valores para  $\alpha$  y  $v$  que sobreestimen el valor de  $\tau$  (es decir que sobreestimen el efecto del campo magnético), podemos decir que  $r_D \sim 10^{-9}$  cm y que  $v$  es la correspondiente a  $\sim 10^7$  K ( a temperaturas mayores el H ya empieza a quemarse);

$$v_{\text{ion}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_i}} \sim \sqrt{\frac{2 \times 1,38 \times 10^{-16} \times 10^7}{1,67 \times 10^{-24}}} \sim 4 \times 10^7 \text{ cm/s} \quad (5.33)$$

por lo que

$$k = \frac{mv}{\hbar} \sim \frac{1,67 \times 10^{-27} \times 4 \times 10^5}{10^{-34}} \sim 6,68 \times 10^{12} \text{ m}^{-1}. \quad (5.34)$$

Luego, usando la expresión para la sección eficaz

$$\sigma_T = \frac{16\pi}{(137)^2} \frac{\mu^2 (Z_1 Z_2)^2 c^2}{\hbar} \frac{1}{\alpha^2(\alpha^2 + 4k^2)} \quad (5.35)$$

<sup>25</sup>Vale la pena notar que en las regiones donde H y He están neutros el campo magnético no producirá ningún efecto sobre la difusión, por lo que estamos interesados en el caso en el cual están ionizados (y analizaremos la situación en la aproximación de ionización total).

<sup>26</sup>Esta expresión es rigurosamente válida solo si las interacciones eléctricas entre iones son bajas y no valdrá en el centro de la estrella. Sin embargo nosotros estamos interesados en las regiones de la envoltura de H que es donde ocurre la difusión que forma la envoltura pura de H, donde esta aproximación es correcta.

donde  $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$   $\hbar = 1,05 \times 10^{-34} \text{ J seg}$  y  $\alpha = r_D^{-1} = 10^{11} \text{ m}^{-1}$

$$\sigma_T \sim 2,678 \times 10^{-3} \mu^2 (Z_1 Z_2)^2 \frac{9 \times 10^{16}}{(1,05 \times 10^{-34})^2} \frac{1}{10^{22} (10^{22} + 4 \times 4,46 \times 10^{25})} \quad (5.36)$$

de donde, haciendo las cuentas, tenemos

$$\sigma_T \sim 1,35 \times 10^{34} \mu^2 (Z_1 Z_2)^2 \quad (5.37)$$

Resta ahora saber cual es el valor de  $\mu$  a usar, es decir que colisiones considerar. Si la colision es ion-ion (H-He, H-H, He-He) entonces  $\mu \sim m_H$  y entonces  $\sigma_i \sim 10^{-20} \text{ m}^2$ , mientras que para colisiones ion-electrón tendríamos  $\mu \sim m_e$  y por lo tanto  $\sigma_e \sim 10^{-26} \text{ m}^2$ . Luego, como las abundancias de iones y electrones no son tan diferentes en vistas de la gran diferencia de las secciones eficaces, es de esperar que la gran mayoría de las colisiones de un ion sean con otros iones antes que con los electrones libres del gas, luego  $\sigma_T \sim \sigma_i$ .

**Densidad numérica de blancos** Calculemos ahora la densidad de iones presentes en el gas, para ello recordemos que el peso molecular por ion es

$$\mu_I^{-1} = \sum \frac{X_i}{A_i} \sim \frac{4}{1 + 3X} \quad (\text{con } X \text{ abundancia en masa del H}) \quad (5.38)$$

conocido el  $\mu_I$  la densidad numérica de iones es

$$n_i = \frac{\rho}{\mu_i m_H} \sim \frac{\rho}{m_H} \quad (5.39)$$

donde hemos despreciado el  $\mu_I$  dado que es del orden de la unidad (ecuación 5.38).

**Estimación del tiempo entre colisiones  $\tau$**  Ahora ya estamos en condiciones de estimar el tiempo entre colisiones de los iones del gas. Utilizando unidades C.G.S. (en las que suele darse el valor de la densidad en estructura estelar) tenemos que

$$\tau = \frac{\sqrt{\pi/8}}{n_I \sigma_T v} \sim \frac{0,626 m_H}{\rho v \sigma_T} \quad (5.40)$$

usando, como durante todo el análisis, valores  $v \sim 4 \times 10^7 \text{ cm/seg}$   $\sigma_T \sim 10^{-16} \text{ cm}^2$  y  $m_H \sim 10^{-24} \text{ g}$ , se tiene

$$\tau \sim \frac{2,5 \times 10^{-15}}{\rho} \quad (5.41)$$

**Estimación del término  $\omega\tau$**  Resumiendo, tenemos  $\tau \sim \frac{2,5 \cdot 10^{-15}}{\rho_{\text{cgs}}}$  y  $\omega \sim 10^4 B_{\text{gauss}}$ , donde hemos visto que el campo magnético se vuelve relevante para la difusión cuando  $\omega\tau \sim 1$ , y ésto es

$$B_{\text{gauss}} \sim \rho_{\text{cgs}} \times 10^{11} \quad (5.42)$$

de manera que aún para densidades pequeñas como  $\rho = 10^{-3} \text{ g/cm}^3$  (valores más pequeños a los típicos de las envolturas de enanas blancas), se tiene que el campo magnético debería ser de aproximadamente  $10^8 \text{ gauss}$  para ser relevante para la difusión. Por lo tanto es de esperar que solo en estrellas con campos magnéticos muy intensos, éste se vuelva relevante para los mecanismos de difusión, y aún en estos casos es de esperar que el mayor efecto ocurra solo en las regiones más externas de las enanas blancas. Aún así, algo que no hemos analizado y puede ser relevante es la inhibición de las inestabilidades convectivas debidas a campos magnéticos intensos, de todas formas ésto sería recién importante a bajas temperaturas, que es cuando estos objetos desarrollan envolturas convectivas.

En vistas de la estimación anterior y de que solo una pequeña fracción de las enanas blancas (alrededor del 5 %) posee campos magnéticos por encima de los  $10^5$  gauss, podemos decir que no parece necesario incluir el efecto de los mismos en el estudio de la difusión en la mayoría de las enanas blancas (salvo en el estudio de regiones de la atmósfera donde  $\rho \sim 10^{-6}$  gr/cm<sup>3</sup>).

Otro análisis posible para estimar la influencia de los campos magnéticos sobre la difusión en enanas blancas, independiente de este, es el presentado por Aldo Serenelli (Serenelli 2003) en el cual se estima qué valores de  $B$  deberían ser necesarios para que las fuerzas magnéticas, sobre el movimiento medio producido por la difusión, fuesen comparables al resto de las fuerzas que entran en la difusión.

### 5.3. Pulso térmico tardío en una estrella post-AGB de muy baja masa $m \sim 0,5M_{\odot}$ .

#### Formación de estrellas O(He), He-sdO<sup>+</sup>

Los escenarios de LTP y VLTP anteriormente estudiados ofrecen una explicación razonable para la existencia de estrellas [WCE], [WCL] y PG1159 con valores típicos de He/C/O (Werner y Herwig 2006, Crowter 2008). En principio la dispersión de abundancias de He/C/O puede explicarse por un efecto combinado de la dispersión de masas y del número de pulsos térmicos sufrido por cada objeto en particular (ver Herwig 2000 para un estudio detallado de como el número de pulsos térmicos afecta la composición de la región entre capas de cada objeto). Existen, sin embargo, al menos 3 estrellas de tipo espectral PG1159 cuyo contenido de He es inusualmente alto, tal como se detalla en la tabla 5.8. La alta abundancia de He de estas estrellas ( $\gtrsim 70\%$  en fracción de masa) indica que de haber tenido una evolución similar al resto de las estrellas PG1159, no puedan haber experimentado muchos pulsos térmicos. Esto último se desprende del hecho de que durante los primeros pulsos térmicos la abundancia de carbono de la región entre capas de una estrella AGB aumenta rápidamente (ver por ejemplo Herwig 2000). A su vez, como veremos en el próximo capítulo, la comparación de las inferencias espectroscópicas con los cálculos evolutivos sugiere que estos tres objetos poseen masas muy bajas para ser estrellas post-AGB ( $\sim 0,5M_{\odot}$ , ver tabla 5.8). En efecto este valor de la masa esta muy cercano al valor de la masa del núcleo deficiente en H, de una estrella de originalmente  $1M_{\odot}$  al momento de ingresar en la TP-AGB. Todos estos datos sugieren que si estas tres estrellas PG1159 son el resultado de un pulso térmico tardío, este pulso térmico debe haber sido probablemente el primero y único sufrido por la estrella. Por otro lado, el hecho de que estas tres estrellas PG1159 (HS 1517+7403, MCT 0130-1937 y HS 0704+6153) muestren un espectro completamente desprovisto de N (Dreizler y Heber 1998) sugiere que son el resultado de un LTP y no de un VLTP<sup>27</sup>.

Al estudiar posibles conexiones evolutivas de estas estrellas PG1159, vale la pena recordar que existe un número de objetos que, aunque ubicados en las mismas regiones del diagrama  $T_{\text{ef}} - g$  que las estrellas PG1159, [WCE] y [WCL], poseen abundancias inusualmente altas de He. Estos son las estrellas He-sdO<sup>+</sup>, O(He) y los tres objetos con espectros tipo PG1159 mencionados en la tabla 5.8 y en la figura 1.2. La abundancia extremadamente alta del He (y baja del C) en los objetos He-sdO<sup>+</sup>, O(He) hace que sean usualmente asociados con la posible descendencia de las estrellas RcrB y EHe (Rauch et al. 2008, ver figura 1.2) las cuales son muy probablemente el resultado de la coalescencia de dos enanas blancas (Saio y Jeffery 2000, 2002 y Jeffery 2008). Sin embargo, tal como se muestra en la figura 5.21 y se especifica en la tabla 5.8, algunas de estas estrellas poseen masas muy bajas ( $\sim 0,5M_{\odot}$ ) que hacen improbable que sean el resultado de una coalescencia de dos enanas blancas. La masa de estos objetos es sugerentemente similar a la de las estrellas PG1159 con contenido inusualmente alto de He. En esta sección presentaremos un experimento numérico que sugiere una posible conexión evolutiva entre algunos de estos objetos.

#### 5.3.1. Cálculo de un pulso térmico tardío a la salida de la AGB temprana.

Como mencionamos más arriba, la composición química de las tres estrellas PG1159 con alto contenido de He sugiere que estos objetos han experimentado un LTP (por la ausencia de N), pero que no han ocurrido varios pulsos térmicos durante la AGB, ya que no podría entonces explicarse la alta abundancia de He. Para reproducir estas abundancias hemos calculado una secuencia en

<sup>27</sup>A su vez, los calculos teóricos de Blöcker (1995), sugieren que la ocurrencia de un LTP es mucho más probable que la de un VLTP en estrellas de baja masa debido a la prolongada duración de la evolución post-AGB de los objetos de baja masa.

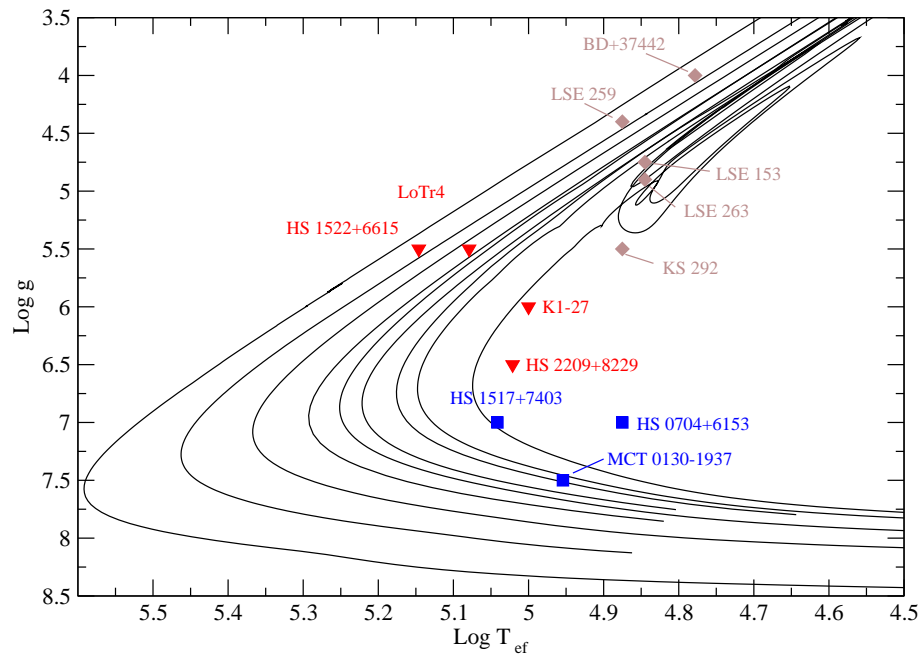


Figura 5.21: Estrellas post-AGB deficientes en H con un alto contenido de He.

nombre	$T_{\text{ef}}$	$\log g$	H	He	C	N	clasif. espectral	Masa
LSE 153 <sup>a</sup>	70000	4,75	<0,02	>0,92	0,05	0,008	He-sdO <sup>+</sup>	$\sim 0,52M_{\odot}$
LSE 259 <sup>a</sup>	75000	4,4	<0,01	>0,90	0,06	0,03	He-sdO <sup>+</sup>	$\sim 0,8M_{\odot}$
LSE 263 <sup>a</sup>	70000	4,9	<0,02	>0,96	$2,5 \times 10^{-4}$	0,016	He-sdO <sup>+</sup>	$\sim 0,52 M_{\odot}$
BD+37442 <sup>b</sup>	60000	4,0	<0,001	>0,97	0,025	0,003	He-sdO <sup>+</sup>	$\sim 0,8M_{\odot}$
KS 292 <sup>c</sup>	75000	5,5	0,32	0,65	0,023	0,013	He-sdO <sup>+</sup>	$\lesssim 0,5M_{\odot}$
LoTr4 <sup>d</sup>	120000	5,5	0,11	0,89	<0,01	0,003	O(He)	$\sim 0,65M_{\odot}$
HS 1522+6615 <sup>d</sup>	140000	5,5	0,02	0,97	0,01	$\sim 0$	O(He)	$\sim 0,8M_{\odot}$
HS 2209+8229 <sup>d</sup>	100000	6,0	$\lesssim 0,05$	$\gtrsim 0,95$	-	-	O(He)	$\sim 0,5M_{\odot}$
K1-27 <sup>d</sup>	105000	6,5	<0,05	0,98	<0,015	0,017	O(He)	< 0,5 $M_{\odot}$
HS 1517+7403 <sup>e</sup>	110000	7,0	$\sim 0$	0,84	0,13	$\sim 0$	PG1159	0,51
MCT 0130-1937 <sup>e</sup>	90000	7,5	$\sim 0$	0,74	0,22	$\sim 0$	PG1159	0,54
HS 0704+6153 <sup>e</sup>	75000	7,0	$\sim 0$	0,69	0,21	$\sim 0$	PG1159	$\sim 0,47$

Tabla 5.8: Propiedades superficiales y abundancias de las estrellas de la figura 5.21. Las abundancias están en fracción de masa y representan valores aproximados. Las referencias son *a*-Husfeld et al. (1989); *b*- Bauer y Husfeld (1995); *c*- Rauch et al. (1991); *d*- Rauch et al. (2008); *e*- Dreizler y Heber (1998). Las masas han sido derivadas por comparación con los caminos evolutivos de estrellas post-AGB y por lo tanto solo deben ser considerados estimaciones groseras, ya que algunos de estos objetos probablemente no son objetos post-AGB.

la cual la estrella abandona la rama de las gigantes durante la fase de la AGB temprana<sup>28</sup> y experimenta su primer pulso térmico durante su contracción hacia la secuencia de enfriamiento de enanas blancas. Es decir esta secuencia experimenta su primer pulso térmico como un LTP. Específicamente, la secuencia calculada corresponde a la secuencia de  $M_{ZAMS} = 1M_{\odot}$  utilizada en secciones anteriores a la cual se le aumento la tasa de pérdida de masa para que abandone la AGB en un momento cercano a la aparición del primer pulso térmico. El remanente final posee  $0,514M_{\odot}$  a la salida de la AGB. Sin embargo, la principal dificultad de este escenario es que debido a la baja intensidad de los primeros pulsos térmicos en estrellas de baja masa, en estos casos no ocurren los procesos de dragado que producen la deficiencia en H luego de un LTP (ver sección 5.2). Como consecuencia, luego de experimentar el LTP la estrella no altera su abundancia superficial y, en ausencia de algo que altere su evolución, terminaría como una CSPN con una superficie de H/He y finalmente como una enana blanca DA. En la presente sección analizamos la posibilidad de que esta secuencia se vuelva deficiente en H, y desarrolle un espectro tipo PG1159 debido a la erosión de su superficie producida por los vientos estelares. El punto principal de esta idea es que la estrella luego de experimentar el LTP permanece durante un buen tiempo en la región de las gigantes rojas a altas luminosidades donde se supone que ocurren vientos estelares muy intensos —por ejemplo en FG Sge y V4334 Sgr se han determinado en esa etapa vientos de más de  $10^{-6}M_{\odot}/\text{año}$ . En este experimento numérico hemos entonces seguido la evolución de la secuencia mencionada anteriormente imponiendo que la estrella luego del LTP sufre tasas de pérdida de masa de  $10^{-6}M_{\odot}/\text{año}$  cuando  $\log T_{\text{ef}} < 3,8$  y de  $10^{-8}M_{\odot}/\text{año}$  cuando  $\log T_{\text{ef}} > 3,8$ , en consistencia con las pérdidas de masa observadas y/o inferidas en estrellas PG1159 y durante los pulsos térmicos tardíos. El camino evolutivo, y algunos momentos relevantes, se detallan en la figura 5.22.

Allí puede apreciarse como, debido a la pérdida de masa aumentada artificialmente, la estrella abandona la AGB antes de entrar en la etapa TP-AGB y sufre su primer pulso térmico como un LTP a  $T_{\text{ef}} \sim 10000\text{K}$ . Luego del LTP y antes de la etapa PG1159 la estrella realiza dos lazos en el diagrama HR retornando en ambas ocasiones a la región de bajas temperaturas y altas luminosidades del diagrama HR. Estos lazos se deben a sub-flashes típicos en los primeros pulsos térmicos de la etapa TP-AGB en estrellas de baja masa. A esas bajas temperaturas es donde se espera que ocurran fuertes vientos que erosionan gran parte de la envoltura rica en H —que aquí hemos burdamente modelado como una pérdida de masa constante de  $10^{-6}M_{\odot}/\text{año}$ . El tiempo total que el remanente pasa durante esos dos lazos es de aproximadamente 3000 años, tal como puede observarse en la figura 5.22.

A fin de facilitar la comprensión de las diferentes etapas evolutivas que surgirán como consecuencia de la pérdida de masa, en la figura 5.23 mostramos la estratificación química del remanente unos 300 años luego del LTP. Allí se ilustra la distribución interna de H, He,  $^{12}\text{C}$ ,  $^{14}\text{N}$ ,  $^{16}\text{O}$  en términos de la fracción de masa externa ( $q = 1 - m_r/M_{\star}$ ). Nótese, especialmente debajo de la envoltura rica en H, la región muy delgada compuesta casi totalmente por He puro, y debajo de ésta la región rica en He y C que surge como consecuencia de los episodios de mezcla en el LTP. La región rica en C y He posee un espesor de  $\sim 0,04M_{\odot}$ , abundancias químicas de  $[\text{He}/\text{C}/\text{O}] = [0,73/0,21/0,03]$  y es extremadamente deficiente en N, ya que éste se quema durante el LTP. Por el contrario, la región casi pura en He es mucho más delgada y posee una abundancia de  $^{14}\text{N} = 0,012$  y es completamente deficiente en  $^{12}\text{C}$ , ya que refleja la composición dejada atrás por la capa que quema H en He mediante el ciclo CNO (en equilibrio).

Nuestro experimento numérico muestra que efectivamente pérdidas de masa similares a las observadas en tanto en V4334 Sgr, FG Sge como en estrellas [WCL], permiten la transformación de esta secuencia en una estrella PG1159 con una abundancia inusualmente alta de He. Como puede apreciarse en la figura 5.22, las abundancias superficiales empiezan a cambiar cuando el remanente posee una temperatura de  $\log T_{\text{ef}} \sim 4,6$ , esto es bastante antes de que la estrella

<sup>28</sup>i.e. previa a los pulsos térmicos y no durante los pulsos térmicos como en el escenario típico de pulso térmico tardío.

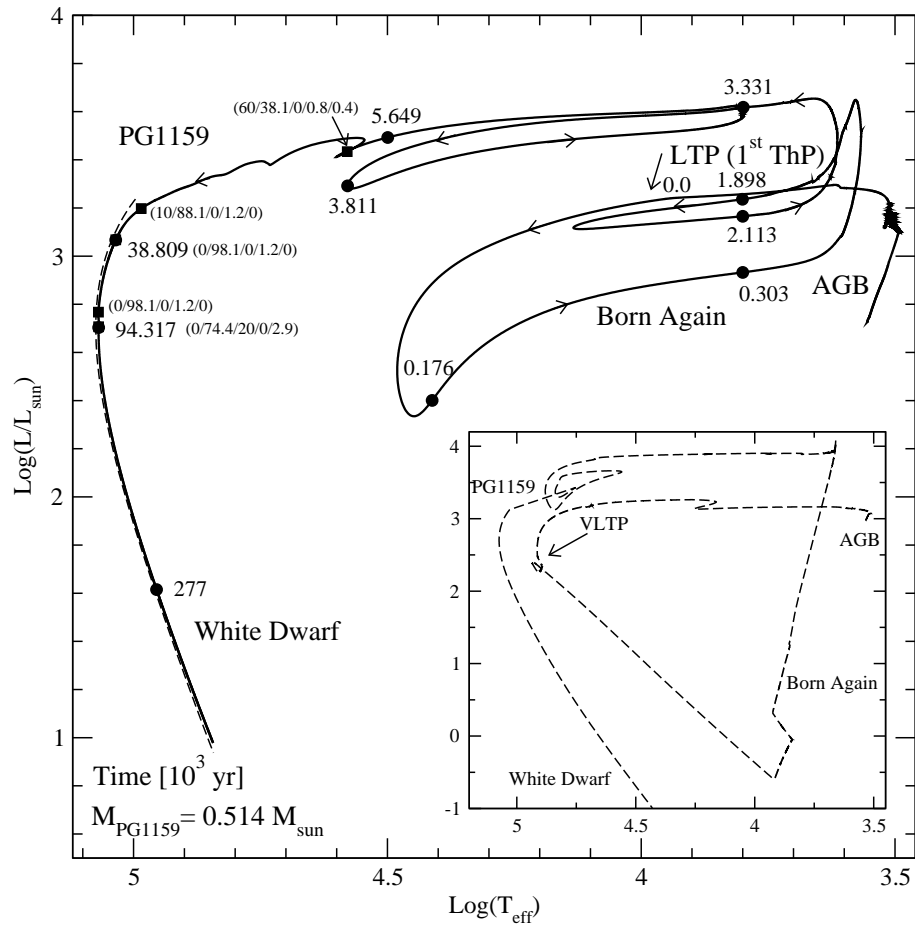


Figura 5.22: Diagrama HR de la secuencia y canal evolutivos que llevan a la formación de una estrella PG1159 con abundancia inusualmente alta de He. Esta secuencia experimenta su primer pulso térmico como un LTP. Los números al costado de los círculos completos y los cuadrados a lo largo del camino evolutivo dan, respectivamente, la edad en miles de años desde el momento del LTP y las abundancias superficiales en porcentaje de la masa ( $^1\text{H}/^4\text{He}/^{12}\text{C}/^{14}\text{N}/^{16}\text{O}$ ). En el cuadro interior se muestra el camino evolutivo de un episodio VLTP de masa similar, parte del cual se muestra con líneas de trazos en el cuadro principal.



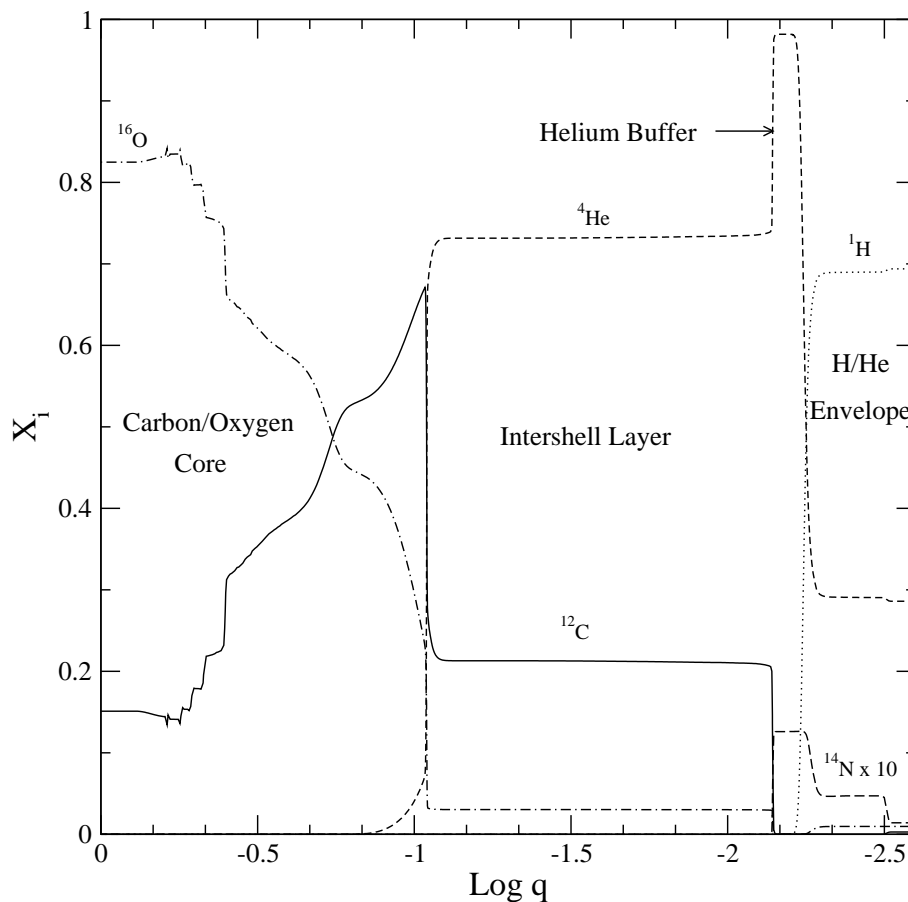


Figura 5.23: Composición química interna de la secuencia descrita en esta sección para un modelo correspondiente a unos 300 años luego de la ocurrencia del LTP. Nótese en particular la ubicación y delgadez (en la coordenada  $q := \log 1 - M_{\star} - m(r)/M_{\star}$ ) de la región de He puro, la cual juega un papel esencial en los cambios químicos presentados en esta sección

alcance la región de las estrellas PG1159. Desde este momento en adelante la pérdida de masa impuesta va dejando al descubierto regiones progresivamente más internas de la estratificación mostrada en la figura 5.23. Las abundancias químicas superficiales en algunos puntos relevantes de la evolución están dados en la figura 5.24. Unos 40 000 años después de comenzar los cambios en la química superficial, a  $\log T_{\text{ef}} \sim 5,03$ , los últimos vestigios de H en la superficie han desaparecido. A partir de este momento y durante los próximos 50 000 años la secuencia muestra abundancias superficiales típicas de la región de He casi puro;  $[\text{He}/\text{C}/\text{N}/\text{O}] = [0,98/0/0,012/0,03]$ . Es interesante observar que estas abundancias son muy similares a las de alguna de las estrellas de la tabla 5.8. Finalmente, cuando toda esta región es erosionada, la región rica en He, C y O queda al descubierto y la estrella posee abundancias similares a las de las estrellas PG1159 con alto contenido en He:  $[\text{He}/\text{C}/\text{N}/\text{O}] = [0,74/0,20/0/0,029]$ .

### 5.3.2. Comparación con las observaciones, posible camino evolutivo.

Un punto interesante, que surge al analizar las abundancias que sucesivamente aparecen en la superficie de nuestra secuencia, es que una vez que comienzan los cambios químicos la superficie no muestra simultáneamente una superficie rica en C y N. Esto muestra una diferencia importante con algunos de los objetos de baja masa indicados en la tabla 5.8 los cuales, por lo tanto, no pueden entenderse dentro de este contexto. Es interesante sin embargo destacar las abundancias de dos de estos objetos, LSE 263 y K1-27 los cuales poseen abundancias muy

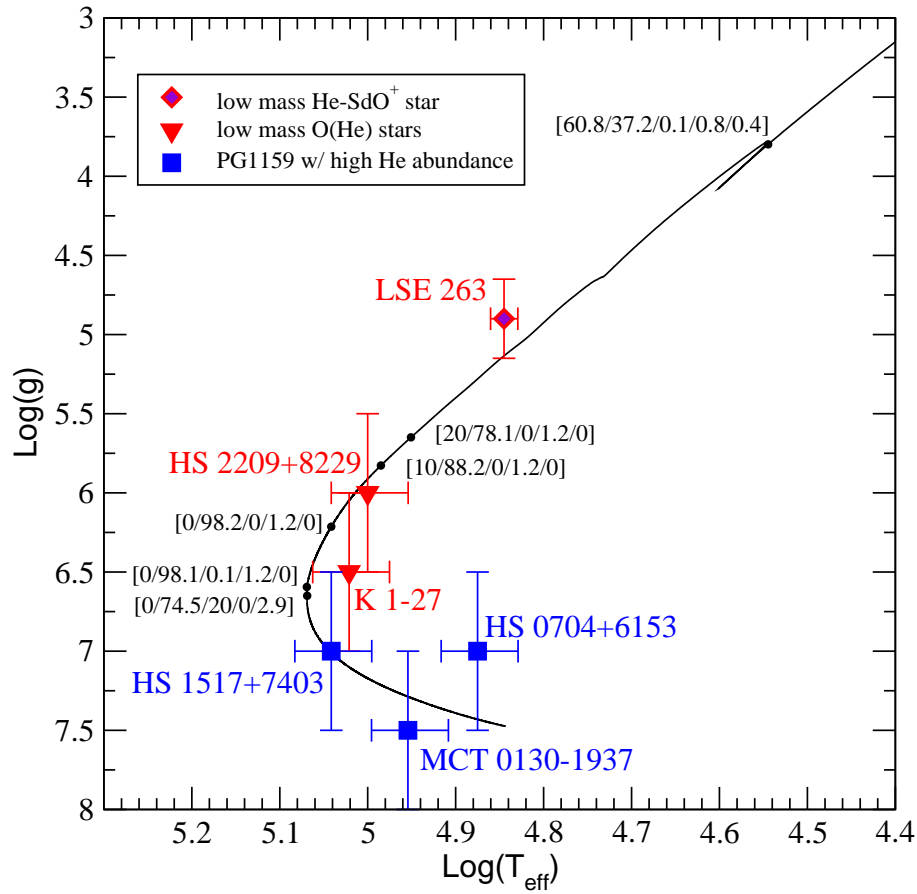


Figura 5.24: Evolución en el diagrama  $\log T_{\text{ef}} - \log g$  del experimento numérico presentado en esta sección para una secuencia de  $0,514M_{\odot}$ . Las abundancias superficiales  $[^1\text{H}/^4\text{He}/^{12}\text{C}/^{14}\text{N}/^{16}\text{O}]$  se muestran para algunas etapas (puntos negros). Se muestra además las predicciones observacionales para las estrellas O(He) de masa baja, las tres estrellas PG1159 enriquecidas en He y la estrella (tipo He-sdO<sup>+</sup>) LSE 263.

similares a las de la capa delgada de He casi puro que se observa en la figura 5.23. Aunque el momento exacto en el cual se producen los cambios químicos dependerán del valor exacto de la tasa de pérdida de masa adoptado, podemos intentar comparar la ubicación de la secuencia a medida que muestra diferentes abundancias superficiales con la de los objetos mencionados. El resultado es sugerente, tal como se lo muestra en la figura 5.24, ya que tanto las abundancias superficiales de estos objetos como su ubicación en el diagrama  $g - T_{\text{ef}}$  coinciden con la evolución de las abundancias químicas de nuestro experimento numérico<sup>29</sup>. En efecto, nuestra secuencia muestra abundancias similares a las de las estrellas O(He) y PG1159 justo en los momentos en que sus valores de  $T_{\text{ef}}$  y  $g$  coinciden aproximadamente con los de dichos objetos.

Un punto que vale la pena mencionar en este sentido es que HS 1517+7403 posee un contenido de He demasiado alto. En efecto, abundancias de He mayores a unos 0,75 en fracción de masa no surgen en la región entre capas durante la evolución AGB, ni siquiera luego del primer pulso térmico. En este sentido, uno podría a priori sospechar de la abundancia de He determinada espectroscópicamente, ya que las mismas están sujetas a numerosas incertezas. Sin embargo, cálculos no-adiabáticos realizados por Althaus et al. (2008) muestran que la abundancia de He de esta estrella debe ser superior a unos  $\sim 0,75$  (en fracción de masa) para que no existan

<sup>29</sup>Vale aquí notar que aunque LSE 263 está ubicada en una región donde nuestra secuencia aún muestra abundancias significativas de H, esto se solucionaría adoptado una pérdida de masa levemente mayor. En este sentido, debemos recalcar que las pérdidas de masa adoptadas no fueron elegidas para ajustar las observaciones, ya que las mismas se eligieron antes de haber siquiera sospechado este posible camino evolutivo.

modos exitados, tal como indican las observaciones. Por lo tanto, cálculos no adiabáticos de la excitación de las pulsaciones apoyan las abundancias determinadas espectroscópicamente. En este sentido, el hecho de que HS 1517+7403 se encuentre evolutivamente entre los objetos con superficies de He casi puro y las PG1159 enriquecidas en He, podría estar sugiriendo que las abundancias de HS 1517+7403 corresponden a las de la región de transición muy delgada entre la región de He casi puro y la región rica en He, C y O. Esto explicaría la extraña composición química de esta estrella.

Otra observación relevante para la posible validez de este escenario evolutivo corresponde a la edad post-AGB predicha para K1-27. Específicamente, nuestra secuencia predice una edad de  $\sim 30 - 60$  mil años para esta estrella a los valores observados de  $T_{\text{ef}}$  y  $g$ . Esta edad es un factor 3 – 5 veces más pequeña que la citada por Rauch et al. (1994), lo que aliviaría fuertemente la discrepancia entre su estado evolutivo y la edad de expansión de la nebulosa.

Como ya se ha dicho, los momentos exactos de los cambios químicos en este escenario dependerán de los valores exactos de la tasa de pérdida de masa en cada punto. Por ejemplo un cálculo adicional de la evolución de esta estrella adoptando una pérdida de masa 10 veces más pequeña durante la fase gigante ( $\log T_{\text{ef}} < 3,8$ ) muestra que en tal caso la secuencia hubiese permanecido con las abundancias superficiales iniciales (ricas en H y He) durante toda la evolución subsiguiente. Esto pone un valor límite a la pérdida de masa para la cual el presente escenario permite explicar las abundancias de las estrellas PG1159 ricas en He.

Finalmente, por completitud, vale la pena notar que secuencias que sufren su primer pulso térmico como un pulso térmico tardío pueden también experimentar eventos VLTP. En efecto, ese es el caso de la secuencia de  $0,515M_{\odot}$  utilizada en la sección 5.1, cuya evolución en el diagrama HR se muestra en el cuadro interior de la figura 5.22. Como puede observarse allí una vez alcanzada la etapa de estrellas PG1159 los caminos evolutivos de las secuencias post-LTP y post-VLTP se superponen. Al igual que en el caso LTP, las abundancias superficiales que surgen del VLTP son esencialmente las de la región entre capas de una estrella AGB en su primer pulso térmico, exactamente los valores son  $[\text{He}/^{12}\text{C}/^{16}\text{O}] = [0,74/0,16/0,03]$ . La diferencia en la abundancia de  $^{12}\text{C}$  en comparación con la secuencia LTP se debe a la quema de H que ocurre durante el VLTP. Debido a ésta, se forman grandes cantidades de  $^{14}\text{N}$  y  $^{13}\text{C}$ , las cuales surgen de la quema del  $^{12}\text{C}$  con el H proveniente de la envoltura durante el flash de H. El hecho de que ninguna de las estrellas PG1159 mencionadas en la tabla 5.8 posea  $^{14}\text{N}$  en su superficie descarta un posible origen VLTP para estas estrellas. En este sentido debe mencionarse que la ausencia de N en las estrellas PG1159 conocidas de menor masa parece sugerir que a bajas masas los eventos VLTP son menos comunes que los LTP. Esto último parece estar de acuerdo con la experiencia obtenida en nuestros experimentos numéricos que sugieren que para poder obtener un VLTP en estrellas de muy baja masa es necesario un ajuste fino muy delicado de la pérdida de masa.

### 5.3.3. Conclusión

El experimento numérico presentado en esta sección permite sugerir una posible explicación para la inusual abundancia superficial de las tres estrellas PG1159 con mayor contenido de He. En efecto, tanto sus abundancias superficiales como su ubicación en el diagrama  $T_{\text{ef}} - g$  pueden ser explicadas si se acepta que dichos objetos son el resultado de un LTP sufrido por una estrella de baja masa que abandona la AGB antes de haber experimentado su primer pulso térmico. En este escenario la deficiencia de H se alcanza por la erosión de las capas superficiales causadas por los vientos estelares, en especial por los fuertes vientos esperados durante el retorno a la AGB posterior al LTP. De ser así, este escenario predice que la estrella antes de alcanzar las abundancias ricas en He, C y O características del tipo espectral PG1159 atravesará una etapa en la cual muestre en su superficie abundancias típicas de las cenizas dejadas atrás por la quema del H mediante el ciclo CNO, He casi puro con un pequeño porcentaje en masa de N

(estrictamente  $[\text{He}/\text{N}]=[92,8/1,2]$ ). Llamativamente, estas abundancias son las mismas que las observadas en algunas estrellas O(He) y He-sdO<sup>+</sup> de baja masa ( $\sim 0,5M_{\odot}$ ) similares a las masas de las estrellas PG1159 mencionadas anteriormente. Sugestivamente nuestra secuencia muestra estas abundancias superficiales exactamente al atravesar las regiones del diagrama  $T_{\text{ef}}-g$  ocupada por estos objetos lo que es un fuerte indicio en favor de una posible conexión evolutiva.

Encontramos entonces que es posible explicar las abundancias observadas tanto en las estrellas PG1159 (HS 1517+7403, MCT 0130-1937, HS 0704+6153) como en las estrellas K1-27, LSE-263 como el resultado de un episodio LTP, correspondiente a una estrella de baja masa que abandona la AGB antes de sufrir su primer pulso térmico seguido de fuertes vientos en su retorno a la AGB. Dicho escenario además sugiere la siguiente conexión evolutiva:

$$\text{LSE} - 263 \rightarrow \left\{ \begin{array}{c} \text{HS2209} + 8229 \\ \text{K1} - 27 \end{array} \right\} \rightarrow \text{HS1517} + 7403 \rightarrow \left\{ \begin{array}{c} \text{MCT0130} - 1937 \\ \text{HS0704} + 6153 \end{array} \right\}.$$

Es necesario mencionar que la principal debilidad de este escenario proviene de la ausencia de una justificación para el incremento de la tasa de pérdida de masa utilizada. Dado que ninguna de las estrellas que se ajustan a este escenario parecen formar parte de sistemas binarios interactuantes, la posibilidad de que el incremento de la pérdida de masa provenga de este tipo de interacciones no parece muy posible. Existe la posibilidad, sin embargo, de que los incrementos en las tasas de pérdida de masa provengan de diferencias en las metalicidades originales de estas estrellas. Una posibilidad interesante para explicar los incrementos en las tasas de pérdida de masa sería una posible interacción de estas estrellas con compañeros subestelares, difíciles de detectar, durante las fases de expansión de la envoltura.

Más allá de estas especulaciones el principal resultado de este experimento es sugerir una posible explicación para la inusual abundancia superficial de de estas estrellas con deficientes en H con alto contenido de He, la cual requiere de encontrar algún mecanismo efectivo para incrementar las tasas de pérdida de masa durante un evento LTP.

## Capítulo 6

# Modelos de estrellas post-AGB deficientes en H y sus aplicaciones

Como se ha mencionado en la introducción, el escenario de estrellas AGB renacidas estudiado en el capítulo anterior es considerado como uno de los escenarios más atractivos para explicar la formación de estrellas post-AGB y enanas blancas deficientes en H. De este grupo de estrellas, las PG1159 son de particular interés para entender tanto la conexión entre las estrellas AGB y las enanas blancas deficientes en H como para comprender los procesos químicos (en especial los procesos lentos de captura de neutrones) que ocurren durante la TP-AGB, ya que se supone que la superficie de estas estrellas refleja de manera bastante fiel las abundancias de la región entrecapas de una estrella AGB. Utilizar las abundancias inferidas en estrellas PG1159 para aprender sobre los procesos que ocurren durante la TP-AGB requiere de la determinación de la masa de estas estrellas, ya que conocida ésta, es posible (utilizando la/una relación entre la masa inicial y final de una estrella; ver Salaris et al. 2009) relacionar dicho objeto con la evolución previa. Dado que solo 3 estrellas PG1159 se encuentran en sistemas binarios (PG 2131+066, NGC 246 y SDSS J212531.92; ver Nagel et al. 2006) y solo una de ellas forma parte de un sistema binario cercano que permita la determinación dinámica de masas (Schuh et al. 2009)<sup>1</sup>, los métodos dinámicos de determinación de masas no son muy útiles para el estudio de estas estrellas<sup>2</sup>. Las técnicas más difundida para determinar la masa de estos objetos consiste en comparar las determinaciones espectroscópicas de  $T_{\text{ef}}$  y  $g$  —provenientes del ajuste de modelos de atmósferas NLTE extremadamente sofisticados (ver Werner et al. (2003)— con la dependencia  $T_{\text{ef}} - g - M_{\star}$  que surge de los modelos de evolución estelar. Una segunda técnica para la determinación de las masas de estrellas PG1159 es la astrosismología. En efecto debido a que aproximadamente 1/3 de las estrellas PG1159 poseen variaciones multiperiodicas de luminosidad, es posible utilizar los espectros de períodos de estos objetos para determinar la masa de estas estrellas (como también sondear su estructura interna). Tanto las determinaciones espectroscópicas como astrosismológicas de masa, como así también la obtención de ajustes astrosismológicos precisos que arrojen luz sobre la estructura de estos objetos, requieren de la utilización de modelos detallados y apropiados de estrellas PG1159 (Dreizler y Heber 1998, Werner 2001). La ausencia en la literatura de una grilla de modelos apropiados para estrellas PG1159 que permita una interpretación adecuada de las observaciones tanto espectroscópicas como astrosismológicas de estas estrellas nos ha motivado a desarrollar tales modelos. Vale la pena aquí notar que es usual en los trabajos donde

---

<sup>1</sup>Por ejemplo en la binaria visual NGC 246 la proyección de la separación entre las componentes está estimada en  $\sim 1900$  UA (Bond y Ciardullo 1999), lo que se traduce en un período orbital mínimo de 70000 años. Esto hace imposible cualquier determinación dinámica de masas.

<sup>2</sup>A esto debe agregarse el hecho de que una estrella en un sistema binario cercano, como el de SDSS J212531.92, que permita la determinación dinámica de masas, difícilmente pudo haber experimentado una etapa TP-AGB normal. Vale, entonces, preguntarse si aún poseyendo este tipo de determinaciones éstas serían útiles para aquellas estrellas que no pertenecen a sistemas binarios cercanos.

se determinan masas espectroscópicas para estrellas PG1159 utilizar las relaciones  $T_{\text{ef}} - g - M_{\star}$  provenientes de simulaciones de estrellas post-AGB con un contenido normal de H, lo que puede ser fuente de grandes errores sistemáticos (Werner 2001). El objeto de este capítulo es entonces presentar secuencias de modelos de estrellas tipo PG1159 que involucran un cálculo detallado de toda su historia previa<sup>3</sup> para un amplio rango de masas iniciales y finales, y utilizarlos para determinar propiedades de estas estrellas.

## 6.1. Modelos de estrellas PG1159

Los modelos de estrellas aquí presentados están basados en un tratamiento consistente y completo de la evolución previa (a la etapa como estrellas PG1159) de estos objetos y de los procesos de mezcla y cambio químico que ocurren en su interior. Específicamente se calcularon secuencias evolutivas de modelos partiendo desde la ZAMS, con masas iniciales de 1; 1,8; 2,2; 2,5; 3,05; 3,5; 3,75 y  $5,5M_{\odot}$ , a través de las etapas de quema central del H, del He y luego de la TP-AGB donde ocurren fuertes pérdidas de masa, para finalmente seguir la evolución post-AGB y el episodio de pulso térmico tardío que lleva a la formación de una estrella PG1159. En la figura 6.1 se muestran los diagramas HR de algunas de estas secuencias evolutivas. En especial el episodio de pulso térmico tardío ha sido seguido en detalle tanto en el caso de los eventos VLTP, en los cuales se calculó cuidadosamente la quema casi completa del H de la estrella durante el flash de H (ver sección 5.1.3), como en el caso de los episodios LTP<sup>4</sup> en los cuales se siguió detalladamente el evento de dragado que lleva a la formación de una superficie deficiente en H. Los detalles de esta etapa ya han sido discutidos en el capítulo anterior.

Los tiempos de vida en cada una de las etapas previas a la TP-AGB, como también la masa final de cada remanente y el número de pulsos térmicos que experimentó durante la TP-AGB, ya han sido detallados en la tabla 2.1. Las tasas de pérdida de masa utilizadas en los cálculos han sido tomadas de Blöcker (1995a), aunque, en el caso de la pérdida de masa durante la fase de los “super-vientos” de la TP-AGB ésta ha sido reescalada arbitrariamente en un factor 0,2 para evitar pérdidas de masa irrealmente altas. Además la pérdida de masa durante la salida de la TP-AGB ha sido ajustada arbitrariamente para producir la ocurrencia de un pulso térmico tardío y apagada una vez que la estrella alcanza  $\log T_{\text{ef}} \sim 4$  luego de abandonar la AGB. Aunque la pérdida de masa en principio afectará la evolución durante la TP-AGB veremos más adelante que dicho cambio no es relevante para nuestro estudio. Salvo para la secuencia menos masiva ( $1M_{\odot}$ ), el resto de las secuencias experimentaron problemas numéricos de convergencia durante la salida de la AGB. Estos problemas fueron más severos cuanto mayor era la masa del remanente involucrado. La aparición de estos problemas de convergencia sobre el final de la AGB son un lugar común en los cálculos evolutivos de estrellas TP-AGB (ver por ejemplo Karakas 2006 y Kitsikis 2008) pero sus causas no son completamente entendidas. Una posible razón es que se deba a la ausencia de soluciones hidrostáticas, una de las hipótesis realizadas en el modelado, de las ecuaciones de evolución estelar tal como han sugerido Wood y Faulkner (1986) en una situación similar. Una de las maneras poco elegantes de evitar estos problemas es incrementar, durante el corto tiempo que dura la salida de la TP-AGB, el parámetro  $\alpha$  de la MLT durante la salida de la TP-AGB (i.e.  $\log T_{\text{eff}} \lesssim 3,6$ ). Esta receta completamente artificial y arbitraria no tiene ninguna importancia para la evolución posterior que es la que nos interesa particularmente en este trabajo, por lo que hemos adoptado este procedimiento para evitar los problemas de convergencia mencionados anteriormente. Una mención especial en lo que a problemas numéricos se refiere, merece nuestra secuencia de mayor masa ( $0,87M_{\odot}$ ). Esta secuencia experimentó varios problemas de convergencia durante la salida de la AGB y el retorno a la AGB posterior al VLTP tanto en la integración de la envoltura como de la atmósfera debido

<sup>3</sup>Incluyendo la evolución desde la ZAMS a través de la TP-AGB y el episodio de LTP/VLTP hasta la etapa como estrella PG1159.

<sup>4</sup>Solo se calcularon dos de estos eventos, para las secuencias de 2,2 y  $2,7 M_{\odot}$

a la altísima presión de radiación que caracteriza a las capas externas de este modelo (el cual se ubica cerca del límite de Eddington, ver figura 1.2). Esto último produce que la densidad del modelo hidrostático caiga casi a cero y que falle el método iterativo utilizado para resolver las ecuaciones de estructura y evolución. Para poder continuar con la evolución de este objeto hasta la etapa de interés, impusimos condiciones de borde artificiales durante la evolución hacia el rojo luego del VLTP (esta parte de la evolución es indicada con línea de puntos en la figura 6.1). Posteriormente se chequeó que dicha alteración no afecte la evolución posterior, en especial la ubicación de la secuencia en el diagrama  $T_{\text{ef}} - g$ . Esto se hizo imponiendo las mismas condiciones de borde artificiales al modelo de  $3,5M_{\odot}$  para el cual es posible calcular de manera correcta la expansión posterior al VLTP. Encontramos que afortunadamente el proceso anterior no afecta la evolución en la etapa de interés (PG1159).

Vale la pena mencionar que dado que nuestras secuencias post-VLTP poseen una abundancia de N significativamente mayor a la que surge en nuestras secuencias luego de un episodio LTP. Esto sugiere que el escenario propuesto por Werner et al. (1998), donde se sugiere que el N es un trazador de la historia previa inmediata de las estrellas PG1159, es correcto. En vistas de nuestros resultados, aquellas estrellas PG1159 que muestran N en su superficie debieran ser el resultado de un VLTP mientras aquellas en las que no se detecta N en su superficie serían el resultado de un LTP. En vistas de los comentarios de Werner (2001) que sugieren que la presencia de nebulosas planetarias alrededor de determinadas estrellas PG1159 es un claro indicador de un origen post-LTP de las estrellas, resultaría interesante analizar como correlacionan con la abundancia de N otras particularidades de estrellas PG1159, como la presencia de o no de nebulosas planetarias. Lamentablemente solo 9 estrellas poseen determinaciones espectroscópicas de la abundancia de N y por lo tanto se hace imposible realizar este análisis.

## 6.2. Relación $T_{\text{ef}} - g - M_{\star}$ de estrellas PG1159

En el capítulo anterior ya hemos discutido en detalle la evolución de las secuencias aquí presentadas durante los episodios de pulso térmico tardío (LTP/VLTP) por lo que aquí nos limitaremos a presentar los resultados para la etapa de PG1159.

La grilla de modelos aquí calculada corresponde a secuencias que han experimentado un VLTP cuando estaban entrando en la etapa de enana blanca por primera vez. Si bien las estrellas PG1159 pueden en principio provenir tanto de un evento VLTP como LTP, veremos más adelante (sección 6.2.4) que la relación  $T_{\text{ef}} - g - M_{\star}$  determinada en ambos casos es similar y por lo tanto es posible utilizar la relación  $T_{\text{ef}} - g - M_{\star}$  derivada en el caso VLTP para estrellas PG1159 que no muestren un contenido *visible* de  $\text{H}^{\beta}$ . La figura 6.1 muestra la evolución completa de las secuencias desde la ZAMS hasta la etapa como estrellas PG1159 donde puede apreciarse los lazos característicos del evento VLTP. Las abundancias resultantes para la etapa como estrella PG1159 ya han sido resumidos en la tabla 5.6. Es de especial interés para la determinación de una relación  $T_{\text{ef}} - g - M_{\star}$  correcta, el hecho de que nuestras secuencias reproduzcan en esta etapa el rango de abundancias químicas inferidas en estrellas PG1159. Cabe destacar que esto no es una predicción del modelado sino el resultado de haber ajustado el parámetro que da la mezcla más allá de los bordes convectivos formales,  $f$ , de manera conveniente a  $f = 0,016$  siguiendo a Herwig et al. (1999).

### 6.2.1. Localización global de las secuencias teóricas en el diagrama $T_{\text{ef}} - g$

En la figura 6.2 mostramos la ubicación de nuestras secuencias de estrellas PG1159 junto con los valores  $T_{\text{ef}} - g$  inferidos para estas estrellas. A su vez en la figura 6.3 se compara la ubicación de nuestros modelos con las dos grillas de modelos deficientes en H disponibles a la fecha; los modelos de Wood y Faulkner (1986) y de O'Brien y Kawaler (1998, tal como fueron presentados

<sup>5</sup>Por el contrario, veremos que si el contenido de H es demasiado alto, la relación en cuestión es alterada.

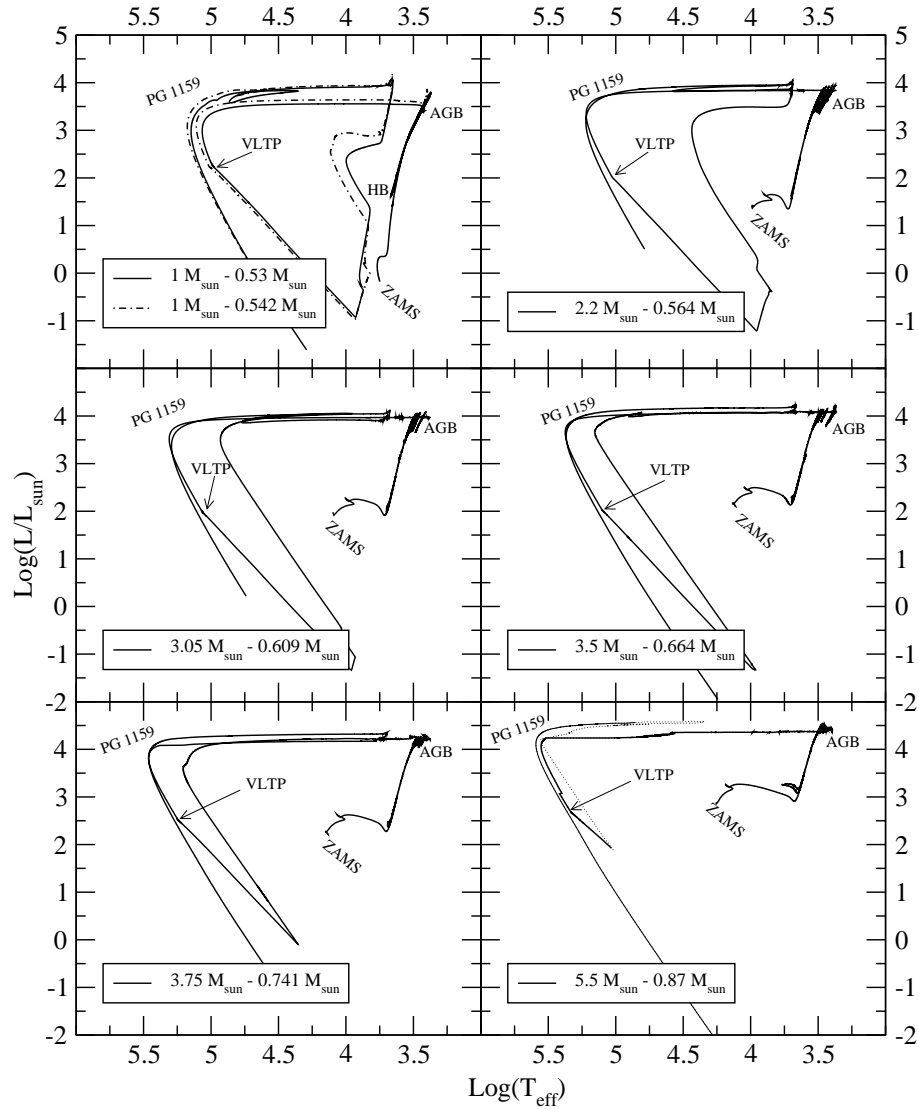


Figura 6.1: Diagramas HR mostrando la evolución desde la ZAMS hasta la etapa final como enanas blancas de algunas de las secuencias VLTP calculadas para esta tesis. En cada panel se indica la masa inicial y final de cada secuencia. La línea punteada en el caso de la secuencia de  $0,87M_{\odot}$  indica las etapas en las cuales se impusieron condiciones de borde completamente artificiales al solo fin de poder continuar el cálculo hasta la etapa de estrella PG1159.



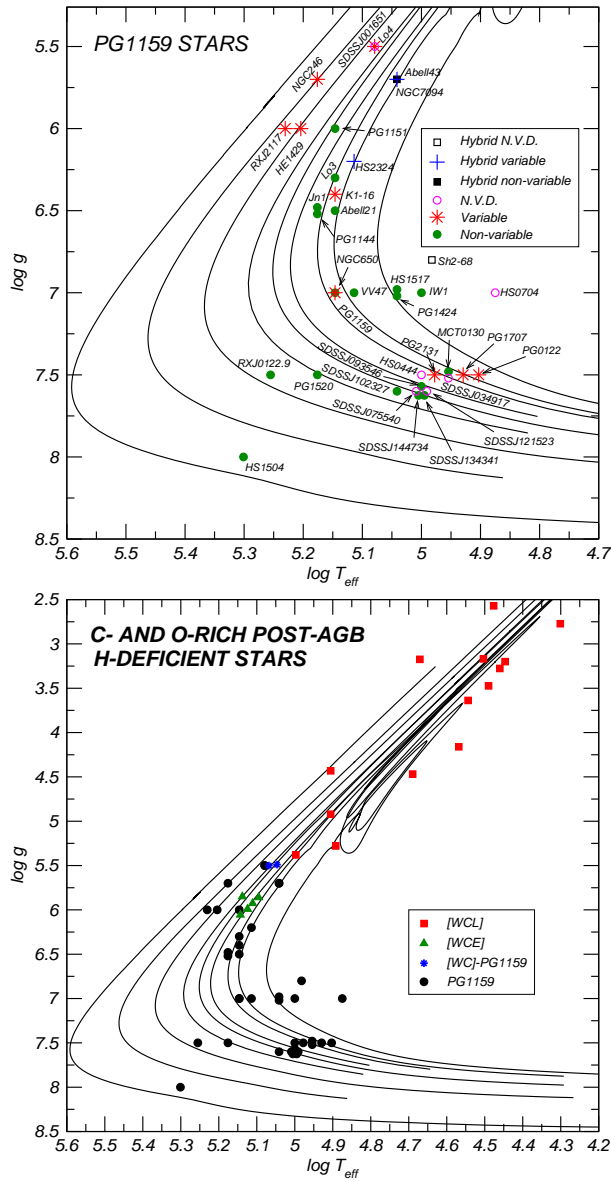


Figura 6.2: *Izquierda:* Ubicación de las estrellas PG1159 con valores de  $T_{\text{ef}} - g$  conocidos junto a las secuencias teóricas post-VLTP presentadas en esta tesis. *Derecha:* Similar al panel de la izquierda pero mostrando la ubicación de todas las clases de estrellas (supuestamente) post-AGB con altos contenidos de He, C y O.

en Dreizler y Heber 1998). De una inspección visual rápida de la figura 6.3 resulta evidente que las temperaturas de nuestras secuencias son significativamente mayores a las de Wood y Faulkner (1986) y O’Brien y Kawaler (1998). Esto se traducirá en una diferencia sistemática en las masas de las estrellas tal como pueden inferirse de la figura 6.2. Esta diferencia puede estimarse rápidamente mediante una inspección de la figura 6.3 y será de  $\sim 0,025M_{\odot}$  al comparar con las estimadas usando las relaciones de O’Brien y Kawaler (1998) y de  $\sim 0,04M_{\odot}$  al utilizar las relaciones de Wood y Faulkner (1986). Es interesante notar en la figura 6.2 la existencia

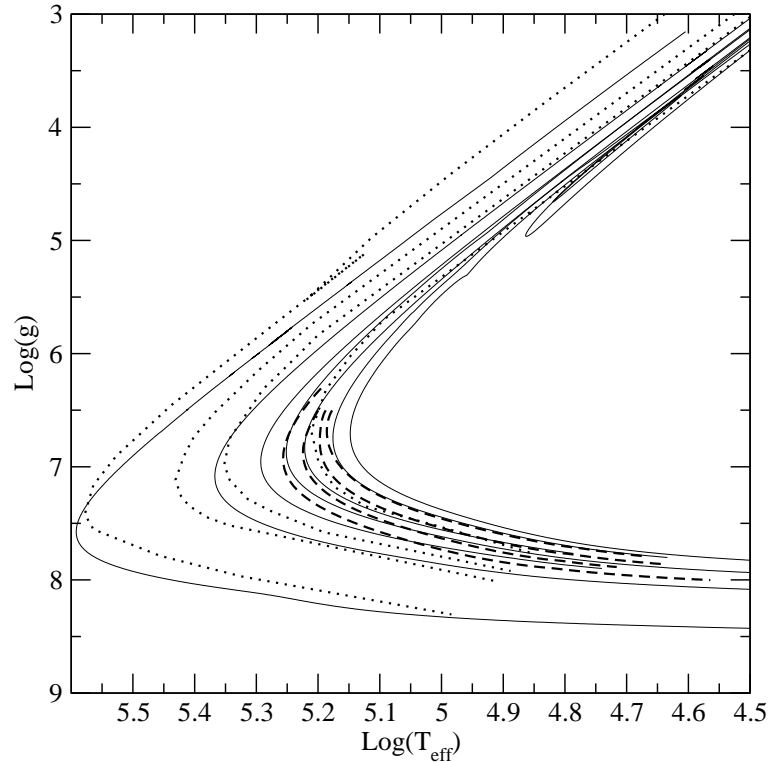


Figura 6.3: Comparación de algunas de las secuencias presentadas en esta tesis (líneas continuas; de izquierda a derecha  $0,87; 0,664; 0,609; 0,584; 0,565; 0,542; 0,53M_{\odot}$ ) con secuencias impulsadas por la quema de He de otros autores. Las líneas punteadas corresponden a las secuencias de Wood y Faulkner (1986) con pérdida de masa “tipo B” ( $0,87; 0,76; 0,7; 0,6M_{\odot}$ ) y las líneas de trazos indican las secuencias de O’Brien y Kawaler para estrellas tipo PG1159 ( $0,63; 0,6; 0,573; 0,55M_{\odot}$ ). Como puede apreciarse nuestras secuencias poseen temperaturas algo mayores que las de masa similar calculadas por otros autores.

de estrellas con temperaturas comparativamente demasiado bajas, las cuales indicarían masas  $M \lesssim 0,51M_{\odot}$  para varias estrellas PG1159. De ser así, esto podría tomarse como una indicación de que las relaciones teóricas aquí derivadas son demasiado “calientes”. Aunque es necesario notar que las incertezas en  $T_{\text{ef}}$  y  $g$  son demasiado grandes (especialmente en  $g$ , donde son típicamente de 0,5 dex) como para sacar conclusiones definitivas. En este sentido una buena validación de la relación  $T_{\text{ef}} - g - M_{\star}$  aquí derivada proviene de la comparación de nuestras secuencias con las pocas secuencias detalladas de modelos post-AGB deficientes en H disponibles en la literatura. Esta comparación se realiza a continuación.

### 6.2.2. Consistencia *externa* de la relación $T_{\text{ef}} - g - M$ obtenida

A fin de validar la relación obtenida en nuestros cálculos evolutivos, comparamos aquí nuestros resultados con las pocas secuencias evolutivas disponibles en la literatura que involucran al mismo tiempo un cálculo detallado del episodio de pulso térmico tardío que da lugar a la

formación de estrellas PG1159 y datos actualizados de la microfísica involucrada. Estas secuencias son la secuencia de  $0,604M_{\odot}$  presentada por Herwig (2005) y la secuencia de  $0,632M_{\odot}$  de Lawlor y Mac Donald (2006). La comparación con dichas secuencias se muestra en la figura 6.4.

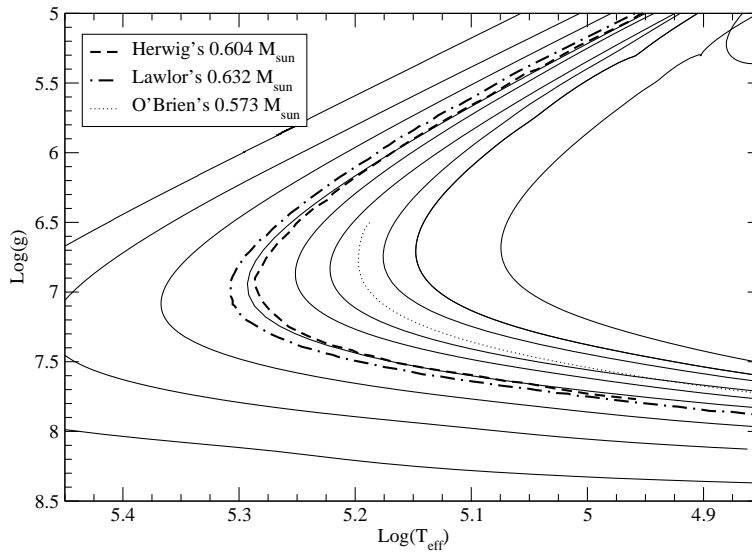


Figura 6.4: Comparación de las secuencias deficientes en H de Herwig (2005) y Lawlor y MacDonald (2006) con nuestras secuencias post-VLTP (líneas continuas; de izquierda a derecha  $0,87$ ;  $0,741$ ;  $0,664$ ;  $0,609$ ;  $0,584$ ;  $0,565$ ;  $0,542$ ;  $0,53$ ;  $0,515M_{\odot}$ ). Además se muestra por completitud la secuencia deficiente en H (pero que no atravesó un VLTP) derivada por O'Brien (2000). Nótese el buen acuerdo en la relación  $T_{\text{ef}} - g - M_{\star}$  derivada por los diferentes autores a pesar de las diferencias en el cálculo de las diferentes secuencias (ver texto).

Nótese, allí, que nuestros modelos muestran un buen acuerdo con las sendas evolutivas de ambos autores a pesar de las diferencias tanto numéricas como de la física incorporada y en la historia previa consideradas por los diferentes autores. Por ejemplo, los modelos de Lawlor y Mac Donald (2006), a diferencia de los aquí presentados, no incluyen ningún tipo de mezcla extra más allá de los bordes convectivos formales y por lo tanto poseen abundancias de O menores en su superficie. Por otro lado la secuencia de Herwig (2005) posee una masa similar a la de nuestra secuencia de  $0,609M_{\odot}$  pero proviene de un progenitor significativamente menos masivo — $2M_{\odot}$ , mientras nuestra secuencia de  $0,609M_{\odot}$  proviene de un progenitor de  $\sim 3M_{\odot}$ . Adicionalmente, las ecuaciones de estado usadas por los tres trabajos (Herwig 2005, Lawlor y MacDonald 2006 y el aquí presentado) son diferentes en todos los casos. A pesar de esas diferencias el acuerdo entre las relaciones  $T_{\text{ef}} - g - M$  puede considerarse bueno, y ciertamente es muchísimo mejor que al comparar nuestras secuencias con los modelos “antiguos” de la figura 6.3. Una forma cuantitativa de ver qué tan bueno es el acuerdo entre nuestra relación  $T_{\text{ef}} - g - M$  y la de estos dos autores, es calcular una “masa inferida” para cada una de las dos secuencias mediante la comparación de su ubicación relativa a nuestra grilla de modelos, y comparar dicho valor con la masa real de cada secuencia. Esto nos dirá en cuanto diferirían las masas espectroscópicas inferidas mediante la adopción de unos u otros modelos<sup>6</sup> y por lo tanto que tan confiables son nuestras determinaciones. Las “masas inferidas” resultan de  $0,611M_{\odot}$  para la secuencia de Herwig (2005, de masa real  $0,604M_{\odot}$ ) y de  $0,623M_{\odot}$  para la secuencia de Lawlor y Mac Donald (2006, de masa real  $0,632M_{\odot}$ ). De manera que las pequeñas diferencias entre los diferentes autores introducirían incertezas en las masas espectroscópicas derivadas de menos de  $0,01M_{\odot}$ , un valor muy inferior a las incertezas que surgen de las determinaciones espectroscópicas de estrellas PG1159.

<sup>6</sup>Nótese que, sin embargo, tanto Herwig (2005) como Lawlor y Mac Donald (2006) no presentan una grilla completa de modelos que permita determinar masa espectroscópicas.

Concluimos entonces que la relación  $T_{\text{ef}} -g-M$  obtenida en este trabajo es completamente consistente con las resultantes de los otros 2 trabajos que han realizado un cálculo detallado de la formación de estrellas PG1159. En vistas de esto procederemos a determinar nuevas masas espectroscópicas para las estrellas PG1159 conocidas.

### 6.2.3. Nuevas masas espectroscópicas de estrellas PG1159

Utilizando las nuevas secuencias calculadas en este trabajo, es posible determinar la relación  $T_{\text{ef}} -g-M$  teórica de estrellas PG1159. Dicha relación se muestra en la figura 6.5. Una vez determinada la superficie teórica en el espacio  $T_{\text{ef}} -g-M$  hemos calculado, para cada uno de los valores de  $T_{\text{ef}} -g$  de estrellas PG1159 recopilados por Werner y Herwig (2006), el valor de la masa espectroscópica correspondiente. Para hacerlo hemos adoptado una interpolación lineal entre puntos especialmente elegidos a lo largo de los caminos evolutivos teóricos (correspondientes a las intersecciones en la figura 6.5). La ubicación inferida para cada estrella PG1159 en el plano  $T_{\text{ef}} -g-M$  se indica en la figura 6.5 con un cuadrado negro. Las masas espectroscópicas resultantes se detallan en la tabla 6.1, donde por comparación se agregan las masas espectroscópicas determinadas por Werner y Herwig (2006) mediante la utilización de secuencias teóricas ricas en H (y antiguas). Tal como había sido sugerido por Dreizler y Heber (1998), y luego enfatizado por Werner (2001), la utilización de secuencias teóricas ricas en H parece ser la fuente de un error sistemático importante (7,5 % en promedio) en la determinación de masas espectroscópicas de estrellas PG1159. Debe notarse que aunque un 7,5 % no parece ser una cantidad muy grande es un valor demasiado alto si se pretende utilizar las determinaciones espectroscópicas de abundancias en estrellas PG1159 para aprender de la nucleosíntesis que ocurre en la TP-AGB. En efecto, para este uso es necesario conocer la masa final (es decir la masa de la estrella PG1159) con muy alta precisión ya que pequeños cambios en la masa final se traducen en un desconocimiento mucho mayor de la masa inicial y por lo tanto de la nucleosíntesis en la TP-AGB —ver por ejemplo Salaris et al. 2009 para una reciente determinación y estudio de la relación entre masas iniciales y finales.

Es interesante notar que las nuevas determinaciones de masas espectroscópicas entran en conflicto con las masas determinadas mediante técnicas astrosismológicas. Mientras que las masas espectroscópicas derivadas en base a modelos ricos en H mostraban un acuerdo dentro del 5 % (i.e.  $\sim 0,03M_{\odot}$ ) con las inferencias astrosismológicas (Werner y Herwig 2006), los valores presentados en la tabla 6.1 son *sistemáticamente* más bajos que los de sus contrapartes astrosismológicas. Más precisamente al comparar la tabla 3 de Werner y Herwig con la tabla 6.1 vemos que las masas derivadas espectroscópicamente son generalmente un 10 % más bajas que las derivadas astrosismológicamente, excepto en el caso de la estrella PG1159 más caliente (RX J2117.1+3412) cuya masa espectroscópica es un 20 % más grande que la astrosismológica. La diferencia en las masas obtenidas mediante diferentes métodos es una clara indicación de la existencia de incertezas en los métodos de determinación de masa en estrellas PG1150.

### 6.2.4. Robustez de la relación $T_{\text{ef}} -g-M$ teórica

Como se mencionó más arriba, la existencia de discrepancias significativas y *sistemáticas* en las masas determinadas espectroscópicamente es un claro indicador de la existencia de incertezas en los métodos de determinación de masas. Dicha discrepancia surge al utilizar las nuevas relaciones  $T_{\text{ef}} -g-M$  provenientes del cálculo detallado de la evolución previa, ya que dicha discrepancia no existía cuando se utilizaban las relaciones  $T_{\text{ef}} -g-M$  provenientes de secuencias en H.

En este contexto, Werner y Herwig (2006), han recientemente comparado secuencias viejas (como las presentadas por Blöcker 1995<sup>7</sup>) y nuevas (como las indicadas en la figura 6.4) y llegado a la conclusión de que las diferencias en las ubicaciones de secuencias “nuevas” respecto de las

<sup>7</sup>Que son las que han sido utilizadas para derivar la primera columna de la tabla 6.1.

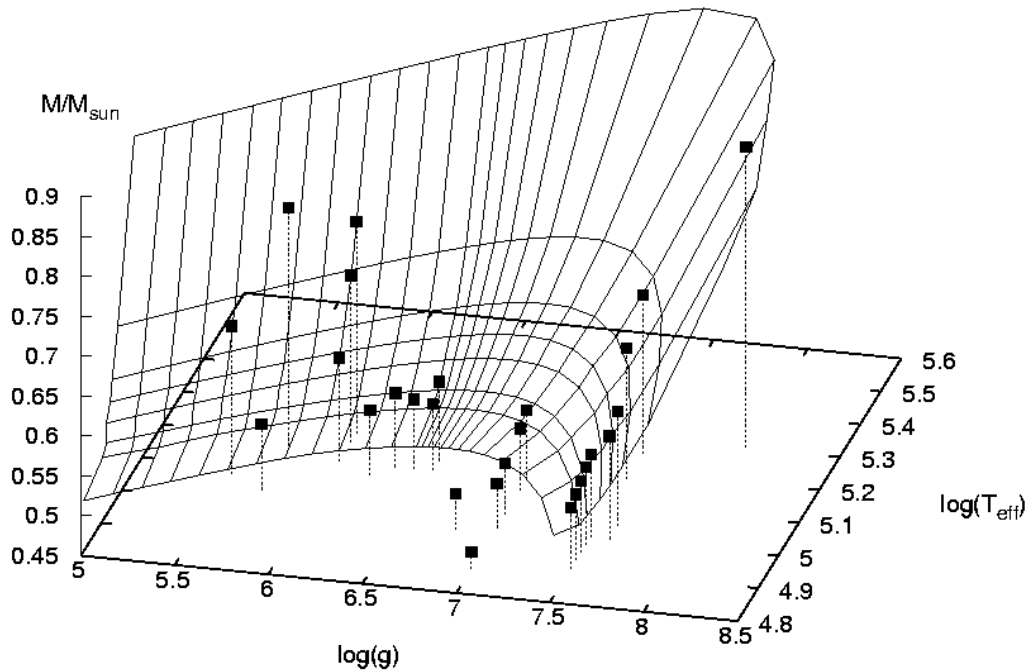


Figura 6.5: Ubicación de las secuencias teóricas en el espacio  $g$ - $T_{\text{eff}}$ - $M$ . Los cuadrados negros muestran la ubicación derivada para las estrellas PG1159 reales al adoptar las determinaciones espectroscópicas de  $T_{\text{eff}}$ - $g$  recolectadas por Werner & Herwig (2006).

“viejas” se debe a diferencias significativas en el tratamiento de la evolución previa en la TP-AGB. Más específicamente Werner y Herwig (2006) sugieren que diferencias en el tratamiento de las pérdidas de masa y procesos de dragado durante la TP-AGB juegan un papel muy fuerte en la determinación de la ubicación de una secuencia (de masa dada) en el diagrama  $T_{\text{eff}}$ - $g$ . El argumento central de esta idea es que, como ha sido demostrado por Herwig et al. (1998), episodios de dragado fuertes durante la TP-AGB alteran la masa del núcleo libre de H sin alterar la evolución del radio de dicho núcleo. Consecuentemente la relación masa-radio de los remanentes dependerá de la evolución previa en la TP-AGB y, si aceptamos la “predicción” de las relaciones de homología para capas ( $L_{\text{capa}} \sim M_{\text{nuc}}^2 R_{\text{nuc}}^{-1}$ ; para objetos con  $M_{\text{nuc}} \lesssim 0,8M_{\odot}$ , Herwig et al. 1998), entonces las sendas evolutivas post-AGB de las secuencias se verían alteradas considerablemente. Además Werner y Herwig (2006) mencionan que la pérdida de masa en la TP-AGB puede producir un efecto similar ya que remanentes de masa similar podrían surgir con grados muy diferentes de degeneración dependiendo de la pérdida de masa en la evolución previa. De ser esto así, la diferencia entre los dos conjuntos de masas enumeradas en la tabla 6.1 sería solo la consecuencia de un modelado distinto de la fase TP-AGB y no de la utilización de modelos más apropiados, por lo que sería imposible decidir si se trata de una mejora en la estimación. Peor aún, tanto las pérdidas de masa como los episodios de dragado en la TP-AGB (que dependen fuertemente del parámetro de mezcla extra  $f$ ) no son procesos aún bien entendidos. Por lo tanto, si esto fuese así, la ubicación de las sendas evolutivas de los modelos teóricos en el diagrama  $T_{\text{eff}}$ - $g$  sería altamente incierta y por lo tanto las masas determinadas espectroscópicamente serían fuertemente dependientes del modelo adoptado e inciertas.

Sin embargo, a pesar de estas afirmaciones, Werner y Herwig (2006) no presentaron ninguna estimación o cálculo de la importancia de estos efectos. Esto nos ha motivado a analizar hasta que punto estos factores determinan la ubicación de las secuencias en el diagrama  $T_{\text{eff}}$ - $g$ . En lo

Estrella	Masa Previa (Werner y Herwig 2006)	Masa Nueva (esta tesis)	$\Delta M$
H 1504+65	0,89	0,83	-0,06
RX J0122.9-7521	0,72	0,65	-0,07
RX J2117.1+3412	0,70	0,72	0,02
HE 1429-1209	0,67	0,66	-0,01
PG 1520+525	0,67	0,61	-0,06
PG 1144+005	0,60	0,55	-0,05
Jn 1	0,60	0,55	-0,05
NGC 246	0,72	0,75	0,03
PG 1159-035	0,60	0,54	-0,06
NGC 650	0,60	0,54	-0,06
Abell 21=Ym29	0,58	0,53	-0,05
K 1-16	0,58	0,54	-0,04
Longmore 3	0,59	0,54	-0,05
PG 1151-029	0,60	0,58	-0,02
VV 47	0,59	0,53	-0,06
HS 2324+3944	0,58	0,53	-0,05
Longmore 4	0,65	0,63	-0,02
SDSS J001651.42	0,65	0,63	-0,02
SDSS J102327.41	0,65	0,59	-0,06
PG 1424+535	0,57	0,51	-0,06
HS 1517+7403	0,57	0,51	-0,06
Abell 43	0,59	0,53	-0,06
NGC 7094	0,59	0,53	-0,06
SDSS J075540.94	0,62	0,58	-0,04
SDSS J144734.12	0,62	0,58	-0,04
SDSS J134341.88	0,62	0,58	-0,04
SDSS J093546.53	0,62	0,58	-0,04
SDSS J121523.09	0,62	0,58	-0,04
HS 0444+0453	0,59	0,55	-0,04
IW 1	0,56	0,50*	-0,06
Sh 2-68	0,55	0,50*	-0,06
PG 2131+066	0,58	0,55	-0,03
MCT 0130-1937	0,60	0,54	-0,06
SDSS J034917.41	0,60	0,54	-0,06
PG 1707+427	0,59	0,53	-0,06
PG 0122+200	0,58	0,53	-0,05
HS 0704+6153	0,51	0,47*	-0,04

Tabla 6.1: Masas derivadas en base a las nuevas secuencias teóricas y los valores  $T_{\text{ef}}$  y  $g$  recopilados por Werner y Herwig (2006). Las masas previas están basadas en la comparación con secuencias post-AGB teóricas ricas en H. Los asteriscos indican masas obtenidas por extrapolación fuera de la región de  $T_{\text{ef}}$  y  $g$  ocupadas por nuestras secuencias teóricas y por lo tanto menos confiables.

que sigue investigamos como las incertezas detrás del cálculo de modelos de estrellas PG1159 afecta la relación teórica  $T_{\text{ef}}-g-M$  y las masas espectroscópicas determinadas a partir de ella. Complementariamente intentaremos determinar las causas que fijan la ubicación en el diagrama  $T_{\text{ef}}-g$  de las secuencias post-AGB.

### Influencia de la evolución previa

Como fue mencionado más arriba, cambios en la tasa de pérdida de masa afectará la duración de la fase TP-AGB y llevará a remanentes con diferentes relaciones masa-luminosidad y grados de degeneración. A su vez la relación masa inicial-masa final también será afectada por diferencias en las pérdidas de masa en la AGB. Alterando la intensidad de la pérdida de masa en esa etapa es posible construir remanentes con la misma masa (i.e. la masa final) pero masas iniciales muy diferentes, y por lo tanto, muy diferentes historias evolutivas previas (por ejemplo que hayan o no hayan sufrido el flash en el núcleo de He al comienzo de la quema central del He). Estos puntos serán estudiados a continuación. Luego de esto estudiaremos los posibles efectos de los procesos de dragado durante la TP-AGB, que es el otro efecto mencionado por Werner y Herwig (2006) como una posible causa de cambios en las temperaturas y gravedades superficiales de secuencias post-AGB. El principal efecto de estos procesos de dragado es la de alterar la relación entre las masas iniciales y masas finales. Fuertes procesos de dragado durante la TP-AGB evitan el aumento de la masa del núcleo libre de H y, consecuentemente, lleva a la formación de remanentes con masas finales mas pequeñas (que en ausencia de dichos procesos de dragado). Para estudiar el efecto de los eventos de dragado en la TP-AGB y desacoplar su estudio de los efectos de la pérdida de masa, aquí nos concentraremos en estudiar secuencias que posean todas la misma duración de su fase TP-AGB. Finalmente realizaremos un estudio apuntado a clarificar las razones de las diferencias de las relaciones  $T_{\text{ef}} - g - M$  derivadas en este trabajo de las derivadas por Blöcker (1995a,b) y a estudiar un caso extremo en el que no se ha incluido ningún fenómeno de mezcla extra más allá de los bordes convectivos formales. En todos los cálculos presentados en esta sección, la pérdida de masa durante la salida de la TP-AGB fue sintonizada para obtener un VLTP y composiciones superficiales deficientes en H.

Durante estos estudios, para cuantificar los cambios en la relación  $T_{\text{ef}} - g - M$  introducidos al variar cada uno de los parámetros, consideraremos como estándar las grilla de modelos presentada en la sección anterior. Estas secuencias estándar, como ya se ha dicho, han sido calculadas adoptando la existencia de mezcla más allá de los bordes convectivos con un parámetro  $f = 0,016$  y una pérdida de masa durante la TP-AGB elegida como 0,2 veces el valor sugerido por Blöcker (1995a). Para cuantificar el cambio en las masas espectroscópicas que introducirían las variaciones en los ingredientes del modelado (por ejemplo la tasa de pérdida de masa y  $f$ )<sup>8</sup>, lo que hacemos es estimar un valor de masa para cada secuencia a partir de su ubicación relativa en el plano  $T_{\text{ef}} - g$  a las secuencias estándar. Este valor es el valor mencionado como “masa derivada por comparación” en la tabla. La diferencia entre este valor y la masa real de la secuencia calculada da el cambio, en las masas espectroscópicas, que sería esperable si diferentes suposiciones físicas (por ejemplo mayores valores de  $f$  o de la pérdida de masa) fuesen utilizadas en la construcción de la grilla de modelos.

**Efecto sobre  $T_{\text{ef}} - g - M$  de diferentes tiempos de vida en la TP-AGB (i.e. diferentes tasas de pérdida de masa)** Como fuera afirmado por Werner y Herwig (2006), para un núcleo de masa similar, un remanente que pase más tiempo en la TP-AGB terminará como un núcleo más degenerado y compacto. Como consecuencia, diferentes recetas para la pérdida de masa en la TP-AGB pueden llevar a remanentes con núcleos de la misma masa pero diferente radio y, en virtud de las relaciones de homología para capas —las cuales “predicen que  $L_{\text{capa}} \sim M_{\text{nuc}}^2 R_{\text{nuc}}^{-1}$ ; para objetos con  $M_{\text{nuc}} \lesssim 0,8 M_{\odot}$ , Herwig et al. 1998 —, diferentes luminosidades. Estas afirmaciones están apoyadas por el trabajo de Herwig et al. (1998) quienes muestran que debido a la contracción continua del núcleo libre de H durante la TP-AGB, la luminosidad durante la fase TP-AGB continúa creciendo a pesar de que la masa del núcleo libre de H ha dejado de aumentar como consecuencia de fuertes episodios de dragado durante los pulsos térmicos. Adicionalmente,

<sup>8</sup>El cambio en las masas espectroscópicas surge del cambio que la alteración de los ingredientes produce sobre la ubicación en  $T_{\text{ef}}$  y  $g$  de una secuencia de masa dada.

Blöcker (1995b) ya ha mostrado que un remanente más compacto es más luminoso que uno menos compacto de masa similar. Para analizar el posible cambio en  $T_{\text{ef}}-g$  de secuencias post-AGB deficientes en H debido a las incertezas en la pérdida de masa durante la TP-AGB —y, por lo tanto, diferentes duraciones de la TP-AGB— hemos calculados secuencias completamente evolutivas de tres secuencias con las mismas prescripciones que las estándar, pero alterando la pérdida de masa durante la TP-AGB con el fin de obtener diferentes duraciones de esta etapa. Estas secuencias son: NALT en la cual consideramos una tasa de pérdida de masa normal; SALT con una duración más corta de la TP-AGB; y LALT con una duración más larga de la TP-AGB. Todas estas secuencias provienen de la misma evolución antes de la TP-AGB y corresponden a un mismo modelo inicial de  $3M_{\odot}$  en la ZAMS. Mientras la secuencia NALT atravesó 12 pulsos térmicos, las secuencias SALT y LALT experimentaron 6 y 18 pulsos térmicos, respectivamente. La secuencia SALT (LALT) posee una AGB con una duración 2 veces más corta (1,5 veces más larga) que la secuencia NALT. Por lo tanto, las secuencias aquí consideradas tienen en cuenta posibles incertezas en la duración de la TP-AGB de más de un factor tres. Esto es más de lo que podría esperarse de las incertezas en la pérdida de masa (Kitsikis y Weiss 2007). Debido a la alta eficiencia de los episodios de dragado durante los últimos pulsos térmicos, la masa final de estas tres secuencias es muy similar —pues el núcleo libre de H no crece significativamente durante los últimos pulsos térmicos— tal como se puede apreciar en la tabla 6.2, permitiendo una comparación muy directa del efecto de la duración de la TP-AGB sobre la relación  $T_{\text{ef}}-g-M$ . Vale la pena recordar que todas estas secuencias han sido seguidas a través de un pulso térmico post-AGB adicional (VLTP) donde la envoltura rica en H es quemada.

Secuencia	Masa Final	Masa derivada por comparación
NALT	0,607	0,612
LALT	0,6035	0,614
SALT	0,6033	0,598
2,2MSALT	0,5157	0,524
TPA008	0,617	0,621
TPA004	0,633	0,637
$3M_{\odot}$ w/NOV	0,626	0,623

Tabla 6.2: Valor de las masas finales de las secuencias, con evolución previa no estandar, presentadas en esta sección comparadas a las masas que surgen por comparación de los valores  $T_{\text{ef}}-g$  de estas secuencias con la relación  $T_{\text{ef}}-g-M$  de las secuencias estandar. Las masas estelares estan dadas en  $M_{\odot}$ , ver el texto para una definición de estas secuencias.

Parcialmente, en acuerdo con los resultados de Blöcker (1995b), encontramos un desplazamiento en la relación  $T_{\text{ef}}-g-M$  como consecuencia de las diferentes duraciones de la TP-AGB. Sin embargo en nuestro caso el efecto no es muy importante. Al comparar las secuencias SALT y LALT, ambas con la misma masa final vemos que un factor 3 en la duración de la TP-AGB solo produce un desplazamiento máximo de 0,03 dex en  $\log T_{\text{ef}}$ . Una duración un factor dos más corta de la TP-AGB lleva a secuencias evolutivas mas frías que implicarían valores  $0,015M_{\odot}$  más grandes para las masas espectroscópicas. Vale la pena notar que las sendas evolutivas de las secuencias NALT y LALT son casi idénticas a pesar de la diferencia en las duraciones de la TP-AGB de un 50 %. Parece que, mientras un recorte en un factor 2 en la duración de la TP-AGB produce cambios en la ubicación  $T_{\text{ef}}-g$  de secuencias post-VLTP, su alargamiento no produce efectos apreciables. Para entender ésto mostramos en la figura 6.6 la relación masa-radio tanto del núcleo libre de H (HFC) como del núcleo libre de He (HeFC)<sup>9</sup>. Como puede apreciarse, la evolución del HFC esta en acuerdo con aquella presentada por Herwig et al. (1998), quienes han

<sup>9</sup>Definidos como aquella región del interior del modelo donde la fracción de masa de H o He es menor a  $10^{-3}$ .



mostrado que el HFC continúa su contracción aún cuando el crecimiento de la masa del HFC es frenado por fuertes episodios de dragado en la TP-AGB. Debido a que este comportamiento esta en la esencia del argumento de Werner y Herwig (2006), es necesario tener presente las siguientes consideraciones. Primero el radio al momento del VLTP no sigue la tendencia que mostraba durante la TP-AGB. Esto es el resultado de la compresión acelerada de la región entre las capas quemadoras (de H y He) causada por la disminución de la intensidad de la capa quemadora de H cuando la estrella se acerca a la región de enfriamiento de las enanas blancas. Segundo, y más importante, en las secuencias post-VLTP es la quema de He la que proporciona la luminosidad de la estrella, y consecuentemente, si se han de utilizar relaciones de homología para comprender los cambios en las secuencias post-VLTP, los valores relevantes a ser analizados son *la masa y radio* del HeFC —y no del HFC como suponen Werner y Herwig (2006). Nótese que el HeFC (figura 6.6) parece converger en el diagrama masa-radio del núcleo más rápido que el HFC. De hecho, mientras en todas las secuencias graficadas en la figura 6.6 el radio del HFC se hace menor con cada pulso térmico, el HeFC parece haber finalizado esa compresión luego de  $\sim 10$  pulsos térmicos. Esto ayuda a entender porque no hay casi diferencias entre las secuencias NALT y LALT. Los 6 pulsos térmicos “de más” de la secuencia LALT no introducen cambios significativos en la relación masa-radio del HeFC y por lo tanto, de acuerdo a las relaciones de homología para capas, su luminosidad durante la etapa post-AGB debiera ser similar.

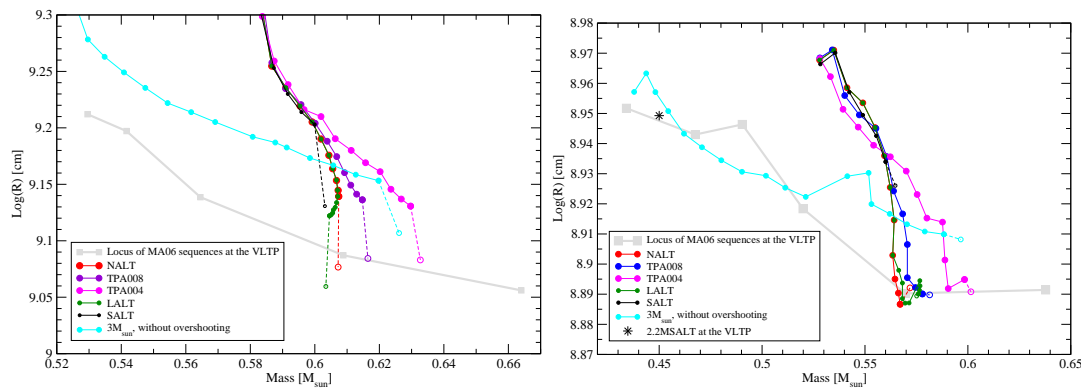


Figura 6.6: *Izquierda:* Evolución del núcleo libre de H durante la TP-AGB (círculos cerrados y línea continua) y en el VLTP (círculo abierto y línea de trazos) para algunas secuencias mencionadas en esta sección. Se muestra, también, la ubicación de los modelos estándar al momento del VLTP (línea gris gruesa). Nótese como el apagado de la capa que quema H luego de la salida de la TP-AGB lleva a una compresión apreciable del núcleo libre de H al momento del VLTP. *Derecha:* Similar al panel izquierdo pero para el núcleo libre de He. Nótese aquí que el HeFC parece converger rápidamente a la ubicación ocupada por las secuencias estándar luego de no muchos pulsos térmicos.

Como ya fue mencionado, diferentes pérdidas de masa pueden también alterar la relación masa inicial- masa final de los modelos, produciendo remanentes de iguales masas finales pero con historias previas muy diferentes. En este sentido hemos calculado la evolución de una secuencia de inicialmente  $2,2 M_{\odot}$  con una pérdida de masa extremadamente alta (2,2MSALT). Como resultado, esta secuencia atraviesa solo 5 pulsos térmicos en la AGB —compárese con los 15 pulsos en la AGB que sufre la secuencia estándar de  $2,2M_{\odot}$  iniciales. La masa final de este remanente es de  $0,516M_{\odot}$  mucho menor a los  $0,565M_{\odot}$  de la secuencia estándar de igual masa inicial. La senda evolutiva de esta secuencia en el diagrama  $T_{\text{ef}} - g$ , junto a las de las otras secuencias discutidas en este trabajo, se muestra en la figura 6.7. Nótese que la secuencia 2,2MSALT es más luminosa y caliente que la secuencia estándar de masa similar (la secuencia de  $0,514M_{\odot}$ ). Nótese que aún en este caso el cambio en la relación  $T_{\text{ef}} - g - M$  implicaría apenas un decrecimiento de  $\sim 0,01M_{\odot}$  en las masas espectroscópicas. Esta diferencia es inesperadamente pequeña en vistas del hecho de que ambas secuencias poseen evoluciones previas muy diferentes. Este resultado junto a los resultados anteriores parecen sugerir que las diferencias en la historia

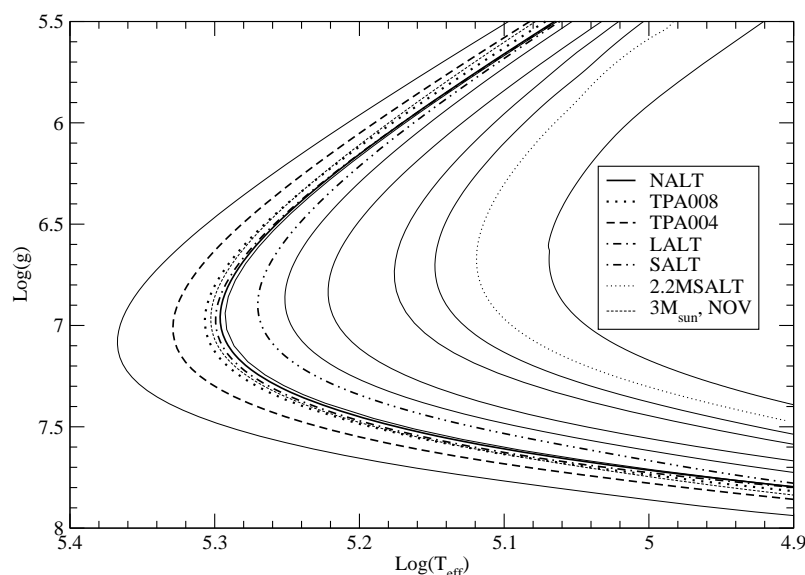


Figura 6.7: Ubicación en el diagrama  $T_{\text{ef}} - g$  de algunas secuencias analizadas en esta sección en comparación con las secuencias estándar (líneas delgadas; masas correspondientes, de derecha a izquierda, a 0,512; 0,53; 0,542; 0,565; 0,585; 0,609; 0,664  $M_{\odot}$ )

previa no son muy determinantes para definir la relación  $T_{\text{ef}} - g - M$ . Yendo aún más lejos veremos más tarde que la principal causa para la diferencia encontrada no es la diferencia de las historias previas, la cual produce diferencias aún mas pequeñas, sino la diferencia en la composición química de la envoltura de ambas secuencias.

De manera que si bien nuestros resultados confirman que diferencias en la duración de la TP-AGB pueden alterar la ubicación de los caminos evolutivos de las secuencias post-AGB en el diagrama  $T_{\text{ef}} - g$ , encontramos que el efecto no es suficiente como para dar cuenta de las diferencias en las estimaciones de las masas mencionadas anteriormente<sup>10</sup>. En efecto, nuestros resultados muestran que las masas espectroscópicas determinadas con nuestros modelos serían incrementadas apenas en  $\sim 0,015M_{\odot}$  (para estrellas cercanas a los 0,6  $M_{\odot}$ ) si hubiésemos considerado duraciones de la TP-AGB mucho más cortas.

**Efecto sobre  $T_{\text{ef}} - g - M$  de la eficiencia de los episodios de dragado en la TP-AGB (i.e. de  $f$ )** Para explorar el papel de los episodios de dragado durante la TP-AGB hemos calculado secuencias evolutivas en la TP-AGB, con diferentes valores del parámetro  $f$  en las zonas convectivas que se generan durante cada pulso térmico. Como muestra Herwig (2000), valores más altos de  $f$  en el fondo de la zona convectiva de corta duración que se genera en cada pulso térmico lleva a flashes del He más intensos y, consecuentemente a eventos de dragado más intensos. Hemos calculado entonces tres diferentes secuencias  $3M_{\odot}$  de masa inicial pero adoptando 3 diferentes valores de  $f$  ( $= 0,016; 0,008; 0,004$ ) en los bordes de la zona convectiva de corta duración durante los pulsos térmicos. Estas secuencias han sido denominadas NALT, TPA008 y TPA004 en la tabla 6.2; donde la secuencia NALT corresponde a la secuencia descrita anteriormente. En las otras zonas convectivas (por ejemplo las zonas convectivas durante la evolución previa a la TP-AGB o la envoltura convectiva durante la TP-AGB) se ha utilizado el valor estándar  $f = 0,016$ . Estas tres secuencias poseen etapas TP-AGB de duración similar. Esto nos permite desacoplar el efecto de la importancia de los procesos de dragado del efecto de

<sup>10</sup>Nos referimos aquí tanto a las diferencias que surgen al comparar las masas espectroscópicas determinadas con nuestra grilla de modelos con las masa determinadas con modelos viejos y ricos en H (Werner y Herwig 2006) como también a la discrepancia entre la masas determinadas espectroscópicamente con nuestros modelos y las que surgen de la astrosismología.

la duración de la TP-AGB estudiado en los párrafos anteriores. También en estas tres secuencias la pérdida de masa durante la salida de la TP-AGB se eligió de manera de obtener un VLTP y un remanente post-AGB deficiente en H.

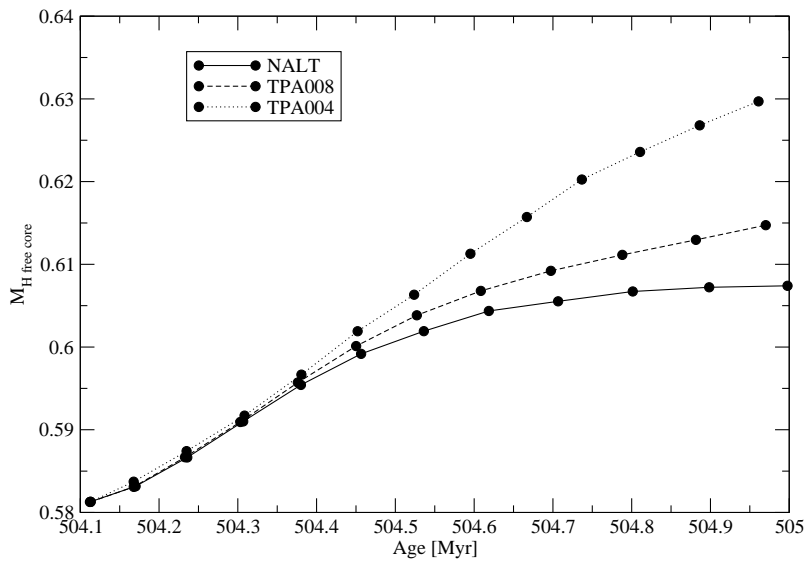


Figura 6.8: Evolución del núcleo libre de H durante la TP-AGB para tres secuencias con diferentes valores de  $f$  en la PDCZ (masas en  $M_{\odot}$ ).

Nótese en la figura 6.8 que diferentes valores de  $f$  dan diferentes evoluciones del HFC. Para modelos con mayores valores de  $f$  y, por lo tanto eventos de dragado más intensos, el crecimiento efectivo del HFC se va frenando a medida que transcurre la TP-AGB. Esto se debe a que el aumento del HFC entre pulsos térmicos es compensada por la disminución del HFC durante el evento de dragado en cada pulso térmico. No solo la masa del HFC es afectada por los cambios en  $f$  sino que, como es de esperar, también lo son las abundancias de la región entre capas y de la superficie —en particular la abundancias de O; ver Herwig (2000). Como consecuencia de los diferentes crecimientos efectivos del HFC, la masa final de los remanentes es diferente en cada caso, siendo; 0,607; 0,617 y 0,633  $M_{\odot}$  para las secuencias NALT, TPA008 y TPA004, respectivamente. Es interesante notar que la secuencia TPA004 apenas sufre eventos de dragado en la TP-AGB y, por lo tanto, puede ser considerada representativa de la elección de  $f = 0$  en la zona convectiva de corta duración que aparece durante los pulsos térmicos.

Nuestros resultados sugieren que diferentes eficiencias de los procesos de dragados no parecen introducir un fuerte cambio en la relación  $T_{\text{ef}} - g - M$  de las secuencias post-AGB. En efecto, las secuencias TPA008 y TPA004 ocupan las mismas regiones del diagrama  $T_{\text{ef}} - g$  que los remanentes estándar de igual masa (figura 6.7). En la tabla 6.2 se muestra una estimación de los desplazamientos en las masas espectroscópicas que producirían estos cambios. Nótese que la “masa derivada por comparación” para la secuencia NALT, que es completamente estándar en los ingredientes elegidos para su cálculo, posee una pequeña discrepancia de  $0,005M_{\odot}$  con la masa real de la secuencia. Esto es probablemente debido a los efectos combinados de diferentes números de pulsos térmicos en la TP-AGB y pequeñas diferencias en las abundancias de la envoltura, lo que implica diferentes opacidades. Este pequeño desplazamiento de  $0,005M_{\odot}$ , debe entonces ser tomado como la incerteza detrás de estas comparaciones. Teniendo esto presente vemos que las secuencias TPA004 y TPA008 poseen “masas derivadas por comparación” similares a las masas verdaderas de esos objetos. Esto muestra que, al menos para secuencias de  $M \sim 0,6M_{\odot}$ , la relación teórica  $T_{\text{ef}} - g - M$  no parece depender de la intensidad de los procesos de dragado en la TP-AGB. Esto puede ser entendido a partir de la figura 6.6. Note que las relaciones masa-radio de los HeFC de las secuencias TPA008 y TPA004 al momento del VLTP se ubican sobre la

misma relación que las secuencias estándar de masa similar. Consecuentemente, y de acuerdo a las relaciones de homología para capas, la relación masa-luminosidad para estas secuencias debe ser similar a las de las secuencias estándar que sufren episodios de dragado fuerte, tal como efectivamente ocurre.

**Efecto sobre la relación  $T_{\text{ef}}-g-M$  de la historia evolutiva previa a la AGB** Exploraremos ahora el efecto sobre la relación  $T_{\text{ef}}-g-M$  post-AGB que tienen las etapas previas a la AGB. Este punto es interesante en vistas de que los resultados de los dos puntos estudiados anteriormente indican que ni las incertezas en la pérdida de masa ni en la intensidad de los procesos de dragado en la TP-AGB son las razones por las cuales nuestra grilla de modelos estándar es significativamente más caliente que las secuencias ricas en H de Blöcker (1995b)—contrariamente a lo que se afirma en Werner y Herwig (2006). Nos interesa entonces comprender si las discrepancias entre nuestras secuencias y las de Blöcker (1995b) surgen de alguna diferencia en la evolución previa a la TP-AGB. Para analizar este punto hemos calculado la evolución de una secuencia de inicialmente  $3 M_{\odot}$  pero *sin incluir ninguna mezcla más allá de ningún borde convectivo durante toda la evolución*. Luego de 19 pulsos térmicos se obtuvo una secuencia post-VLTP de  $0,626 M_{\odot}$ , cuyas edades en la AGB temprana y la TP-AGB son respectivamente  $4,8 \times 10^7$  años y  $2,1 \times 10^6$  respectivamente. Todos estos valores hacen a esta secuencia especialmente interesante para ser comparada con una de las secuencias presentadas por Blöcker (1995b) la cual proviene de un progenitor de inicialmente  $3M_{\odot}$ , que luego de atravesar 20 pulsos térmicos termina como una secuencia post-AGB de  $0,625M_{\odot}$ —las duraciones de la AGB temprana y la TP-AGB son de  $7 \times 10^7$  años y  $1,9 \times 10^6$  años respectivamente. Las dos diferencias esenciales entre ambas secuencias es la ocurrencia de un VLTP en nuestra secuencia (y por lo tanto diferentes abundancias superficiales) y la utilización en nuestras secuencias de una microfísica mucho más actualizada.

Contrariamente a lo esperable desde la base del argumento de Werner y Herwig (2006) la secuencia deficiente en H resultante, luego del VLTP, es muy similar a la de nuestras secuencias estándar (que poseen una historia previa muy distinta) mucho más caliente que la secuencia (vieja) de  $0,625M_{\odot}$  presentada por Blöcker (1995b). De hecho, si estimamos una masa media para nuestra secuencia mediante la comparación con nuestra grilla de modelos estándar vemos que se obtiene casi la masa real (ver tabla 6.2). La mayor diferencia con las secuencias estándar ocurre cerca del “codo” en el diagrama  $T_{\text{ef}}-g$  donde la secuencia en cuestión es un poco más fría que las de referencia. Sin embargo ese pequeño desplazamiento alteraría las masas inferidas espectroscópicamente en menos de  $0,01M_{\odot}$ . De la figura 6.6 vemos que la evolución de la relación masa-radio del HeFC es diferente de la de las secuencias estándar. Pero aún en este caso la diferencia en el radio del HeFC al momento del VLTP es de solo un 4% en comparación con el radio de las secuencias estándar de igual masa en ese momento de su evolución. Consecuentemente no debiera sorprender que los caminos evolutivos seguidos en el diagrama  $T_{\text{ef}}-g$  por esta secuencia no difiera del de las secuencias estándar.

Este análisis, junto a los dos anteriores, muestra que la relación  $T_{\text{ef}}-g-M$  de los remanentes post-VLTP no es fuertemente afectada por la historia evolutiva previa, contrariamente a lo afirmado por Werner y Herwig (2006). De manera que las diferencias entre los nuevos modelos y los anteriormente utilizados para la determinación de masas espectroscópicas (por ejemplo por Werner y Herwig 2006) no se deben a diferencias en el modelado de la historia previa de los remanentes. Por lo tanto la discrepancia entre las masas espectroscópicas basadas en nuestros modelos y las masas astrosismológicas disponibles en la literatura tampoco se deben a las incertezas en la historia previa de nuestras secuencias. Veremos más adelante que, de hecho, dicha discrepancia puede en muchos casos resolverse al mejorar los análisis astrosismológicos.

Esto sugiere que la diferencia en las relaciones  $T_{\text{ef}}-g-M$  viejas y nuevas se debe al único otro ingrediente relevante, la microfísica. En la sección siguiente analizaremos su relevancia.

### El rol de la microfísica en la relación $T_{\text{ef}} - g - M$ de las secuencias post-VLTP

Exploramos ahora la importancia de la composición química y la microfísica. Específicamente estudiaremos el efecto de cambiar la ecuación de estado (EdE), la composición química del núcleo de C-O y las opacidades, tanto radiativas como conductivas. En esta sección *no* calcularemos nuevas secuencias evolutivas desde la ZAMS a la etapa PG1159, sino que tomaremos algunas de las secuencias estandar y alteraremos su microfísica antes del ingreso a la etapa PG1159. Hemos verificado que estos modelos ya se han relajado a la nueva estructura antes de que las secuencias alcancen el codo en los diagramas HR y  $g - T_{\text{ef}}$ . Esta verificación la hemos realizado realizando los cambios en la microfísica en diferentes puntos de la evolución post-VLTP y notando que al momento de entrar en la región de interés, la relación  $T_{\text{ef}} - g - M$  no depende del momento exacto en el cual los cambios se realizaron. Adicionalmente, hemos realizado un chequeo más estimando la escala de tiempo de relajación térmica de la envoltura (cuya estructura estamos alterando) como  $\tau \sim \int_{m_{\text{f.e.}}}^{M_{\star}} c_v T dm / L_{\star}$ , donde  $m_{\text{f.e.}}$  representa la coordenada masa del fondo de la envoltura. Nos concentramos en los remanentes de  $0,53M_{\odot}$  y  $0,584M_{\odot}$  de las secuencias estandar. La escala de tiempo  $\tau$  es aproximadamente un orden de magnitud menor que el tiempo que les lleva a los remanentes evolucionar desde  $\log T_{\text{ef}} \sim 4,6$  al codo en el diagrama HR. Específicamente  $\tau$  es aproximadamente 2500 y 1600 años para los remanentes de  $0,53M_{\odot}$  y  $0,584M_{\odot}$  respectivamente, mientras que el tiempo que tarda el remanente en llegar al codo desde el momento en que se altera la microfísica es de  $\sim 23000$  y  $12000$  años respectivamente. Esto garantiza que la estructura de la envoltura ya esta relajada a los nuevos valores al momento de entrar en la etapa de interés.

**Ecuación de estado y composición química del núcleo de C-O** Para analizar la importancia de la composición del núcleo de C-O y la EdE, consideramos el remanente post-VLTP de  $0,53M_{\odot}$ . Con respecto a la EdE comparamos los valores de  $T_{\text{ef}} - g$  de esa secuencia al utilizar la EdE estándar del LPCODE con los valores que resultan al utilizar como EdE una versión actualizada de la EdE de Magni y Mazzitelli (1979). Ésta última es una ecuación más detallada la cual tiene en cuenta los efectos de correcciones no ideales como los efectos de presión sobre la ionización e incluye correcciones coulombianas incluso en el régimen no degenerado. Por otro lado para analizar el rol de la composición del núcleo, hemos redefinido las abundancias por debajo de  $\ln(1 - m(r)/M_{\star}) = -2,4$  y, por lo tanto, sin alterar la composición de la capa quemadora de He, a dos valores extremos de 92% de C en fracción de masa y 92% de O en fracción de masa. Esto no es consistente con la evolución previa pero nos permite estimar que tan relevante es la composición química del núcleo para la relación  $T_{\text{ef}} - g - M$  en la etapa de PG1159.

Ambos cambios, el de la EdE y el de la composición del núcleo de C-O, no arrojan cambios significativos en la ubicación del camino evolutivo de la secuencia en el diagrama  $g - T_{\text{ef}}$ . De hecho ninguno de estos cambios produce desplazamientos de más de 0,01 dex en  $\log T_{\text{ef}}$ , siendo en general mucho menores. Consecuentemente, ni la composición química del núcleo ni la EdE utilizada en los cálculos es relevante en la determinación de masas espectroscópicas.

**Opacidades** Debido a que la estructura externa de las estrellas PG1159 está completamente dominada por el transporte radiativo de energía, cambios en las opacidades podrían producir cambios apreciables en el camino evolutivo de la secuencia en el diagrama  $g - T_{\text{ef}}$ . Esto podría ser una fuente de inconsistencias relevante para las secuencias estándar de estrellas PG1159, ya que las mismas han sido calculadas utilizando una metalicidad solar (escalada) mientras que las estrellas PG1159 se sabe que son ricas en elementos provenientes de procesos *s* y deficientes en hierro (Miksa et al. 2002, Werner y Herwig 2006). Qué tanto la transformación de hierro en elementos más pesados mediante procesos lentos de captura de neutrones altera las opacidades en estrellas PG1159, no es conocido. De igual forma el valor de la metalicidad originaria de los progenitores de estrellas PG1159 no son conocidas, por lo que de ser esto relevante podría ser una fuente importante de incertezas en la determinación de masas espectroscópicas. La realiza-

ción de cálculos completos del VLTP y la evolución VLTP utilizando opacidades consistentes está fuera del alcance de este trabajo, sin embargo podemos analizar que tanto las opacidades afectan la relación  $T_{\text{ef}} - g - M$  cambiando artificialmente las opacidades en las secuencias post-VLTP en factores arbitrarios o adoptando diferentes tablas de opacidades. Un resultado de esos experimentos es que alterar las opacidades conductivas en 3 órdenes de magnitud, no produce cambios significativos. Por el contrario, la relación  $T_{\text{ef}} - g - M$  es mucho más sensible a los cambios en las opacidades radiativas. De hecho encontramos —tanto para la secuencia de  $0,53M_{\odot}$  como la de  $0,584M_{\odot}$ — un aumento de la opacidad en un factor 1,5 produce una reducción de  $\sim 0,04$  dex en  $\log T_{\text{ef}}$  y de  $\sim 0,2$  dex en  $\log L/L_{\odot}$ . Similarmente una reducción de la opacidad en un factor 0,5 lleva a cambios de  $\sim 0,075$  dex y  $\sim 0,3$  dex en  $\log T_{\text{ef}}$  y  $\log L/L_{\odot}$  respectivamente. Esos son cambios importantes y ciertamente afectarían las determinaciones espectroscópicas de masas<sup>11</sup>. El cambio de la ubicación post-VLTP de las secuencias debido a cambios en las opacidades se muestra en la tabla 6.3, donde se muestra el cambio en  $\log T_{\text{ef}}$  para diferentes valores de  $g$  y para las dos masas estudiadas ( $0,53$  y  $0,607M_{\odot}$ ). Se muestra además el cambio que esto induciría en las masas espectroscópicas, derivado por comparación con los valores de  $g - T_{\text{ef}}$  las secuencias estándar. Dos puntos merecen un comentario especial. El efecto de diferentes opacidades radiativas sobre las masas espectroscópicas es mucho más grande para remanentes de mayor masa y luminosidad (i.e. de menores gravedades  $g$ ). De hecho, nótese que para la secuencia de  $0,53M_{\odot}$  un aumento en la opacidad de un 50 % no produciría un cambio de masa de  $0,01M_{\odot}$  en las masas espectroscópicas, mientras que para la secuencia de  $0,607M_{\odot}$  un cambio similar produciría un aumento importante en las masas espectroscópicas alcanzando valores de hasta  $0,07M_{\odot}$  en el régimen de altas luminosidades. Nótese además que, para un dado cambio en  $\kappa$ , el cambio en  $\log T_{\text{ef}}$  es casi el mismo para ambas secuencias independientemente de la diferencia en masa

Sequence	$g = 5,5$	$g = 6$	$g = 6,5$	$g = 7$	$g = 7,5$
$0,53M_{\odot}$ [ $\kappa \times 0,5$ ]	0,0782 (-0,1072)	0,0764 (-0,0687)	0,0754 (-0,045)	0,0735 (-0,0292)	0,0563 (-0,0188)
$0,53 M_{\odot}$ [ $\kappa \times 1,5$ ]	-0,0462 (0,0096)	-0,045 (0,0106)	-0,044 (0,0099)	-0,0432 (0,0086)	-0,0365 (0,0066)
$0,607 M_{\odot}$ [ $\kappa \times 0,5$ ]	0,0788 (-0,1748)	0,0732 (-0,126)	0,0724 (-0,0888)	0,0724 (-0,0545)	0,0757 (-0,031)
$0,607 M_{\odot}$ [ $\kappa \times 1,5$ ]	-0,0455 (0,0684)	-0,0442 (0,0484)	-0,0425 (0,0366)	-0,0418 (0,0243)	-0,0422 (0,0158)

Tabla 6.3: Corrimientos en la temperatura efectiva ( $\delta \log T_{\text{ef}}$ ) inducidos por cambios en la opacidad ( $\kappa$ ) a diferentes valores de  $g$ . Los valores entre paréntesis indican los cambios en las masas espectroscópicas (en  $M_{\odot}$ ) que producirían esos cambios en la opacidad (y por lo tanto en la  $T_{\text{ef}}$  de las secuencias de referencia).

Debido a la importancia de este efecto consideramos interesante estudiar si el efecto sobre los valores de  $T_{\text{ef}}$  y  $g$  se debe al cambio de la opacidad en algún punto particular de la envoltura (por ejemplo la capa que quema He). Procedimos entonces a realizar cambios localizados de la opacidad por unidad de masa ( $\kappa$ ) y encontramos, contra lo que esperábamos, que no es el valor de la opacidad por unidad de masa en algún punto especial de la estrella la que determina el cambio en  $T_{\text{ef}}$  y  $g$ , sino que la cantidad relevante es la opacidad integrada de la envoltura;  $\int_{\text{envoltura}} \kappa dm$ . Mediante una inspección de la estructura de los modelos numéricos, encontramos que los cambios en la opacidad radiativa casi no producen cambios en la estructura de la envoltura. Por lo tanto,

<sup>11</sup>Vale la pena aquí notar que no esperamos cambios en las inferencias astrosismológicas debido a los cambios en la opacidad solamente, ya que las determinaciones astrosismológicas se basan usualmente en estudios adiabáticos del espectro de períodos, algo que casi no es afectado por estos cambios en las opacidades

como  $dT/dm$  no es afectada por los cambios en  $\kappa$ , las variaciones en  $\kappa$  deben estar acompañadas de un cambio opuesto y proporcional en la luminosidad de cada capa de la estrella ( $l(m)$ ), ya que estas cantidades deben satisfacer la relación,

$$\frac{dT}{dm} = \frac{-3}{64\pi^2 ac} \times \frac{\kappa l}{r^4 T^3} \quad (6.1)$$

Una pista de porque solo  $l$  reacciona frente a un cambio en el valor de  $\kappa$  puede obtenerse del siguiente argumento analítico simple. Si *suponemos* que las estructuras de las envolturas de estos objetos post-AGB son homológicas entre sí entonces tenemos que frente a cambios homológicos (con  $x = \delta r/r$ ) el cambio en la presión y la densidad de cada capa deben estar dados por (ver Kippenhahn & Weigert 1990 para una deducción)

$$\frac{\delta P}{P} = -4x, \quad \frac{\delta \rho}{\rho} = -3x. \quad (6.2)$$

Luego si adoptamos una ecuación de estado de gas ideal para la envoltura, lo cual es bastante correcto, entonces tenemos la relación adicional

$$\frac{\delta T}{T} = -\frac{\delta \rho}{\rho} + \frac{\delta P}{P} = -x. \quad (6.3)$$

Utilizando entonces la ecuación para el perfil de temperaturas, ecuación 6.1, imponiendo un cambio *arbitrario* en la opacidad,  $\delta\kappa/\kappa$  y utilizando la relación

$$\delta \left( \frac{dT}{dm} \right) = \frac{dT}{dm} \times \frac{\delta T}{T} \quad (6.4)$$

obtenemos

$$\frac{\delta T}{T} = \frac{\delta \kappa}{\kappa} + \frac{\delta l}{l} - 4 \frac{\delta r}{r} - 3 \frac{\delta T}{T} \quad (6.5)$$

De manera que utilizando las ecuaciones 6.2 y 6.3 finalmente encontramos

$$\frac{\delta l}{l} = -\frac{\delta \kappa}{\kappa}, \quad (6.6)$$

que corresponde a valores bastante similares a los observados en los modelos numéricos durante la parte horizontal de la evolución post-AGB. Notemos que este cambio en la luminosidad a primer orden balancea (en la ecuación 6.1) el cambio en la opacidad por lo que solo deja efectos de segundo orden en  $\kappa$  para ser compensados por los otros factores de la ecuación 6.1;

$$\kappa l = \kappa l \left( 1 + \frac{\delta \kappa}{\kappa} \right) \left( 1 + \frac{\delta l}{l} \right) = \kappa l \left( 1 - \left( \frac{\delta \kappa}{\kappa} \right)^2 \right). \quad (6.7)$$

Nótese entonces que debido a las altas potencias a las que están elevados tanto  $r$  como  $T$  en la ecuación 6.1, pequeños cambios en estas cantidades deberían ser suficientes para balancear los efectos de segundo orden remanentes. Esto está en acuerdo con lo encontrado en los modelos numéricos en los cuales puede observarse que las tres variables  $r(m)$ ,  $P(m)$ ,  $T(m)$  permanecen inalteradas frente a un cambio en la opacidad mientras que  $l(m)$  es la única variable de estructura que experimenta cambios importantes al cambiar  $\kappa$ . Desde otro punto de vista, el cambio en  $l(m)$  parece estar asociado con un cambio en la energía liberada por la capa que mantiene la quema del He —cambio que puede ser alcanzado casi sin alterar el valor de  $T(m)$  debido a la altísima sensibilidad de las tasas de reacción de la triple alfa a cambios en la temperatura— y por un cambio en el término  $dS/dt$  en la ecuación de la energía, ya que cuanto menor es la opacidad más rápido se pierde la energía y la evolución y contracción de la envoltura ocurren más rápidamente.

Resumiendo podemos decir que alterar las opacidades de la envoltura lleva a un cambio relativo similar en los valores de  $l(m)$  en el perfil de la estrella el cual balancea a primer orden los efectos del cambio en la opacidad en la ecuación 6.1. Parece entonces que como consecuencia de este balance solo cambios menores en las otras variables de estructura son esperables, lo cual puede que este reflejando el hecho de que el perfil de estas variables en la envoltura de la estrella es forzado por el radio y la masa del núcleo libre de He donde la gran mayoría del campo gravitatorio es generado. Aunque todo este análisis no intenta ser una “explicación completa”, algo que parece imposible hoy en día debido a una explicación consensuada del comportamiento de estructuras estelares con capas ardientes<sup>12</sup>, creemos que aporta un poco de luz sobre lo que esta ocurriendo en los modelos. Finalmente, déjense mencionar que como  $r_{(m)}$  en la envoltura del modelo casi no es alterado por el cambio en  $\kappa$  entonces el radio de la estrella tampoco lo será. Luego utilizando la ley de Steffan-Boltzmann podemos estimar que el cambio en la opacidad produce una variación en la temperatura efectiva dada aproximadamente por

$$\frac{\delta T_{\text{eff}}}{T_{\text{eff}}} = \frac{1}{4} \frac{\delta L_{\star}}{L_{\star}} - \frac{1}{2} \frac{\delta R_{\star}}{R_{\star}} \sim \frac{1}{4} \frac{\delta L_{\star}}{L_{\star}}. \quad (6.8)$$

Y de hecho para los modelos de la secuencia de  $0,584 M_{\odot}$  con opacidades normales y aumentadas en un factor ( $\delta\kappa/\kappa \sim 0,5$ ) tenemos que, en el codo del diagrama  $T_{\text{ef}} - g$ ,  $\delta L/L \sim 0,34$  and  $\delta T_{\text{ef}}/T_{\text{ef}} \sim 0,09$  y por lo tanto  $\delta T_{\text{ef}}/T_{\text{ef}} \sim (1/4)\delta L_{\star}/L_{\star}$ . Nótese sin embargo que  $\delta L/L \sim 0,34$  está lejos del valor de 0,5 esperado para  $\delta\kappa/\kappa$  ( $\delta L/L$  está cerca de 0,5 durante la evolución post-AGB a luminosidad constante (i.e. horizontal en el diagrama HR; cuando  $\log T_{\text{ef}} < 4,8$ ).

**Efecto de diferentes composiciones químicas en la opacidad** Como los modelos post-VLTP resultan sensibles a los valores de la opacidad radiativa en la envoltura, hemos analizado cuanto podrían cambiar dichas opacidades debido a la adopción de diferentes composiciones químicas (posibles).

En primer lugar hemos investigado posibles cambios en los valores de  $T_{\text{ef}} - g$  de nuestras secuencias debido a cambios en el contenido total de metales de nuestros modelos —con excepción del C y el O los cuales siempre se mantienen consistentes con la abundancia de la envoltura. Esto fue realizado utilizando las tablas de opacidades OPAL con contenido variable de C y O para  $Z = 0,01$  y  $Z = 0,03$  —todos nuestros cálculos anteriores correspondían a  $Z = 0,02$ . El cambio en metalicidad fue realizado mucho antes de la etapa de estrella PG1159. Encontramos que los cambios en  $T_{\text{ef}} - g - M$  debido al cambio en  $Z$  es completamente despreciable. De hecho en el codo de los caminos evolutivos en el diagrama HR las secuencias de  $Z = 0,01$  y  $Z = 0,03$ , de igual masa, apenas difieren en temperatura efectiva en solo  $\sim 0,006$  dex.

En segundo lugar, hemos explorado el uso de opacidades completamente consistentes con las abundancias de los modelos. Esto no es un punto menor ya que las abundancias de Ne y N en los modelos de estrellas PG1159 pueden ser mucho más altos que los valores escaleados solares, también el Mg puede alcanzar fracciones de masa de hasta un 2% (Werner et al. 2004). Para estudiar esto hemos utilizado la herramienta disponible en la página del OP-project (Badnell et al. 2005) la cual permite calcular opacidades para abundancias arbitrarias. En estos casos no hemos calculado la evolución de las secuencias con las opacidades alteradas<sup>13</sup> sino comparado las opacidades resultantes con diferentes composiciones químicas en un dado modelo (i.e. para un perfil de  $\rho$  y  $T$  dado). Comparamos primero los resultados de las opacidades OP y OPAL para la misma composición química. El resultado de esta comparación puede apreciarse en la Fig. 6.9. Nótese que, para temperaturas  $\log T > 7$ , las opacidades OP son aproximadamente un 5 a 7% mas grandes. Esto probablemente introduciría un pequeño cambio de unos 0,01 dex en el camino

<sup>12</sup>De hecho, el problema está en más de una manera relacionado al problema, aún no resuelto satisfactoriamente, de porque las estrellas se hacen gigantes rojas; ver la sección 3.2 para una discusión de este problema

<sup>13</sup>En principio, ya hemos estudiado como impactan los cambios de la opacidad en la relación  $T_{\text{ef}} - g - M$ , ahora debemos ver que cambios en la composición química producen estos cambios en la opacidad.



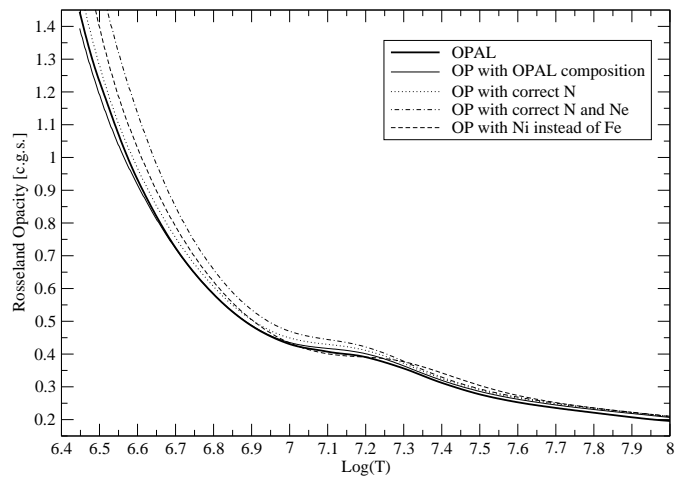


Figura 6.9: Valor de la opacidad, en un modelo estelar dado, para diferentes elecciones de la composición química.

evolutivo de las secuencias en el diagrama  $T_{\text{ef}} - g$ . La incorporación de N y Ne en abundancias consistentes con aquellas presentes en los modelos estelares aumentan marcadamente la opacidad por debajo de  $\log T \sim 7,3$  (ver figura 6.9), pero casi no producen cambios a temperaturas más altas que es donde se encuentra la mayor parte de la masa de la envoltura. Como las estrellas PG1159 son al parecer deficientes en hierro (Miksa et al. 2002, Werner y Herwig 2006) debido a la transmutación del hierro por medio de procesos lentos de captura de neutrones, hemos analizado el caso extremo en que todo el hierro ha sido transmutado en Ni. En este caso, la joroba en la opacidad se desplaza a  $T$  mayores, aumentando la opacidad entre  $\log T = 7,3$  y  $7,6$ . Es interesante notar que la distribución de elementos pesados sí altera las opacidades a altas temperaturas, aunque el cambio en la opacidad tampoco es suficiente para permitir reconciliar nuestras masas espectroscópicas con las masas astrosismológicas presentadas por diferentes autores (ver Werner y Herwig 2006). De hecho, como las opacidades aumentan con el número atómico de los elementos—debido al aumento de las transiciones atómicas posibles Roger & Iglesias (1994)— quedaría por ver hasta que punto el aumento de elementos muy pesados durante la TP-AGB y el VLTP pueden aumentar la opacidad en el fondo de la envoltura, ya que elementos más pesados que el níquel deberían afectar las opacidades a mucho más altas temperaturas que el Fe o el Ni

Vemos que ninguno de estos cambios parece introducir cambios significativos en la opacidad como para alterar las masas espectroscópicas en un nivel apreciable. Queda, sin embargo, por ver que errores en la determinación de masas pueden introducir los valores de C y O. Estos dos elementos se mantuvieron fijos en los estudios anteriores de acuerdo con el valor de los modelos. Sin embargo, como las estrellas PG1159 muestran una dispersión importante en las abundancias de He y C, sería interesante saber cuanto podría afectar la determinación de masas espectroscópicas el hecho de que la grilla de modelos no posea exactamente los valores de He y C de cada una de las estrellas PG1159. Estimamos este efecto tomando las secuencias estándar y alterando las abundancias de C y He en toda la envoltura por encima de la capa que quema He. Encontramos que una alteración del carbono de 0,4 en fracción de masa (aproximadamente el rango de C observado) altera la temperatura efectiva en 0,02 dex (siendo más azul cuanto mayor es el contenido de carbono). Esto se traduciría en un cambio de 0,005 y (0,015)  $M_{\odot}$  para las determinaciones de masas espectroscópicas alrededor de  $0,51M_{\odot}$  y  $0,6M_{\odot}$ , respectivamente. De manera que no es necesario tampoco que los modelos reflejen el valor exacto de las abundancias de He, C y O para que permitan obtener masas espectroscópicas confiables.

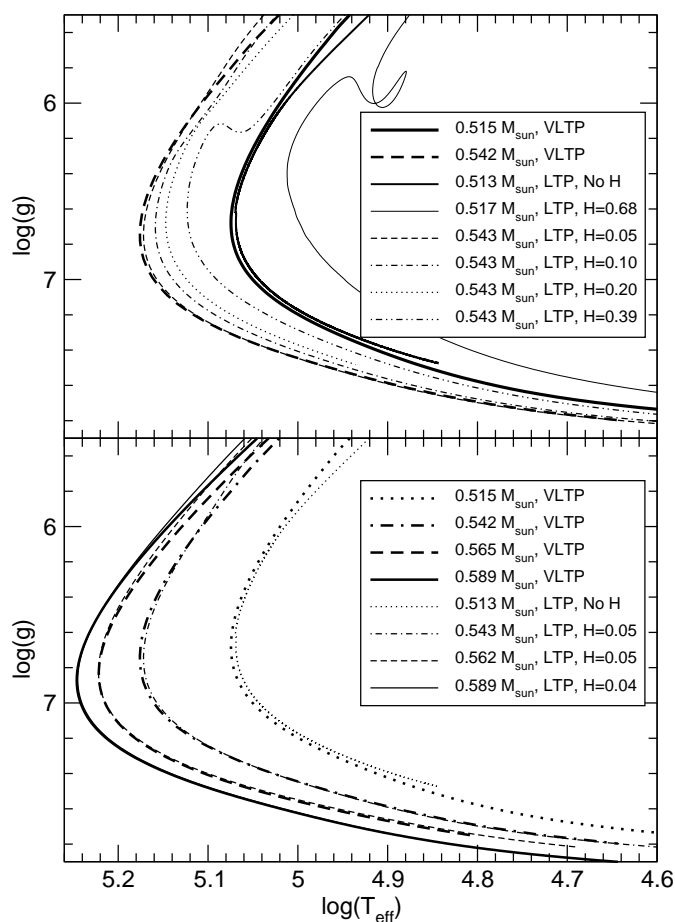


Figura 6.10: Comparación de las ubicaciones de secuencias post-VLTP y post-LTP. *Panel superior:* Comparación entre las secuencias post-VLTP y secuencias post-LTP de masa similar pero diferentes abundancias de H. *Panel inferior:* Comparación entre secuencias post-VLTP y secuencias post-LTP, de masa similar, que poseen abundancias por debajo del límite típico de detección en estrellas PG1159.

### Comparación entre las secuencias post-LTP y post-VLTP

Como ya fue mencionado antes en esta tesis, las estrellas PG1159 podrían ser descendientes tanto de un evento VLTP como de un evento LTP. En efecto se supone que la dicotomía en la abundancia de nitrógeno observada en estrellas PG1159 (Dreizler y Heber 1998, Werner et al. 1998) es la consecuencia de la existencia de PG1159 que descienden tanto de un VLTP (ricas en N) como de un LTP (deficientes en N). Por lo tanto, a priori, uno debería ser cuidadoso al utilizar la grilla de modelos aquí presentada (formada por secuencias post-VLTP) para determinar masas espectroscópicas de todas las estrellas PG1159 —como hemos hecho en la tabla 6.1. En este contexto analizamos aquí la posible existencia de una diferencia sistemática en la relación  $T_{\text{ef}}-g-M$  de objetos post-VLTP y post-LTP. Del trabajo de Herwig (2001a; figura 1) parece que no debieran existir diferencias, analizaremos aquí un rango de masa más amplio. En la figura 6.10 se compara la ubicación en el diagrama  $T_{\text{ef}}-g$  de secuencias de masas similares pero que provienen de eventos VLTP y LTP. En el panel superior caminos evolutivos post-LTP con diferentes abundancias de H son comparados con los caminos evolutivos de secuencias post-VLTP (que son siempre extremadamente deficientes en H). Las secuencias post-LTP/VLTP de  $\sim 0,515M_{\odot}$  corresponden a la estudiadas en la sección 5.3.1 y en el caso post-LTP hemos considerado dos casos. El primero en el cual la abundancia superficial de H es de tipo solar (debido a la ausencia de episodios de dragado durante el LTP como ya se discutió en la sección

5.3.1), y un segundo caso en el cual debido a los episodios de pérdida de masa durante el LTP la envoltura rica en H ha sido completamente removida, exponiendo una superficie rica en He y C. Debido a la ausencia de la capa quemadora de H en este segundo caso, ésta secuencia se ubica muy cerca de la secuencia post-VLTP de masa similar en el diagrama  $T_{\text{ef}} - g$  (ver figura 6.10). El segundo experimento también se muestra en el panel superior de la figura 6.10, el cual corresponde a una secuencia post-LTP (de masa  $0,543M_{\odot}$ ) en el cual el contenido de H fue artificialmente diluido hasta diferentes profundidades, produciendo entonces diferentes abundancias superficiales de H. Como puede observarse en la figura, una vez que la estrella entra en la región de las estrellas PG1159, cuanto menor es la abundancia superficial de H, más se acerca el camino evolutivo de la secuencia post-LTP al de una secuencia VLTP de masa similar. Finalmente en el panel inferior de la figura 8, los caminos evolutivos de secuencias post-LTP con abundancias de H cerca/por debajo del límite de detección son comparadas con las secuencias post-VLTP de masa similar. De ese gráfico resulta claro que para gravedades superficiales por encima de  $\log g \sim 6$ , donde se encuentran casi todas las estrellas PG1159, la relación  $T_{\text{ef}} - g - M$  de objetos post-VLTP y post-LTP (con abundancias de H cerca/por debajo del límite de detección) son similares. Por lo tanto en estos casos se justifica la utilización de la relación  $T_{\text{ef}} - g - M$  derivada a partir de secuencias post-VLTP para determinar la masa espectroscópica de objetos post-LTP sin H detectado en su superficie, ya que esto no introduce ningún efecto sistemático serio. Esto último es una buena noticia ya que (más allá de la supuesta dicotomía en la abundancia de N) distinguir entre un posible origen VLTP o LTP para una estrella PG1159 no parece ser sencillo. Por el contrario, la utilización de secuencias post VLTP para determinar las masas de estrellas PG1159 con abundancias importantes de H en la superficie (las llamadas estrellas PG1159 híbridas) podría producir una seria subestimación de la masa de estos objetos.

### Comparación con las secuencias que queman H

Como se observa en el panel superior de la figura 6.10, cuando la abundancia de H en la superficie es notable, comienzan a aparecer diferencias notables también en la ubicación de secuencias en un diagrama  $T_{\text{ef}} - g$ . Esto nos lleva a recordar la diferencia ya mencionada entre nuestras secuencias post-VLTP y las secuencias de Blöcker (1995) utilizadas por Werner y Herwig para determinar las masas astrosismológicas de estrellas PG1159. Como habíamos visto las secuencias de Blöcker (1995), que eran secuencias post-AGB ricas en H y “quemadoras de H”<sup>14</sup>, eran significativamente más frías que nuestras secuencias post-VLTP de masa similar. Vimos en las secciones anteriores que, contrariamente a lo afirmado por Werner y Herwig (2006), dicha diferencia en temperatura no se debe a las diferencias en la evolución durante la TP-AGB. Veremos aquí que una<sup>15</sup> posible causa de estas diferencias es simplemente el mismísimo hecho de que mientras las secuencias de Blöcker (1995a,b) son quemadoras de H, nuestras secuencias post-VLTP son quemadoras de He. De hecho, en nuestras propias secuencias aparece una diferencia notable entre las secuencias post-VLTP y las secuencias post-AGB ricas en H para remanentes de masas bajas ( $\lesssim 0,53M_{\odot}$ ). Esto puede apreciarse en la figura 6.11 donde mostramos nuestras propias secuencias post-AGB quemadoras de H (y con superficies ricas en H) de  $0,517$  y  $0,53 M_{\odot}$  comparadas a nuestras secuencias (estandar) post-VLTP de masas similar. Nótese que las

<sup>14</sup>Es decir, en las que la capa que quema H suministra mucha mayor cantidad de energía que la capa que quema He. Esta es la situación más común durante la TP-AGB.

<sup>15</sup>Decimos una posible causa ya que el otro posible causante de las diferencias es la microfísica. En efecto, mientras que las secuencias de Blöcker (1995a,b) utilizan las viejas opacidades de Cox y Stewart (1970), los modelos más nuevos (los nuestros entre ellos) utilizan opacidades OPAL. En este sentido vale destacar que ya Dreizler y Heber (1998) habían detectado un desplazamiento de  $0,03 M_{\odot}$  entre las secuencias de Wood y Faulkner (1986) y las de O’Brien y Kawaler, ambos conjuntos de secuencias quemadoras de He pero donde las últimas utilizaban las nuevas opacidades OPAL. En vista de esto y frente a tantas diferencias, tanto en la microfísica (opacidades) como en la estructura de las secuencias (quemadoras de He vs. quemadoras de H) llama la atención que Werner y Herwig (2006) consideraran que la causa de las diferencias entre las secuencias de Blöcker (1995) y Herwig (2005) se encontraba en la historia previa en la TP-AGB solamente.

secuencias post VLTP son ciertamente mucho más azules que las secuencias de masa similar pero ricas en H y que son más compactas a altas gravedades ( $\log g > 6, 5$ ). Además en la misma figura mostramos que nuestra secuencia de  $0,517M_{\odot}$  es muy similar a la secuencia de Blöcker (1995b)  $0,524M_{\odot}$  de masa similar, lo que sugiere fuertemente que una de las razones para la diferencia en las masas espectroscópicas (de  $0,044M_{\odot}$  en promedio) determinadas en este trabajo y en Werner y Herwig (2006) se debe a que estos autores utilizaron secuencias quemadoras de H (y con superficies ricas en H). Esto confirma que, tal como sugirieran Dreizler y Heber (1998) y Werner (2001), utilizar secuencias ricas en H para determinar masas espectroscópicas lleva a errores sistemáticos apreciables.

### 6.2.5. Conclusiones sobre las masas espectroscópicas de estrellas PG1159 y la robustez de la relación $T_{\text{ef}} - g - M$

En esta sección hemos presentado secuencias de modelos estelares de estrellas PG1159. Las secuencias involucran el cálculo de todas las etapas previas a la etapa en cuestión comenzando desde la ZAMS, en particular el cálculo del pulso térmico tardío que ocurre luego de la salida de la AGB (VLTP/LTP) ha sido seguido en detalle. Como consecuencia de este tratamiento detallado de la historia previa, se obtienen modelos de estrellas PG1159 con una composición química (superficial e interna) y una estructura térmica apropiada. Esto último es de especial interés ya que las estrellas PG1159 se encuentran en una etapa en la cual su estructura térmica no está aún relajada y su composición química refleja la historia previa del objeto. Nos hemos centrado especialmente en la relación  $T_{\text{ef}} - g - M$  que surge de estas secuencias y sus consecuencias para la determinación de masas espectroscópicas. Nuestros modelos de estrellas PG1159 resultan sistemáticamente más calientes que las secuencias ricas en H utilizadas anteriormente (Blöcker 1995b) para la determinación de masas espectroscópicas. Esto produce que la masa promedio determinada con nuestras secuencias sea aproximadamente  $\sim 8\%$  más pequeña que la adoptada hasta el momento, siendo el valor de esta de  $\bar{M}_{\text{PG1159}} = 0,573M_{\odot}$ .

Las nuevas determinaciones de masas espectroscópicas empeoran el acuerdo anterior (de aproximadamente un  $5\%$ ) entre los valores determinados astrosismológica y espectroscópicamente (Werner y Herwig (2006)). Con las nuevas secuencias aquí presentadas, la diferencia entre ambos conjuntos de masas es usualmente de  $\sim 10\%$ .

Finalmente mencionemos que las diferencias en las abundancias de N en nuestros modelos post-LTP y post-VLTP sugieren fuertemente que la dicotomía observada por Dreizler y Heber (1998) en la abundancia de N en estrellas PG1159 es un claro indicador de un origen mixto (LTP y VLTP) para las estrellas PG1159, tal como fuera originalmente propuesto por Werner et al. (1998). En este sentido un estudio de la correlación del N con las edades de expansión de nebulosas planetarias sería muy interesante.

En vistas de la discrepancias que existen entre las masas espectroscópicas aquí derivadas y las masas astrosismológicas presentes en la literatura, hemos realizado un estudio detallado y sistemático de posibles fuentes de inexactitudes/errores en la relación  $T_{\text{ef}} - g - M$  de nuestras secuencias. Esto a su vez está motivado por la afirmación de Werner y Herwig (2006) de que dicha relación es muy sensible a la historia previa de los modelos en la TP-AGB, una etapa que está lejos de entenderse satisfactoriamente. Nuestros experimentos numéricos en este sentido indican que tal sensibilidad no es real. Los eventos de dragado en la TP-AGB no parecen influir en la relación  $T_{\text{ef}} - g - M$  teórica y, por lo tanto, no tendrán ninguna influencia en la determinación de masas espectroscópicas. Por el otro lado, las posibles diferencias en la duración de la TP-AGB pueden llegar a afectar dicha relación, pero solo de una manera muy leve. Un cambio de un factor 3 en la duración de la TP-AGB no aumentaría las masas espectroscópicas en más de un  $\sim 0,015M_{\odot}$ , lo que es insignificante frente a las incertezas en la determinación espectroscópica de  $T_{\text{ef}}$  y  $g$ . Yendo aún más lejos vimos que aún pérdidas de masas extremas, que llevan a remanentes de masas similares pero progenitores completamente distintos, no afectarían las

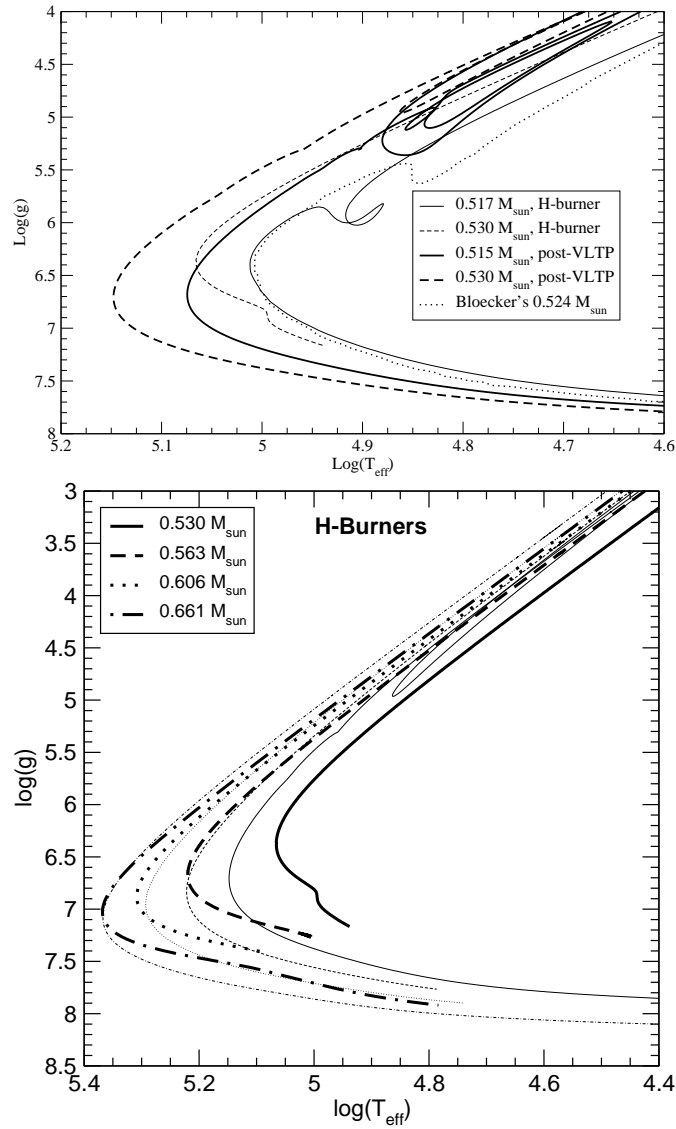


Figura 6.11: *Arriba*: Comparación entre secuencias post-VLTP y secuencias post-AGB ricas en H de masas similares. Nótese la importante diferencia en temperatura existente entre los dos grupos. Por comparación se agrega la secuencia rica en H de menor masa presentada por Blöcker (1995b). *Abajo*: Similar al panel superior pero incorporando secuencias de mayor masa. Nótese como en las secuencias de mayor masa las diferencias en temperatura efectiva son mucho menores, siendo mayor la diferencia en la gravedad efectiva luego del “codo” en el diagrama.

masas espectroscópicas en más de un  $0,01M_{\odot}$ . Una última secuencia calculada bajo suposiciones muy similares a las de la secuencia de  $0,625M_{\odot}$  de Blöcker (1995b), en lo que hace a la historia entre la TP-AGB y la ZAMS y los procesos de mezcla, resultó inesperadamente similar a nuestras secuencias estándar y diferente a la secuencia de Blöcker (1995b). Todos estos experimentos numéricos parecen sugerir que contrariamente al argumento elaborado por Werner y Herwig (2006) la evolución previa a la etapa PG1159 no parece jugar un papel tan importante en la determinación de la relación  $T_{\text{ef}} - g - M$ . En este sentido hemos mostrado que el argumento de Werner y Herwig probablemente falla porque está basado en el comportamiento de la relación masa-radio del núcleo libre de H en la TP-AGB, mientras que en estrellas tipo PG1159 debiera ser la relación masa radio del núcleo libre de He la que debiera ser importante (si es que creemos en las relaciones de homología para capas ardientes). En este sentido el núcleo libre de He converge mucho más rápido (en menos pulsos térmicos) en el diagrama HR de lo que lo hace el núcleo libre de H. Hemos mostrado además que las relaciones de homología para capas ardientes —como las que se usan al analizar la relación masa del núcleo-luminosidad— no deberían ser tomadas muy en serio, ya que desprecian la relevancia de la envoltura al relacionar la luminosidad solamente con las propiedades de núcleo, mientras que hemos visto que luego de la salida de la TP-AGB, existe una dependencia de la luminosidad con la opacidad de la envoltura.

Hemos además estudiado brevemente otras posibles causas de errores sistemáticos en la relación  $T_{\text{ef}} - g - M$  derivada como las opacidades radiativas y conductivas, ecuaciones de estado y composición del núcleo. Encontramos que solo las opacidades radiativas podrían afectar las masas espectroscópicas derivadas. Específicamente encontramos que la luminosidad de las secuencias durante la evolución a luminosidad constante (inmediatamente después de abandonar la AGB) es muy sensible a la opacidad de la envoltura. Hemos presentado algunos argumentos analíticos de porqué ésto es así. En relación con esto hemos estudiado cuanto las incertezas en la composición química de las estrellas PG1159 podrían estar afectando nuestras determinaciones de masa al usar modelos con composiciones (y por lo tanto opacidades) incorrectas. Encontramos que los metales livianos (Ne, Mg), que pueden ser bastante abundantes en estrellas PG1159, solo afectan las opacidades en las regiones más frías y externas de la envoltura, donde el contenido de masa no es importante y por lo tanto no alteran la opacidad total de la envoltura. Aunque pueden ser importantes en estudios pulsacionales no adiabáticos la opacidad producida por el Ne y el Mg no alterará las determinaciones espectroscópicas de masa. Por el contrario cambiar el contenido de Fe en Ni en los calculos de opacidades es un poco más importante. Esto abre la pregunta de cuanto podrían afectarse las opacidades en el fondo de la envoltura si gran parte del contenido de Fe es transformado en metales muy pesado mediante procesos lentos, tal como sugieren las inferencias de Miksa et al. (2002). Salvo que los metales muy pesados posean abundancias significativamente altas, la opacidad de la envoltura a altas temperaturas no se alterará en más de un 10 % y, por lo tanto, no alterará significativamente las masas determinadas. El cambio más importante en la opacidad es el debido a la dispersión de abundancias de He y C en las envolturas de estrellas PG1159. Esta dispersión, que llega a  $\sim 0,4$  en fracción de masa, se corresponde con desplazamientos de hasta 0,02 dex en  $\log T_{\text{ef}}$  (siendo más azul si la abundancia de carbono es mayor), lo que se trasladaría en una incerteza de hasta un  $0,015 M_{\odot}$ . Este valor, aunque más importante que los anteriores, sigue siendo despreciable frente a las incertezas en los valores de  $T_{\text{ef}}$  y  $g$  de estrellas reales y, además, no representa un corrimiento sistemático. Podemos, entonces, considerar que no es necesario utilizar los valores detallados de He/C/O de una estrella PG1159 para inferir correctamente su masa espectroscópica.

Todos estos argumentos sugieren que la relación  $T_{\text{ef}} - g - M$  de nuestras secuencias es suficientemente robusta y correcta como para ser utilizada en las determinaciones espectroscópicas de masa. Esta robustez esta, además, reforzada por el muy buen acuerdo con las otras dos secuencias post-VLTP modernas disponibles en la literatura (Herwig 2005 y Lawlor y Mac Donald 2006). Finalmente, el hecho de que las relaciones  $T_{\text{ef}} - g - M$  de objetos post-VLTP y de objetos post-LTP con abundancias de H por debajo del límite de detección sean similares hace que sea

posible utilizar la relación  $T_{\text{ef}} - g - M$  derivada en este trabajo independientemente del tipo de pulso térmico que experimentó cada estrella PG1159 en el pasado. Por el contrario, encontramos que utilizar secuencias post-VLTP para estrellas PG1159 con abundancias de H importantes (las llamadas estrellas PG1159 híbridas) puede llevar a fuertes errores sistemáticos.

El presente análisis sugiere que la discrepancia sistemática entre las determinaciones espectroscópicas y astrosismológicas de masa en estrellas PG1159 no debería atribuirse a errores en la relación  $T_{\text{ef}} - g - M$  teórica. En este sentido vale recordar que aunque las técnicas astrosismológicas suelen ser aceptadas como más precisas (suelen darse barras de error muy pequeñas) su robustez no es muy clara. Un trabajo reciente de Córscico y Althaus (2006) muestra que los resultados de la astrosismología no solo son dependientes de los modelos utilizados sino también del método específico elegido. Veremos en las próximas secciones que estas sospechas no son equivocadas.

### 6.3. Aplicación de los modelos a la astrosismología de estrellas PG1159

With four parameters I can fit an elephant, and with five I can make him wiggle his trunk.

John von Neumann, como fuera citado por Freeman Dyson en 'A meeting with Enrico Fermi', Nature 427 (2004).

En la sección anterior se presentaron secuencias de modelos numéricos aptos para estrellas post-AGB deficientes en H. En particular, gracias a la inclusión de mezcla más allá de los bordes convectivos y al cálculo detallado del pulso térmico tardío (VLTP/LTP), dichas secuencias son especialmente útiles para describir el estado de estrellas PG1159. En la presente sección presentaremos brevemente los resultados de análisis pulsacionales no adiabáticos y estudios astrosismológicos descritos detalladamente en los trabajos de Córscico et al. (2006), Córscico et al. (2007a,b), Althaus et al. (2008a,b). Debe destacarse que los cálculos astrosismológicos en los cuales se basan los resultados aquí presentados no fueron realizados por el autor de esta tesis sino por uno de los directores del mismo (Dr. Córscico).

Los cálculos adiabáticos de los períodos de pulsación sobre los cuales se basan estos análisis han sido realizados con los códigos numéricos descritos en Córscico (2003), Monachessi (2006) y Córscico et al. (2006). Para estos análisis se han estudiado los espectros de pulsaciones de alrededor de 3000 modelos de estrellas PG1159 correspondientes a un amplio rango de temperaturas ( $4,8 \lesssim \log T_{\text{ef}} \lesssim 5,5$ ) y luminosidades ( $0 \lesssim \log L_{\star}/L_{\odot} \lesssim 4,2$ ), y un rango amplio de masas estelares ( $0,530 \leq M_{\star}/M_{\odot} \leq 0,741$ ).

En los análisis adiabáticos presentados en esta sección, han sido utilizados tres métodos astrosismológicos para la determinación de la masa de cada estrella PG1159 pulsante. Los dos primeros métodos se basan en la comparación del espaciamiento medio de períodos observado en cada estrella ( $\Delta\Pi^O$ ) con los valores del espaciamiento asintótico de períodos<sup>16</sup> ( $\Delta\Pi_l^a$ ) y el valor medio del espaciamiento de períodos calculados ( $\Delta\Pi_k$ , en el rango observado). Estos dos métodos se basan en el hecho de que el espaciamiento de períodos de estrellas PG1159 pulsantes *depende principalmente de la masa estelar del objeto* (Kawaler y Bradley 1994). El tercer método consiste en la comparación directa de los períodos calculados en cada modelo estelar con los períodos observados en cada estrella. En este método se busca el modelo cuyo espectro de pulsaciones teórico ( $\Pi_k$ ) ajuste de la mejor manera posible el espectro observado de pulsaciones

<sup>16</sup>La mayoría de los estudios previos, como los mencionados por Werner y Herwig (2006), se basan específicamente en este método particular. Esto se debe a que la utilización del espaciamiento asintótico de períodos no requiere del cálculo detallado del espectro de períodos de los modelos, pues  $\Delta\Pi_l^a = \Pi_0/\sqrt{l(l+1)}$  donde  $\Pi_0 = 2\pi^2 \left[ \int_{r_1}^{r_2} (N/r) dr \right]^{-1}$  donde  $N$  es la frecuencia de Brünt-Väisälä (Tassoul et al. 1990).

de una estrella dada ( $\Pi_i^O$ ), donde la bondad del ajuste entre los períodos pulsacionales se realiza mediante una función  $\chi^2(M_\star, T_{\text{ef}}) = \sum_{i=1}^n \text{mín}[(\Pi_i^O - \Pi_k)^2]/n$ , donde  $n$  es el número de períodos observados en la estrella. Aquel modelo de estrella PG1159 que muestre el menor valor de  $\chi^2$  es el que se adoptará como el modelo de mejor ajuste. Éste último método tiene la virtud de ofrecer (o identificar) un modelo estelar como aquel correspondiente a la estrella estudiada, arrojando de manera completamente independiente valores para la masa, luminosidad, gravedad y temperatura efectiva de esta estrella.

A su vez, se ha realizado un análisis no adiabático de la excitación de los modelos de PG1159 presentados en las secciones y capítulos anteriores. Este estudio ha permitido determinar la banda de inestabilidades teórica de los modelos de estrellas PG1159. A continuación resumimos los resultados de dichos análisis.

### 6.3.1. Banda de inestabilidades teórica.

Estos cálculos fueron realizados con el código numérico descrito en Córscico et al. (2006) y Monachessi (2006), el cual resuelve el sistema completo de ecuaciones complejas de sexto orden de ecuaciones linealizadas y condiciones de borde descrito en Unno et al. (1989). Dicho código provee, entre otras cosas, para cada modo el autovalor adimensional complejo  $\omega$  el cual está relacionado a los períodos de pulsación y la tasa de crecimiento de la excitación en los modos. La resolución se realiza bajo la hipótesis de “convección congelada” (“frozen-in convection”), la cual es una aproximación muy buena en estrellas PG1159 en las cuales el papel jugado por el transporte de energía es completamente despreciable. De igual forma se estudian solamente las inestabilidades causadas por el mecanismo  $\kappa$  asociado a la joroba en el perfil de opacidades causado por la ionización parcial de los electrones de las capas C<sub>V-VI</sub> y O<sub>VII-VIII</sub>, centrada en  $\log T \sim 6,2$  (Quirion et al. 2005, Gautschy et al. 2005), ya que las inestabilidades de corto período causadas por la liberación de energía en las capas ardientes (mecanismo  $\epsilon$ ), no son observadas en estrellas PG1159<sup>17</sup>. En este sentido vale la pena notar que las abundancias de He/C/O, que juegan un papel decisivo en la determinación de las regiones de inestabilidad, de nuestros modelos son similares a las observadas en estrellas PG1159.

Para una presentación detallada de los cálculos y resultados obtenidos referimos al lector al trabajo de Córscico et al. (2006), en lo que sigue presentamos un breve resumen de los principales resultados obtenidos.

**Resultados** La figura 6.12 muestra la banda de inestabilidad predicha en comparación con la ubicación de las estrellas PG1159 pulsantes. Como puede allí observarse todas las estrellas PG1159 pulsantes caen dentro de la banda de inestabilidades predicha por nuestros análisis. Sin embargo muchas estrellas no variables están ubicadas dentro de esta banda.

A grandes rasgos, el análisis no adiabático de secuencias de estrellas PG1159 con un modelado detallado tanto de la historia previa como del evento del pulso térmico tardío que da lugar a la superficie deficiente en H y rica en He, C y O, permite corroborar los siguientes puntos ya encontrados por otros autores:

- En las estrellas PG1159 pulsantes los modos  $g$  son excitados, en el rango correcto de períodos y temperaturas efectivas, por el mecanismo  $\kappa$  debido a la ionización parcial del C y O, sin la necesidad de gradientes químicos entre la superficie y la región donde se excitan los modos.
- La banda de inestabilidad posee un borde azul bastante bien definido, que depende fuertemente de la masa estelar.

<sup>17</sup>Con la posible excepción de VV47 (Gonzalez-Perez et al. 2006, Córscico et al. 2009).



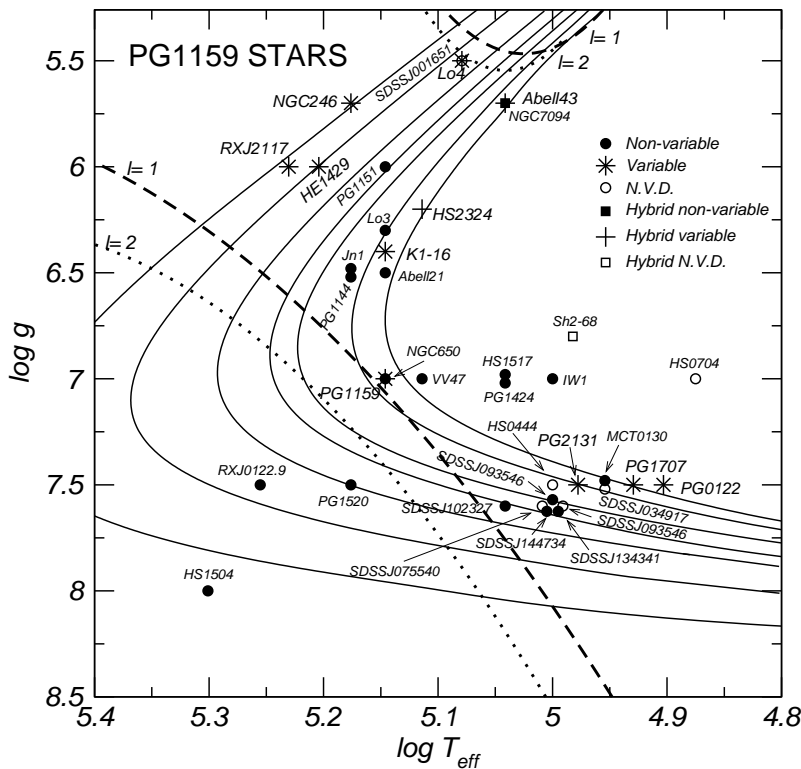


Figura 6.12: Ubicación de la banda de inestabilidad teórica para estrellas PG1159 pulsantes en un diagrama  $T_{\text{ef}} - g$ , para el caso de modos con  $\ell = 1$  y  $\ell = 2$ .

- La región de inestabilidad se separa en dos regiones bien diferenciadas para la mayoría de las secuencias. Una correspondiente a la etapa de altas luminosidades caracterizada por períodos largos (relacionada observacionalmente con los núcleos variables de nebulosas planetarias o PNNV) y la segunda a bajas luminosidades (a la entrada de la región de enanas blancas y usualmente denominadas DOV) correspondiente a pulsaciones de períodos cortos.
- Existe un muy buen acuerdo entre los períodos observados en estrellas PG1159 pulsantes y los rangos de períodos inestables. Debe notarse sin embargo que mientras en los modelos teóricos todos los modos dentro del rango de excitación resultan efectivamente excitados, en las estrellas reales no todos los modos consecutivos son efectivamente observados.
- Los períodos de los modos excitados decrecen a medida que decrece la luminosidad (o aumento de la gravedad efectiva), tal como se observa en las estrellas PG1159.

Además de estos resultados, la utilización de modelos detallados con un modelado apropiado de la historia previa de las estrellas PG1159 permite por primera vez determinar los siguientes puntos.

- Existe un borde rojo del dominio de inestabilidad bien definido en el régimen de altas luminosidades (bajas gravedades efectivas). Este borde es fuertemente dependiente de la masa del objeto.
- El borde de los dominios de inestabilidad en el régimen de períodos largos en el plano  $\log T_{\text{ef}} - \log \Pi$  esta bien definido.
- Si bien todas las estrellas pulsantes se encuentran en la banda de inestabilidad teórica, existen estrellas no pulsantes en la banda de inestabilidad teórica con abundancias de He

estándar cuya presencia no puede ser, entonces, entendida en base al argumento de Quirion et al. (2004).

- La naturaleza pulsante de la estrella PG 1159-035 puede explicarse naturalmente si se adopta una masa de  $\sim 0,53M_{\odot}$ , valor significativamente menor al valor astrosismológico usualmente adoptado ( $\sim 0,59M_{\odot}$ , Kawaler y Bradley 1994), pero muy similar al que surge de las inferencias espectroscópicas al utilizar la relación  $T_{\text{ef}} - g - M$  que surge de estas mismas secuencias.

### 6.3.2. PG 1159-035: El prototipo

En esta y en las subsecciones siguientes resumiremos algunos puntos esenciales que surgen al aplicar los modelos de estrella PG1159 desarrollados en esta tesis al estudio de las propiedades astrosismológicas de estrellas PG1159.

La estrella PG 1159-035 es el prototipo tanto de la clase de estrellas pulsantes PG1159 (GW Vir) como de la clase espectroscópica PG1159. PG 1159-035 está caracterizada por parámetros atmosféricos  $T_{\text{ef}} = 140\,000 \pm 5\,000$  K y  $\log g = 7,0 \pm 0,5$  (Jahn et al. 2007). Como ya se mencionó en la introducción, desde el descubrimiento de sus variaciones fotométricas (McGraw et al. 1979a,b), la estrella ha sido el objeto de numerosos estudios y campañas observacionales. Entre estas campañas son especialmente notables el trabajo de Winget et al. quienes identificaron 122 períodos (por medio de un análisis Fourier de la curva de luz) y el trabajo de Costa et al. (2008) que aumentó en 76 el número de períodos identificados en la estrella. Con 198 períodos identificados actualmente, PG 1159-035 es la segunda estrella con mayor número de períodos detectados, detrás del sol. Los valores de espaciamentos medios observados en la estrella por Costa et al. (2008) son  $\Delta\Pi_{\ell=1}^O = 21,43 \pm 0,03$ s y  $\Delta\Pi_{\ell=2}^O = 12,38 \pm 0,01$ s.

En lo que sigue hacemos una breve descripción de los resultados que surgen al analizar los datos astrosismológicos de PG 1159-035 a la luz de los nuevos modelos de estrellas PG1159 presentados en esta tesis. Una presentación detallada de todos esos resultados y como fueron obtenidos puede encontrarse en Córscico et al. (2008).

**Breves conclusiones** Mediante la utilización de las relaciones  $\Delta\Pi_{\ell}^g$  vs  $T_{\text{ef}}$  y  $\bar{\Delta}\Pi_{\ell}$  vs  $T_{\text{ef}}$  que surgen del análisis de nuestros modelos de estrellas PG1159 junto a las determinaciones de  $\Delta\Pi_{\ell}^O$  (Costa et al. 2008) y  $T_{\text{ef}}$ , hemos podido inferir valores para la masa de PG 1159-035. La comparación con el espaciamento asintótico de períodos arroja una masa de  $0,577 - 0,585M_{\odot}$ , similar a la de trabajos anteriores. Por su parte la determinación utilizando el espaciamento medio de períodos<sup>18</sup> sugiere una masa entre  $0,561 - 0,587M_{\odot}$  la cual está más cerca del valor inferido espectroscópicamente al utilizar nuestras secuencias (tabla 6.1).

En este sentido la masa determinada mediante el ajuste individual de períodos (el tercer método utilizado) sugiere una masa astrosismológica para PG 1159-035 de  $0,565M_{\odot}$ . Este valor es un 4% más bajo que el usualmente determinado para PG 1159-035 ( $\sim 0,59M_{\odot}$ ) pero en buen acuerdo con la masa espectroscópica que surge de utilizar las determinaciones espectroscópicas de  $T_{\text{ef}} - g$  junto a la relación  $T_{\text{ef}} - g - M$  que surge de los mismos modelos utilizados en el análisis astrosismológico. Esto sugiere que la consistencia entre las determinaciones astrosismológicas y espectroscópicas de masa es mayor cuando se utilizan los mismos modelos teóricos en ambas determinaciones. A su vez el modelo de mejor ajuste para PG 1159-035 indica una temperatura efectiva de  $T_{\text{ef}} = 128\,000$  una gravedad efectiva de  $\log g = 7,42$  y una luminosidad de  $\log L_{\star}/L_{\odot} = 2,15$ , el cual cae fuera de la banda de inestabilidades teórica (ver 6.13).

Es interesante enfatizar que utilizando modelos con una historia evolutiva correcta para estrellas PG1159 ha sido posible encontrar un modelo que reproduce el espectro de períodos

<sup>18</sup>La cual es más correcta ya que el espaciamento asintótico debiera corresponderse con el observado solo en el límite de altos órdenes radiales y para objetos con composición química uniforme, que no es el caso esperado en las estrellas PG1159.

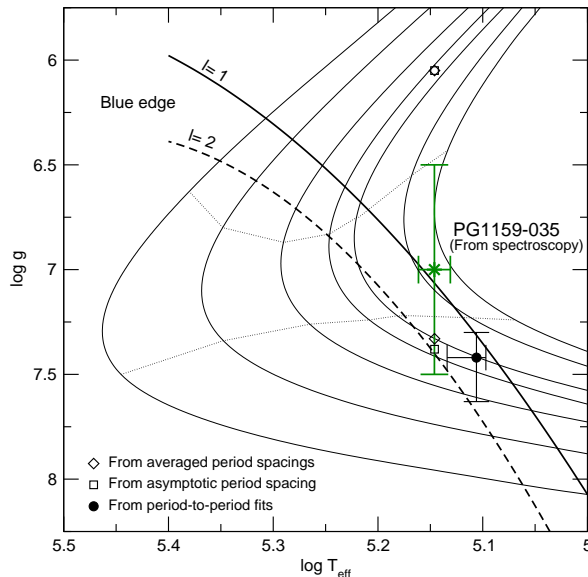


Figura 6.13: Ubicación de PG 1159-035, en un diagrama  $T_{\text{ef}}-g$ , predicha por los diferentes métodos utilizados para determinar la masa de PG 1159-035. Las dos líneas punteadas indican las regiones de diferente comportamiento de la tasa de cambio de períodos de los modo teóricos. Por encima (debajo) de la ambas líneas punteadas se encuentra la zona donde todas las tasas de cambio de período resultan todas  $\dot{\Pi} < 0$  ( $\dot{\Pi} > 0$ ), mientras que entre ambas líneas punteadas coexisten tasas de cambio de períodos tanto positivas como negativas. Nótese en particular que el modelo de mejor ajuste de PG 1159-035 obtenido en este estudio cae fuera de la banda teórica predicha para estrellas PG1159 pulsantes. De igual forma la ubicación de este modelo cae en la región donde todos los modos teóricos muestran  $\dot{\Pi} > 0$ , lo que resulta inconsistente con los resultados de Costa y Kepler (2008).

observado en PG 1159-035 *sin realizar ningún ajuste ad-hoc de los parámetros estructurales*<sup>19</sup> *de la misma*. En este sentido es interesante mencionar que nuestro modelo de mejor ajuste está caracterizado por una envoltura rica en He de ancho  $\sim 0,017M_{\odot}$ .

En base a la luminosidad de este modelo de mejor ajuste, es posible determinar una distancia astrosismológica para PG1159, la cual resulta ser de  $d = 363^{+76}_{-61}$  pc.

Por otra parte el modelo de mejor ajuste derivado para PG 1159-035 predice que todos los períodos de pulsación deberían aumentar con el tiempo ( $\dot{\Pi} > 0$ ), de acuerdo a lo que se espera debido al decrecimiento de la frecuencia de Brunt-Väisälä en el núcleo introducida por el enfriamiento (ver sección 2.3.6). Esta particularidad es compartida por todos los modelos teóricos debajo de la línea punteada inferior de la figura 6.13, donde efectivamente se encuentra nuestro modelo de mejor ajuste. Este resultado claramente contradice las mediciones de  $\dot{\Pi}$  en PG 1159-035 realizadas por Costa y Kepler (2008), quienes encuentran que la estrella presenta una mezcla de tasas de cambio de períodos tanto positivas como negativas. Nuestros modelos que predicen ese tipo de comportamiento son aquellos ubicados entre las dos líneas punteadas de la figura 6.13, lo que ubicaría a PG 1159-035 a menores gravedades efectivas y por lo tanto mas cerca de las determinaciones espectroscópicas. Peor aún, la tasa de cambio de períodos usualmente determinadas en PG 1159-035 son un orden de magnitud más grandes a los valores que caracterizan a nuestro modelo de mejor ajuste. En particular Costa y Kepler (2008) reportan un valor de  $\dot{\Pi} = (+19, 2 \pm 0, 8) \times 10^{-11}$  s/s para el modo de 517,1 s, excesivamente mayor al valor predicho por nuestros cálculos para ese modo ( $\dot{\Pi} = +1, 4 \times 10^{-11}$  s/s).

Sin embargo nuestro modelo de mejor ajuste es incapaz de explicar varias propiedades de PG 1159-035, lo que sugiere que nuestros modelos no son completamente apropiados para describir

<sup>19</sup>Perfil químico de C-O, abundancias superficiales de He o el ancho de la envoltura rica en He

a estas estrellas. De estos puntos es interesante mencionar el hecho de que nuestro modelo de mejor ajuste se encuentra fuera de la banda de inestabilidad, lo que junto a la mezcla de valores  $\dot{M}$  medidos en PG1159 y el valor espectroscópico determinado para la estrella sugieren que la gravedad efectiva de nuestro modelo de mejor ajuste es demasiado grande. Finalmente un punto especialmente interesante es el que la tasa de cambio de períodos medidas por Costa y Kepler (2008) son aproximadamente un orden de magnitud más grandes que las determinadas para nuestro modelo. Esto sugiere que PG 1159-035 esta evolucionando significativamente más rápido que lo predicho por nuestros modelos.

### 6.3.3. RX J2117.1+3412: La PG1159 pulsante más caliente

RX J2117.1+3412 es el representante más caliente de la clase de estrellas PG1159 pulsantes. Descubierta como una fuente de rayos X por el relevamiento celeste ROSAT (Mocht et al. 1993), Werner et al. (1996) y Rauch y Werner (1997) han determinado, mediante el ajuste de modelos de atmósferas NLTE tanto en el óptico como en el UV, que la temperatura de la estrella es de  $T_{\text{ef}} = 170\,000 \pm 10\,000\text{K}$  y su gravedad superficial de  $\log g = 6_{-0.2}^{+0.3}$ . La estrella posee a su alrededor una nebulosa planetaria muy extendida y difusa la cual, a una distancia de 1400 pc (Appleton et al. 1993), resulta la más grande conocida, con un diámetro de 5,3 pc. Este tamaño tan grande para su nebulosa planetaria implica una edad de expansión mucho más grande de la que surge de la evolución estelar (Appleton et al. 1993). Las pulsaciones en RX J2117.1+3412 fueron descubiertas independientemente por Watson (1992) y Vauclair et al. (1993). Debido a su altísima temperatura esta estrella define el borde azul observacional de la banda de inestabilidades de las estrellas PG1159. Más recientemente Vauclair et al. (2002) publicaron un estudio astrosismológico muy completo de RX J2117.1+3412 basado en campañas fotométricas multisitio. Con esa importante cantidad de nuevos datos Vauclair et al. (2002) han sido capaces de realizar determinaciones de la masa estelar, el espesor de la envoltura rica en He, la luminosidad y la distancia aún sin la ayuda de calculos teóricos detallados de pulsaciones de estrellas PG1159. Es interesante notar que al momento de dicho trabajo, no existían modelos de estrellas PG1159 realistas para la región de altas luminosidades y temperaturas en la cual se encuentra RX J2117.1+3412, por lo que los autores debieron utilizar extrapolaciones de los resultados de Kawaler y Bradley (1994) para luminosidades mucho mayores a aquellas para las cuales fueron derivadas. En este sentido vale la pena notar que la masa astrosismológica derivada por Vauclair et al. (2002) para RX J2117.1+3412 es de  $0,56M_{\odot}$ , completamente en desacuerdo de lo que surge de un análisis espectroscópico ( $0,72M_{\odot}$ , ver tabla 6.1). Esta seria discrepancia con lo que surge del análisis espectroscópico acoplado a modelos detallados de estrellas PG1159 arroja serias dudas sobre las inferencias de Vauclair et al. (2002).

Aquí presentaremos una breve descripción de los resultados que surgen de analizar los datos de Vauclair et al. (2002) a la luz de las propiedades astrosismológicas de los modelos de estrellas PG1159 presentados en esta tesis. Una presentación detallada de los métodos y resultados puede encontrarse en Córscico et al. (2007a). Vale la pena enfatizar que para la rápida etapa evolutiva en la que se encuentra la estrella RX J2117.1+3412 el detalle de la estructura tanto térmica, y por lo tanto de su historia previa reciente, sea relevante a la hora de interpretar correctamente las observaciones. La ubicación de RX J2117.1+3412 en un diagrama  $T_{\text{ef}} - g$  puede apreciarse en la figura 6.12.

#### Breves conclusiones.

Se realizó un reanálisis de las propiedades pulsacionales (Vauclair et al. 2002) del representante más caliente de la clase de estrellas PG1159 pulsantes (RX J2117.1+3412) a la luz de los nuevos modelos de estrella PG1159 presentados en esta tesis.

Uno de los principales resultados es que la teoría de pulsaciones estelares sugiere muy fuertemente que RX J2117.1+3412 es una estrella PG1159 de masa promedio con una masa

$0,56 - 0,57M_{\odot}$ . Esto es sugerido, no solo por el espaciamiento observado de períodos sino también por un ajuste período por período del espectro observado. Este valor es mucho más bajo que aquel que surge del análisis espectroscópico acoplado a la relación  $T_{\text{ef}} - g - M$  de las secuencias calculadas en esta tesis ( $\sim 0,72M_{\odot}$ ). Es interesante que los resultados espectroscópicos no pueden reconciliarse tampoco con los resultados astrosismológicos ya que, a la gravedad y temperaturas de estos últimos, el espectro de RX J2117.1+3412 debería mostrar algunas características claras en las líneas de CIV y OV que no se observan. Esta discrepancia junto con la gran consistencia interna del resultado astrosismológico son una fuerte indicación de las incompletitud de nuestro conocimiento de la evolución de estas estrellas. Veremos más adelante (sección 6.6) que la posibilidad de que las estrellas PG1159 posean envolturas más delgadas que aquellas predichas por nuestros modelos puede ayudar a reconciliar los resultados astrosismológicos y numéricos. Otra posibilidad, menos verosímil pero probable, para resolver esta inconsistencia sería la posibilidad de que algunos modos intermedios de RX J2117.1+3412 estuviesen ausentes en su periodograma. En efecto si dichos períodos fuesen observados el espaciamiento medio de RX J2117.1+3412 podría ser la mitad de lo determinado por Vauclair et al. (2002) ( $\sim 11\text{s}$ ) y la masa astrosismológica sería de  $M \sim 0,8 - 0,85M_{\odot}$ ; lo que resultaría consistente con la ubicación en el diagrama  $T_{\text{ef}} - g$  (ver figura 6.12). Sin embargo los análisis de Vauclair et al. (2002) no muestran ningún indicio de estos modos intermedios.

Como en el caso de PG 1159-035, gracias a poseer una grilla de modelos detallados de PG1159 ha sido posible obtener un modelo astrosismológico representativo de RX J2117.1+3412, el cual reproduce los períodos observados con gran calidad ( $\delta\bar{\Pi} = 1,08\text{s}$ ). Haciendo uso de la determinación de un modelo representativo de RX J2117.1+3412, hemos podido inferir una distancia “sismológica” a la estrella. Como resultado de la mucho más baja luminosidad de nuestro modelo en relación a lo previamente adoptado para la estrella, la distancia inferida (de  $d = 452\text{pc}$  con una extinción interestelar de  $A_V = 0,45$  según los modelos de Chen et al. 1998) es marcadamente más pequeña que en trabajos anteriores. El resultado más relevante de esta nueva distancia es que el tamaño de la nebulosa planetaria es disminuido consecuentemente, produciendo un acuerdo sorprendente entre la edad de expansión derivada de la nebulosa planetaria ( $2,74 \times 10^4$  años) y la edad evolutiva del modelo de mejor ajuste ( $\sim 2,5 \times 10^4$  años). Esta coincidencia, que elimina la (gran) inconsistencia previa en la edad de RX J2117.1+3412, refuerza la confiabilidad de nuestro modelo de mejor ajuste y de la masa derivada para RX J2117.1+3412.

La solidez de los resultados astrosismológicos de RX J2117.1+3412 y la fuerte contradicción de la masa derivada por estos métodos con la que surge de las inferencias espectroscópicas ( $\sim 0,72M_{\odot}$ ) acopladas con la relación  $T_{\text{ef}} - g - M$  que surge de estas mismas secuencias utilizadas en el análisis astrosismológico, llama a una fuerte revisión de las inferencias espectroscópicas de RX J2117.1+3412.

#### 6.3.4. PG 0122+200: La PG1159 pulsante más fría

PG 0122+200 es la estrella pulsante más fría dentro de la clase PG1159 de estrellas deficientes en H. Está caracterizada por una temperatura de  $T_{\text{ef}} = 80\,000\text{K}$  y una gravedad superficial de  $\log g = 7,5 \pm 0,5$  (Dreizler y Heber 1998). Las variaciones fotométricas de esta estrella fueron descubiertas por Bond y Grauer (1997). Con esta temperatura y gravedad la estrella pulsante PG 0122+200 se ubica al comienzo de su etapa evolutiva como enana blanca deficiente en H (ver figura 6.14). Una consecuencia de esta etapa evolutiva —tardía en relación a la mayoría de sus compañeras en la clase espectroscópica PG1159— es que la pérdida de energía por neutrinos en PG 0122+200 debiera ser una de sus fuentes principales (junto a la emisión de fotones) de pérdida de energía (O’Brien et al. 1998). Debido a todo esto PG 0122+200 ha sido sugerida, en más de una ocasión, como una herramienta única para estudiar la física de neutrinos.

Recientemente, Fu et al. (2007) han presentado los análisis de varias campañas fotométricas de PG 0122+200 que lleva el número de períodos detectados en esta estrella a 23, todos

identificados como modos  $\ell = 1$ . El espaciamento medio de períodos determinado sobre la base de esos 23 períodos es de  $\Delta\Pi^O = 22,9\text{s}$ , lo que utilizando los modelos de Kawaler y Bradley (1994) ha permitido a Fu et al. (2007) derivar una masa de  $0,59M_\odot$  para este objeto. Esta masa resulta significativamente mayor ( $\sim 10\%$ ) a la que surge del análisis espectroscópico al utilizar relaciones  $T_{\text{ef}} - g - M$  provenientes de secuencias evolutivas deficientes en H (Dreizler y Heber 1998 y nuestras propias determinaciones en la tabla 6.1). Una determinación precisa de la masa de PG 0122+200 es una condición necesaria para poder llevar a cabo cualquier aspiración de utilizar a la estrella para estudiar la física de neutrinos.

La discrepancia significativa entre las determinaciones espectroscópicas y astrosismológicas de la masa nos ha motivado a analizar las propiedades pulsacionales de PG 0122+200 a la luz de los modelos de estrellas PG1159 presentados en esta tesis. Además, de este punto otro punto que requiere cierta análisis es el de la envoltura rica en He de la estrella. Fu et al. (2007) derivan un espesor para la envoltura rica en He de  $-6 \lesssim \log M_{\text{env}}/M_\star \lesssim -5,3$ , lo que representa un valor más de dos órdenes de magnitud por debajo de lo que surge del modelado evolutivo de estrellas post-AGB.

La presente sección, al igual que las anteriores, tiene como objetivo solo presentar un breve resumen de los resultados que surgen al analizar las propiedades pulsacionales de PG 0122+200 a la luz de los modelos de estrellas PG1159 presentados en esta tesis. Una presentación detallada de los resultados y análisis de este trabajo puede encontrarse en Córscico et al. (2007b).

### Algunas breves conclusiones

Hemos realizado un estudio de las propiedades pulsacionales de PG 0122+200 a la luz de los nuevos modelos de estrellas PG1159 derivados en esta tesis. Nuestros resultados utilizando, tres métodos diferentes para determinar la masa de la estrella sugieren que la utilización del espaciamento asintótico de períodos, para determinar la masa de estrellas PG1159 con períodos relativamente cortos (como es el caso de PG 0122+200), puede llevar a sobreestimar significativamente la masa de la estrella. En el caso particular de PG 0122+200 mientras la utilización de la expresión del espaciamento asintótico de períodos sugiere una masa de  $0,625M_\odot$ , la comparación de los períodos observados (o su espaciamento medio) con los períodos que surgen de cálculos detallados de los espectros de pulsaciones de modelos numéricos de estrellas PG1159 (o el espaciamento medio teórico), sugieren una masa mucho más baja de  $M_\star \sim 0,556 - 0,567M_\odot$  ( $0,556M_\odot$  utilizando el ajuste de períodos y  $0,567M_\odot$  al comparar el espaciamento medio de períodos). Por lo tanto, uno de los resultados principales del presente análisis es que la masa astrosismológica de la estrella PG 0122+200 sería significativamente menor ( $\sim 6\text{-}20\%$ ) que lo sospechado hasta el momento (O'Brien et al. 1998, Fu et al. 2002). La nueva masa astrosismológica de PG 0122+200 es entonces mucho más cercana (dentro de  $\sim 5\%$ ) a la determinada mediante los valores espectroscópicos de  $T_{\text{ef}}$  y  $g$  acoplados a las relaciones  $T_{\text{ef}} - g - M$  que surgen de las mismas secuencias utilizadas en el análisis astrosismológico. Como en los dos casos anteriores, mediante la identificación de un modelo de mejor ajuste al espectro de períodos observado en PG 0122+200 se obtiene no solo una masa para dicha estrella (el valor ya mencionado de  $0,556M_\odot$ ) sino también la temperatura, gravedad y luminosidad de la estrella de manera completamente independientes. Estas resultan:  $T_{\text{ef}} = 81\,540\text{K}$ ,  $\log g = 7,65$  y  $\log L_\star/L_\odot = 1,14$ . Es importante mencionar que el excelente ajuste al espectro de períodos obtenido para PG 0122+200 en el presente trabajo ( $\delta\Pi = 0,885\text{s}$ ) surge naturalmente al utilizar una estructura química interna realista (o físicamente verosímil), sin la necesidad de ajustar ningún parámetro estructural. En particular la masa de la envoltura rica en He del modelo de mejor ajuste ( $M_{\text{env}} = 0,019M_\odot$ ) muestra una envoltura mucho más gruesa que la sugerida por Fu et al. (2002) ( $(6 - 30) \times 10^{-7}M_\odot$ ).

Finalmente, nuestro modelo de mejor ajuste sugiere una tasa de cambio de períodos para PG 0122+200 entre  $1,22 \times 10^{-12}$  y  $3,26 \times 10^{-12}\text{s/s}$ . Aunque la tasa de cambio de los períodos de

PG 0122+200 aún no han sido observados, de ser medidos dichos valores, PG 0122+200 podría ser utilizada para estudiar la tasa de emisión de neutrinos en los interiores densos de enanas blancas.

## 6.4. Evaluando la posibilidad de utilizar a PG 0122+200 como laboratorio de física fundamental

“What’s the difference between an invisible, incorporeal, floating dragon who spits heatless fire and no dragon at all?”

Carl Sagan (1996), *The Demon-Haunted World. Science as a Candle in the Dark*

PG 0122+200 es el representante más frío de la clase de estrellas PG1159 pulsantes. La misma se encuentra ya en el régimen de enana blanca, aunque aún retiene una composición superficial rica en He, C y O (es decir aún no ha sufrido la transformación en una estrella DO por medio del asentamiento gravitacional). Esta estrella no solo es especialmente interesante por ser el representante más frío de la clase DOV, sino también porque a la temperatura inferida para dicha estrella ( $T_{\text{ef}} = 80\,000 \pm 4\,000\text{K}$ , Dreizler y Heber 1998) los modelos teóricos sugieren que la pérdida de energía por emisión de neutrinos podría ser similar, e incluso superior, a la luminosidad de fotones de la estrella (Kawaler et al. 1985, O’Brien et al. 1998, O’Brien y Kawaler 2000). Esto hace de PG 0122+200 un objeto especialmente interesante para estudiar la física de neutrinos en medios extremadamente densos y calientes como los que caracterizan a los núcleos de las enanas blancas, ya que una posible alteración de la tasa de emisión de neutrinos estándar debiera alterar la evolución de dicha estrella. A diferencia de lo que ocurre en una estrella como el sol, la tasa de emisión de neutrinos en una (pre)-enana blanca es el resultado de procesos de dispersión, especialmente de los procesos  $\gamma \rightarrow \bar{\nu}\nu$  (decaimiento de fotones o “plasmón”), y  $e^-(Ze) \rightarrow (Ze)e^-\bar{\nu}\nu$  (Bremsstrahlung). Si el núcleo de PG 0122+200 estuviera siendo enfriado por emisión de neutrinos, la estrella podría ser utilizada para fijar cotas a la tasas teóricas de emisión de neutrinos midiendo la tasa de enfriamiento de la estrella.

La tasa de enfriamiento de PG 0122+200 puede en principio determinarse a través de la tasa de cambio de períodos  $\dot{\Pi}$  de los modos  $g$  presentes en la estrella. Hemos visto que la tasa de cambio de períodos en una enana blanca se relaciona con la tasa de contracción  $\dot{R}_*$  y la tasa de cambio de la temperatura del núcleo  $\dot{T}$ , mediante la ecuación 2.24 (Winget et al. 1983). En principio la tasa de cambio de períodos en una estrella pulsante requiere de la observación de un mismo modo a lo largo de varios años. Dado que PG 0122+200 es un pulsador bastante estable y gracias a que la tasa de contracción es muy baja en su estadio evolutivo (i.e. una vez que la estrella alcanza el régimen de enana blanca), esta estrella es un muy buen candidato para determinar  $\dot{T}$  mediante la medición de  $\dot{\Pi}$ . A la fecha tasas de cambio de períodos en estrellas PG1159 solo han sido determinadas para 27 modos de la estrella PG 1159-035 (Costa y Kepler 2008) y no existen determinaciones de  $\dot{\Pi}$  para PG 0122+200. Sin embargo dichos estudios están actualmente en desarrollo, en especial para el muy estable período de  $\sim 400\text{s}$  presente en PG 0122+200 (ver Vauclair y Fu 2009, para resultados preliminares).

Los modelos evolutivos aquí desarrollados permiten analizar la posibilidad de que PG 0122+200 pueda ser utilizada como una herramienta para acotar la tasa real de emisión de neutrinos. Aprovechando que posibles pérdidas adicionales de energía por emisión de neutrinos pueden deberse al impacto sobre las tasas de emisión de neutrinos de la existencia de un momento magnético anómalo del neutrino o de una carga del neutrino, la idea es estimar que tan sensibles serían nuestros modelos a la hipotética existencia de estas propiedades y por lo tanto si PG 0122+200 puede utilizarse para estudiar la física de neutrinos. A su vez, como PG 0122+200 se encuentra en la etapa en la que tanto la emisión de neutrinos como de fotones es importante, analizaremos la posibilidad de que esta estrella pueda ser también utilizada para estudiar la existencia (y

masa) de axiones DFSZ (ver sección 4.2.1).

Los análisis que presentamos aquí se basan en la determinación de un modelo de mejor ajuste descrito en la sección anterior, el cual posee  $T_{\text{ef}} = 81\,540\text{K}$ ,  $\log g = 7,65$  y  $\log L_{\star}/L_{\odot} = 1,14$  y  $M_{\star} = 0,556M_{\odot}$ . La figura 6.14 muestra la ubicación del modelo obtenido mediante el ajuste del espectro de períodos en un diagrama  $T_{\text{ef}} - g$ . Como vimos en la sección 6.3.4, sobre la base de los modelos numéricos detallados de estrellas PG1159 presentados en esta tesis, es posible encontrar un modelo estelar que ajusta el espectro de períodos de PG 0122+200. Como vimos en la sección 6.3.4 el ajuste entre el espectro de períodos del modelo de mejor ajuste y el espectro observado de (9) períodos es excelente, con una diferencia absoluta de períodos de tan solo  $\delta\Pi = 0,88\text{s}$ .

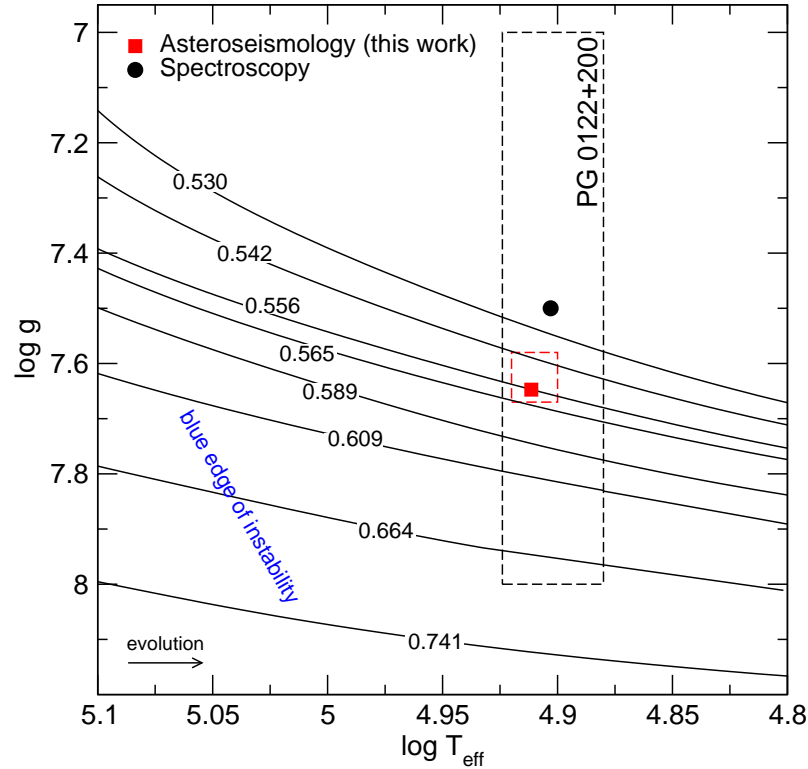


Figura 6.14: Ubicación del modelo de mejor ajuste de PG 0122+200 comparado con la determinación espectroscópica de  $T_{\text{ef}}$  y  $g$ . PG 0122+200 se encuentra ya claramente dentro del régimen de enana blanca en un estado inmediatamente anterior a transformarse en una estrella de tipo espectral DO.

#### 6.4.1. Impacto de tasas de emisión de neutrinos no estándar sobre la tasa de cambio de períodos

Como se mencionó más arriba, estudios previos de PG 0122+200 sugerían que esta estrella podría estar enfriándose principalmente por emisión de neutrinos. (O'Brien et al. 1998, O'Brien y Kawaler 2000). Sin embargo debido a que la masa de nuestro modelo astrosismológico para PG 0122+200 ( $0,556M_{\odot}$ ) es significativamente menor a la derivada en trabajos previos ( $0,59M_{\odot}$ , Fu et al. 2007;  $0,66M_{\odot}$  O'Brien et al. 1998), es de esperar que la emisión de neutrinos sea un poco menor a lo determinado en trabajos anteriores.

En el panel superior de la figura 6.15 se muestra la evolución de la secuencia de  $0,556M_{\odot}$  en la región correspondiente al modelo de mejor ajuste para PG 0122+200. Allí se han superpuesto los valores de la emisión de neutrinos para diferentes tasas (anómalas) de emisión de neutrinos ( $\epsilon_a$ ). El valor de  $\epsilon_a$  se obtiene mediante la multiplicación de la tasa estándar de emisión de neutrinos  $\epsilon_{\nu}$  por un factor arbitrario  $F_{\nu}$ . El caso  $F_{\nu} = 1$  claramente corresponde a la emisión estándar



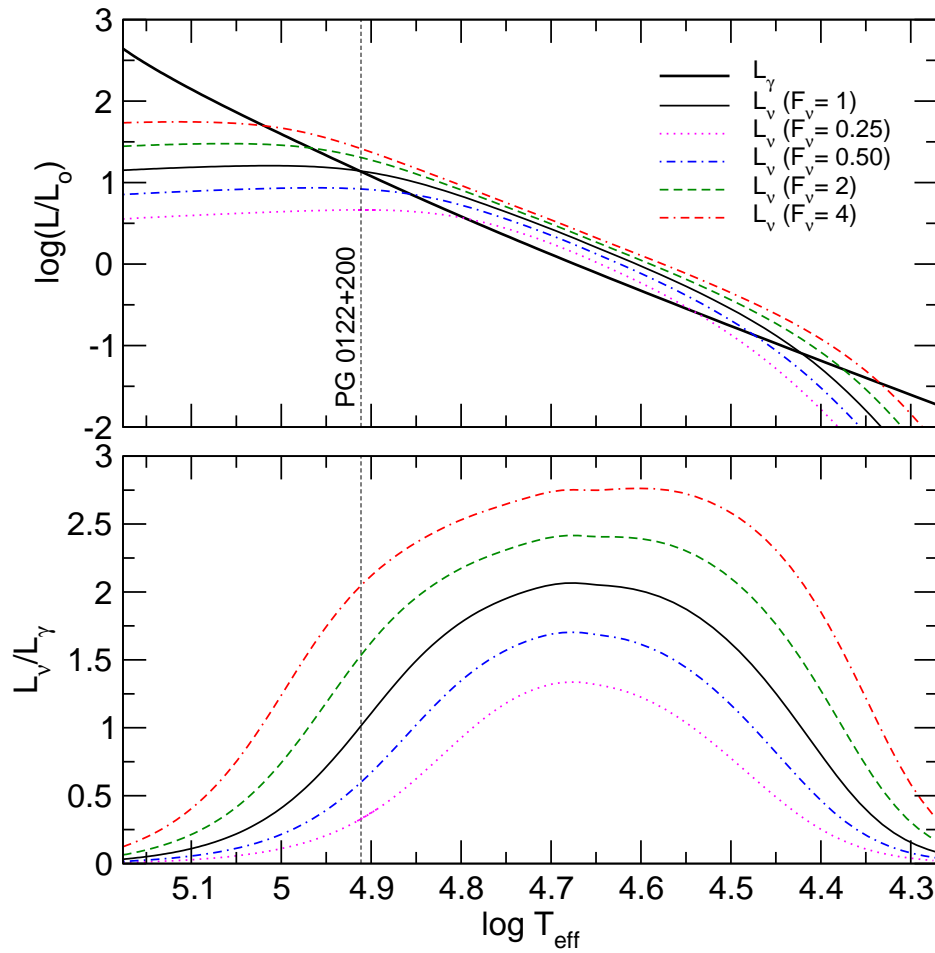


Figura 6.15: *Panel Superior:* Evolución de la luminosidad  $L_{\gamma}$  de la secuencia de  $0,556M_{\odot}$  con la temperatura efectiva en la etapa de DOV. La evolución de la liberación de energía por emisión de neutrinos ( $L_{\nu}$ ) para varias alteraciones (por el factor  $F_{\nu}$ ) de la tasa de emisión de neutrinos se muestran con diferentes tipos de líneas. La línea vertical indica la temperatura del modelo de mejor ajuste a las propiedades pulsacionales de PG 0122+200. *Panel Inferior:* Evolución del cociente  $L_{\nu}/L_{\gamma}$  con la temperatura efectiva. Debe notarse sin embargo que la evolución a bajas temperaturas es solo indicativa ya que la ecuación de estado utilizada en esta secuencia no es apropiada para estas etapas.

de neutrinos. Cabe destacar que en los cálculos evolutivos aquí presentados, la alteración de la tasa de emisión de neutrinos se ha realizado mucho antes de que la secuencia llegue a la región de PG 0122+200 para permitir que la estructura numérica pueda relajarse al nuevo estado alterado. Nótese que para el caso  $F_\nu = 1$  la tasa de emisión de neutrinos a la temperatura de PG 0122+200 (i.e. para el modelo de mejor ajuste de PG 0122+200) es prácticamente igual a la luminosidad de fotones ( $L_\gamma$ ). Esto puede verse claramente en el panel inferior de la figura 6.15 donde se grafica  $L_\nu/L_\gamma$  como función de ( $T_{\text{ef}}$ ) para diferentes valores de  $F_\nu$ . Es interesante notar que un incremento de  $L_\nu$  en un factor 4 no produce un cambio similar en  $L_\nu/L_\gamma$  a la temperatura de PG 0122+200, sino que  $L_\nu/L_\gamma$  solo es alterado en un factor  $\sim 2$ . Igualmente una reducción en un factor 4  $F_\nu = 0,25$  de la tasa de emisión de neutrinos se refleja como un cambio de solo  $\sim 0,3$  en la temperatura de PG 0122+200. A su vez, el cociente  $L_\nu/L_\gamma$  en nuestro modelo de mejor ajuste para PG 0122+200 es  $\sim 3$  veces más pequeño al derivado por O'Brien et al. (1998) —debido a que este último estaba basado en una masa significativamente mayor ( $0,66M_\odot$ ). De todas formas, debido a que  $L_\nu \sim L_\gamma$  esperamos que las alteraciones de  $L_\nu$  sigan teniendo un impacto importante en la evolución del modelo de mejor ajuste. En lo que sigue analizaremos el impacto de diferentes tasas de emisión de neutrinos sobre las tasas de cambio de períodos para el modelo de mejor ajuste para PG 0122+200. Debe notarse aquí que el efecto de los cambios en la tasa de emisión de neutrinos, sobre el valor de los períodos en los que se basó la determinación del modelo de mejor ajuste, es relativamente débil ( $\sim 5\%$  para  $F_\nu = 10$ ). Este punto es fundamental, ya que es lo que nos permite suponer que independientemente del valor de  $F_\nu$ , la secuencia de  $0,556M_\odot$  a la temperatura de  $T_{\text{ef}} \sim 81\,500\text{K}$  sigue representando a PG 0122+200.

En la figura 6.16 se muestra la tasa de cambio de períodos (para los diferentes períodos  $k$ ) para modelos con  $M = 0,556M_\odot$  y  $T_{\text{ef}} \sim 81\,400\text{K}$  y diferentes tasas de emisión de neutrinos, incluido el caso en el cual la emisión de neutrinos no es tenida en cuenta ( $F_\nu = 0$ ). Los círculos negros corresponden a los valores de  $\dot{\Pi}$ , calculados con las tasas normales ( $F_\nu = 1$ ) por lo que representan los valores esperados en PG 0122+200. Por su parte la región sombreada representa las incertezas estrictamente teóricas en  $\dot{\Pi}$ , tal como surgen del ajuste astrosismológico de masas ( $M_\star$ ) y temperaturas efectivas ( $T_{\text{ef}}$ ). Junto con estos valores se grafican los casos con  $F_\nu = 0; 0,5; 2; 4$ . Como puede verse, los valores correspondientes a los casos  $F_\nu = 0; 4$  caen fuera de la banda de incertezas asociadas a  $F_\nu = 1$ . De medirse un valor de  $\dot{\Pi}_k^0$  fuera de la banda de incertezas sería posible entonces concluir que las tasas de emisión de neutrinos es diferente a la tasa de emisión estandar, ya que un valor de  $\dot{\Pi}_k^0$  fuera de la banda no podría asignarse a las incertezas del ajuste. Cabe destacar que esta banda es claramente una banda optimista ya que solo refleja las incertezas internas del modelado. A estas incertezas debieran agregarse las incertezas observacionales de una posible medida de  $\dot{\Pi}_k^0$  y las incertezas teóricas de  $\dot{\Pi}$  provientes de la utilización de diferentes modelos para el ajuste de PG 0122+200.

Es interesante notar en la figura 6.16 que todos los modos del modelo de mejor ajuste de PG 0122+200 presentan valores  $\dot{\Pi} > 0$ . Esto se debe a que aún en los modos atrapados en la envoltura de O/C/He la tasa de enfriamiento domina por sobre la contracción de la envoltura. Esto se debe a que el modelo de mejor ajuste de PG 0122+200 se encuentra ya en el régimen de enana blanca, donde ya ha terminado la fuerte contracción de la envoltura que ocurre durante el codo evolutivo en la etapa PG1159.

En la figura 6.17 se muestra como se altera la tasa de cambio de períodos de dos modos particulares ( $\sim 400\text{s}$  y  $\sim 470\text{s}$ ) con los cambios en  $F_\nu$ . Como puede verse, cambios en la tasa de emisión de neutrinos poseen un fuerte impacto en los valores de  $\dot{\Pi}$  de cada modo. Los modos elegidos fueron de manera de tener representantes de un modo atrapado en la envoltura (el caso de  $\sim 400\text{s}$ , que a su vez coincide con el modo que más probabilidades tiene de ser medido en PG 0122+200) y de un modo no atrapado en la envoltura (el de  $\sim 470\text{s}$ , que por lo tanto refleja mas directamente el enfriamiento del núcleo). Debe aclararse, sin embargo, que la naturaleza de atrapados/no atrapados de estos modos cambia al variar la emisión de neutrinos. La banda gris

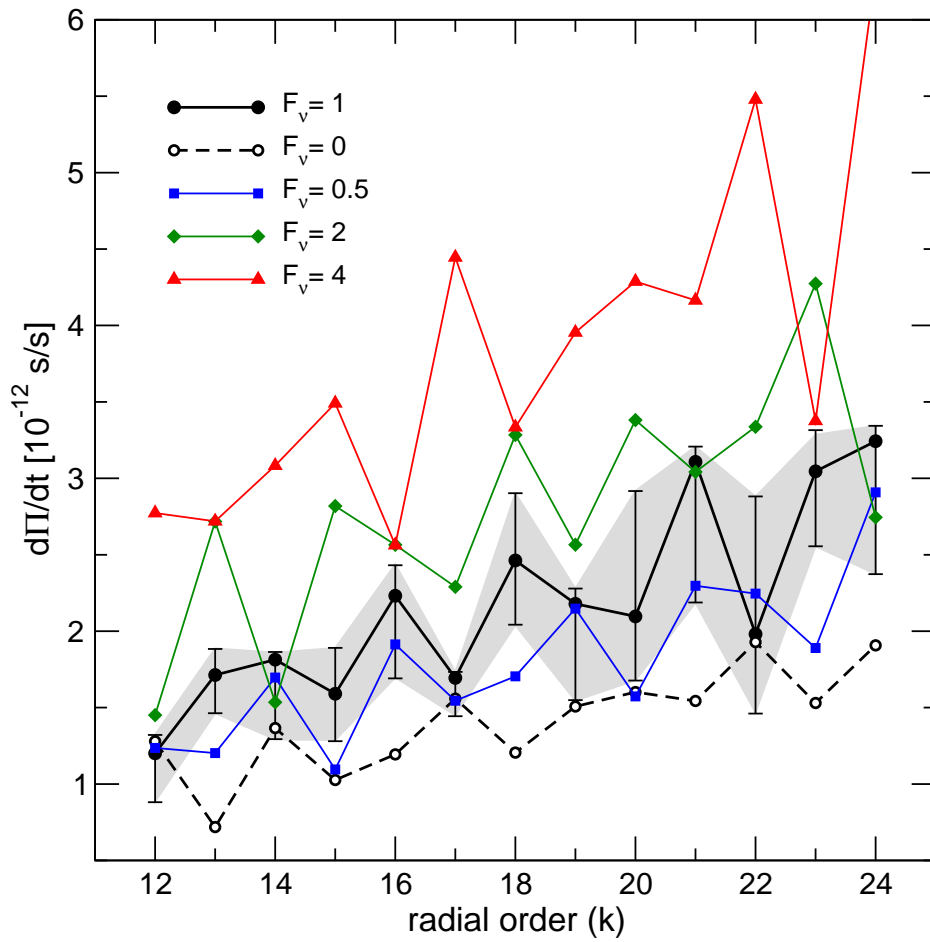


Figura 6.16: Valores de  $\dot{I}$  para modos de diferentes órdenes radiales ( $k$ ) para los modelos con la temperatura y masa indicadas por el ajuste astrosismológico para PG 0122+200 y con diferentes tasas de emisión de neutrinos.

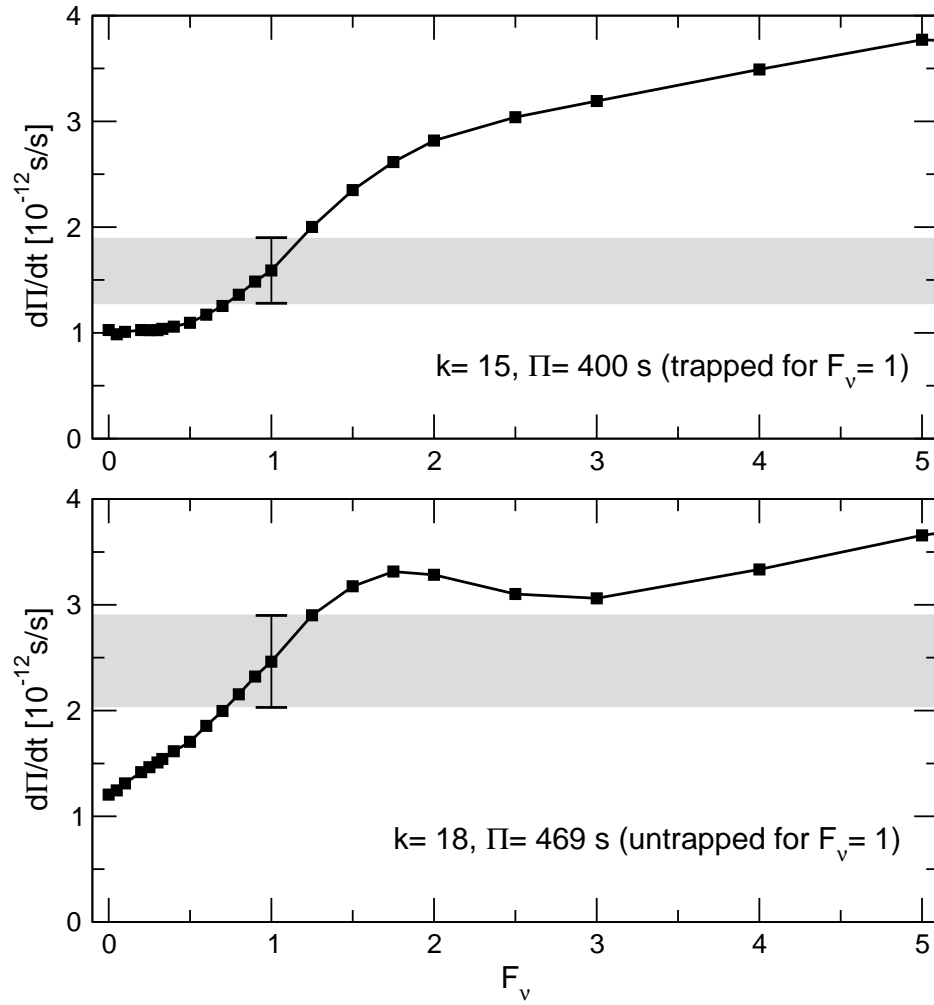


Figura 6.17: Cambios en el valor de  $\ddot{\Pi}$ , para dos modos radiales diferentes (uno de ellos atrapado en la envoltura), al incrementar la tasa de emisión de neutrinos.

en la figura 6.17 indica el rango de valores de  $\dot{\Pi}$  dentro del cual no sería posible distinguir si una diferencia entre un posible valor observado de  $\dot{\Pi}^O$  y el valor predicho por nuestro modelo de mejor ajuste de PG 0122+200 surge de las incertezas del ajuste astrosismológico o a la existencia real de una tasa de emisión anómala de neutrinos.

Puede verse en la figura 6.17 que, tanto para el modo de  $\sim 400$ s como para el modo de  $\sim 470$ s, una tasa de emisión de neutrinos que difiera en más de  $\sim 25\%$  con la tasa estándar (tanto hacia mayores como menores valores) produciría un cambio en  $\dot{\Pi}$  por encima de las incertezas en el valor de  $\dot{\Pi}$  del modelo de mejor ajuste.

Como ya hemos dicho, un posible aumento de la tasa de pérdida de energía por encima de los valores estándar podría ser tanto debido a la existencia de un momento dipolar magnético del neutrino ( $\mu_\nu$ ), una milicarga del neutrino ( $e_\nu$ ) o la hipotética existencia de un axión DFSZ (de masa  $m_a$ ). En lo que sigue utilizaremos el resultado de que un incremento en la tasa de

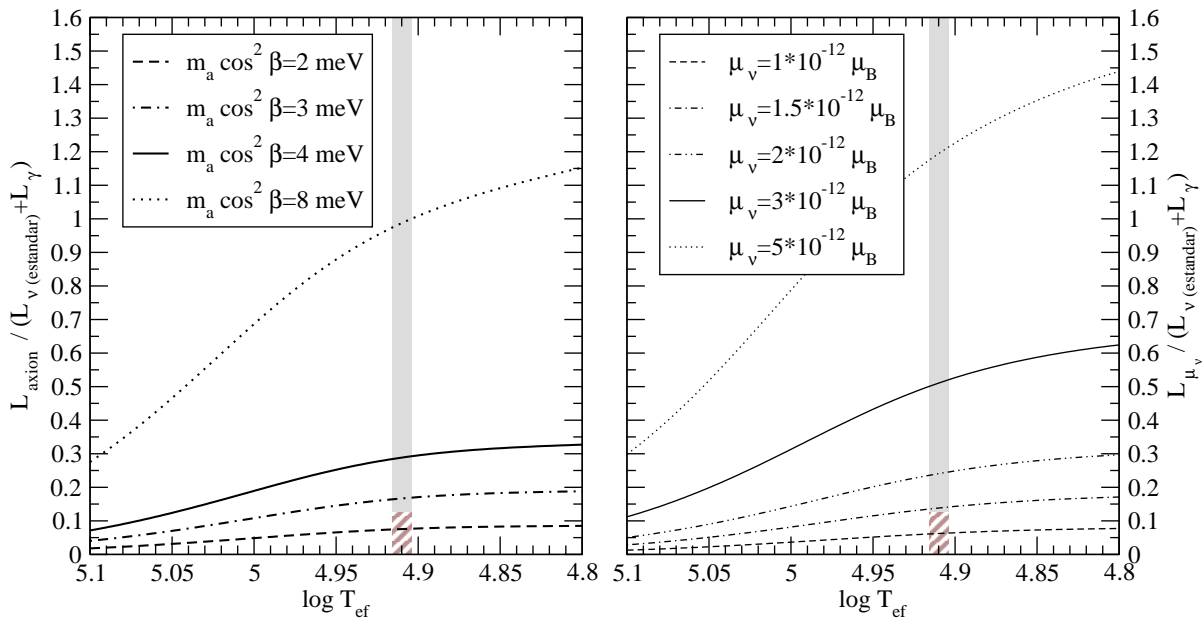


Figura 6.18: Relevancia de la emisión anómala de energía en relación a los dos procesos más relevantes en las secuencias estándar para la secuencia de  $0,565M_\odot$  y diferentes temperaturas efectivas. La temperatura del modelo de mejor ajuste a PG 0122+200 se muestra en la barra gris. La región rayada corresponde a los incrementos frente a los cuales la magnitud del cambio en  $\dot{\Pi}$  en nuestros modelos resultan insensibles de acuerdo a los análisis anteriores. El panel de la izquierda muestra la importancia relativa de la emisión de axiones para diferentes masas posibles de esta partícula. El panel de la derecha muestra la relevancia de las pérdidas extras de energía por emisión de neutrinos al considerar que dicha partícula posee un momento magnético dipolar no despreciable. Nótese que la especial etapa evolutiva de PG 0122+200 (en la cual  $L_\gamma \sim L_\nu$ ) la hace útil tanto para el estudio de las propiedades anómalas de los neutrinos como para el estudio de los axiones.

emisión de neutrinos en  $F_\nu \gtrsim 1,25$  produciría un efecto distinguible sobre los valores de  $\dot{\Pi}$ .

#### 6.4.2. Implicancias para los valores de $\mu_\nu$ y $m_a \cos^2 \beta$

En esta sección se verá el impacto de diferentes valores de  $\mu_\nu$  y  $m_a \cos^2 \beta$  sobre las pérdidas de energía anómalas. Para esto hemos recalculado la evolución de la secuencia de  $0,556M_\odot$  en la etapa correspondiente al modelo de mejor ajuste ( $T_{\text{ef}} \sim 81500\text{K}$ ), incorporando pérdidas adicionales de energía causadas por valores no nulos de  $\mu_\nu$  y  $m_a \cos^2 \beta$ . Estas tasas de pérdida de energía se calculan como se detalla en la sección 4.2.1. En vistas de que tanto  $L_{\nu\text{estandar}}$  como  $L_\gamma$  son relevantes en el modelo astrosismológico de PG 0122+200 mediremos la intensidad de

las pérdidas anómalas de energía en comparación con  $L_{\nu\text{estandar}} + L_{\gamma}$  (la pérdida de energía total en el modelo estándar de PG 0122+200).

En la figura 6.18 se muestran las tasas de pérdida de energía anómalas por emisión de axiones  $L_{\text{axion}}$  (panel izquierdo) o por emisión de neutrinos debido a la presencia de un momento magnético dipolar en el neutrino  $L_{\mu\nu}$  (panel derecho). La banda gris en la figura 6.18 marca la región/etapa donde se ubica nuestro modelo de mejor ajuste de PG 0122+200. La región “rayada” indica aquellos valores que no podrían ser distinguidos de las incertezas del ajuste astrosismológico. Nótese que los valores de  $L_{\mu\nu}/(L_{\nu\text{estandar}} + L_{\gamma}) \gtrsim 0,13$  (o equivalentemente  $L_{\text{axion}}/(L_{\nu\text{estandar}} + L_{\gamma}) \gtrsim 0,13$ ) corresponden a los valores de  $F_{\nu} \gtrsim 1,25$  de la sección anterior, ya que para el modelo de mejor ajuste de PG 0122+200  $L_{\nu\text{estandar}} + L_{\gamma} \sim 1$ .

De la inspección de la figura 6.18 puede concluirse que una masa del axión  $m_a \cos^2 \beta > 4\text{meV}$  produciría una pérdida de energía distinguible en un objeto como PG 0122+200. De igual forma la existencia de un momento anómalo del neutrino con  $\mu_{\nu} > 2 \times 10^{-12} \mu_B$  también introduciría cambios notables en la tasa de cambio de períodos. Estos valores son probablemente versiones optimistas de las magnitudes de  $m_a \cos^2 \beta$  y  $\mu_{\nu}$  que sería realmente detectables en PG 0122+200, pues se basan en incertezas teóricas internas y no involucran posibles incertezas observacionales en la determinación de  $\dot{\Pi}^O$ . Sin embargo, más allá de estas consideraciones es muy interesante observar en la figura 6.18 que un valor de  $\mu_{\nu} > 5 \times 10^{-12} \mu_B$  ó  $m_a \cos^2 \beta > 8\text{meV}$  duplicarían la pérdida de energía de un objeto como PG 0122+200 y por lo tanto debieran producir efectos muy notables en la tasa de cambio de períodos de esta estrella. Nótese que esto corresponde a valores de  $F_{\nu} > 2$ , lo que en el caso del modo con 400s se refleja como un incremento en un factor dos del valor de  $\dot{\Pi}$  (figura 6.17). Notablemente estos valores son muy similares a las mejores cotas disponibles tanto para la masa de los axiones DFSZ ( $m_a \cos^2 \beta \lesssim 8\text{meV}$  según Birschoff-Kim et al. 2007) como también para el momento magnético anómalo del neutrino ( $\mu_{\nu} \lesssim 3 \times 10^{-12} \mu_B$ ). En este sentido debemos destacar que la posible existencia de axiones con una masa de 5 meV sugerida por Isern et al. (2008) debiera dejar una muy fuerte impronta en la tasa de cambio de períodos de PG 0122+200.

### 6.4.3. Breve comentario final

Hemos analizado la posibilidad de utilizar a PG 0122+200 como una herramienta para estudiar la física fundamental. Hemos visto como incrementos en la tasa de pérdida de energía respecto a las tasas estándar afectarían los valores de  $\dot{\Pi}$  en PG 0122+200. Para ello nos hemos basado en el modelo de mejor ajuste (de muy alta calidad) derivado para esta estrella en la sección anterior. Nuestros resultados sugieren que, una vez que los esfuerzos observacionales hayan arrojado un valor de  $\dot{\Pi}^O$  esta estrella ofrece una muy buena posibilidad de estudiar la física tanto de neutrinos como la posible existencia de axiones. Esto se basa en que, en la etapa evolutiva de PG 0122+200 valores de  $\mu_{\nu}$  como  $m_a \cos^2 \beta$  del orden de las mejores cotas disponibles a la fecha producirían un fuerte impacto en la tasa de pérdida de energía de la estrella (figura 6.18) la cual tendría un impacto notable sobre la tasa de cambio de períodos de la estrella (figura 6.17). Por lo tanto, PG 0122+200 es un objeto candidato a ser una muy buena herramienta para imponer cotas independientes (a las que surgen del estudio de estrellas DAV o de los diagramas HR de cúmulo globulares) para  $\mu_{\nu}$  y  $m_a \cos^2 \beta$ .

## 6.5. Errores sistemáticos en las determinaciones astrosismológicas de masa por medio del espaciamento asintótico de períodos

Todos los errores humanos son fruto de la impaciencia, interrupción prematura de un proceso ordenado, obstáculo artificial levantado en derredor de una realidad artificial.

Franz Kafka, Consideraciones acerca del pecado, ~1917.

Como se ha visto en la sección 6.2, la utilización de modelos evolutivos detallados de estrellas PG1159 para determinar masas estelares por medio de la relación  $T_{\text{ef}} - g - M$  lleva masas espectroscópicas sistemáticamente por debajo de las que surgen de la mayoría de los análisis astrosismológicos. En efecto las masas astrosismológicas suelen ser un 10 % mayores a las que surgen de los parámetros espectroscópicos, con la notable excepción de RX J2117.1+3412 cuya masa espectroscópica es un 20 % mayor a la masa astrosismológica. Estas discrepancias en las masas derivadas mediante diferentes técnicas es un indicador de la existencia de errores no identificados en los diferentes métodos. Hemos visto en la sección 6.2.4 que la diferencia sistemática entre los dos conjuntos de determinaciones de masa difícilmente pueda atribuirse a la relación  $T_{\text{ef}} - g - M$  que surge de los modelos detallados de estrellas PG1159, ya que la misma parece ser suficientemente robusta frente a alteraciones de la historia previa y las hipótesis del modelado. Este resultado llama a una revisión de los métodos utilizados en las determinaciones astrosismológicas de masas. En efecto Córscico y Althaus (2006) han sugerido que las determinaciones astrosismológicas de masa parecen ser tanto dependientes de los modelos utilizados en el análisis como del método específico que se elija para tal fin. Durante el estudio de PG 0122+200 hemos visto por ejemplo que la masa astrosismológica inferida cambiaba significativamente si se utilizaba el espaciamento asintótico de períodos en los modelos o el espaciamento medio de períodos teóricos (en el rango observado para la estrella en particular).

En lo que sigue de esta sección analizaremos estos posibles efectos sistemáticos en la determinación astrosismológica de masas (ver Althaus et al. 2008 para más detalles).

### 6.5.1. Herramientas numéricas

La mayoría de las determinaciones astrosismológicas de la masa se basan en las expresiones asintóticas para el espaciamento medio de períodos (siendo una excepción remarcable el trabajo de Kawaler y Bradley 1994). Como ya hemos visto, en el límite asintótico de períodos de alto orden radial ( $k \ll 1$ , períodos largos), los modos  $g$  de un modelo estelar químicamente homogéneo, muestran que para cada orden  $\ell$  los modos de  $k$  consecutivos están separados por una distancia constante  $\Delta\Pi_\ell^a$ , la cual está dada por las ecuaciones 2.15 y 2.15. Nótese que  $\Delta\Pi_\ell^a$  es una función de las propiedades estructurales de la estrella a través de la frecuencia de Brunt-Väisälä ( $N$ ). En este enfoque la masa de la estrella es derivada directamente por comparación del valor observado del espaciamento medio de períodos  $\Delta\Pi_\ell^O$  (junto a la determinación espectroscópica de  $T_{\text{ef}}$ ) con los valores calculados de  $\Delta\Pi_\ell^a$  (por medio de las ecuaciones 2.15 y 2.15) para modelos de diferentes masas. Este método aprovecha el hecho de que el espaciamento medio en estrellas PG1159 depende principalmente de la masa del objeto. A su vez el hecho de que el cálculo de  $\Delta\Pi_\ell^a$  pueda realizarse sin la necesidad de calcular los espectros teóricos de períodos de los modelos estelares la transforma en una herramienta sumamente útil.

Sin embargo,  $\Delta\Pi_\ell^a$  solo debiera reflejar el espaciamento de períodos de una estrella en el límite de largos períodos y para modelos químicamente homogéneos. Por el contrario, la teoría actual sobre el origen de las estrellas PG1159 (ver capítulo 5) sugiere que dichas estrellas poseen una estructura química altamente estratificada. Un ejemplo de dicha estructura química puede apreciarse en la figura 6.19 donde se muestra la estructura química interna de uno de nuestros modelos de estrella PG1159. Cada una de las interfases químicas allí observadas dejan su huella

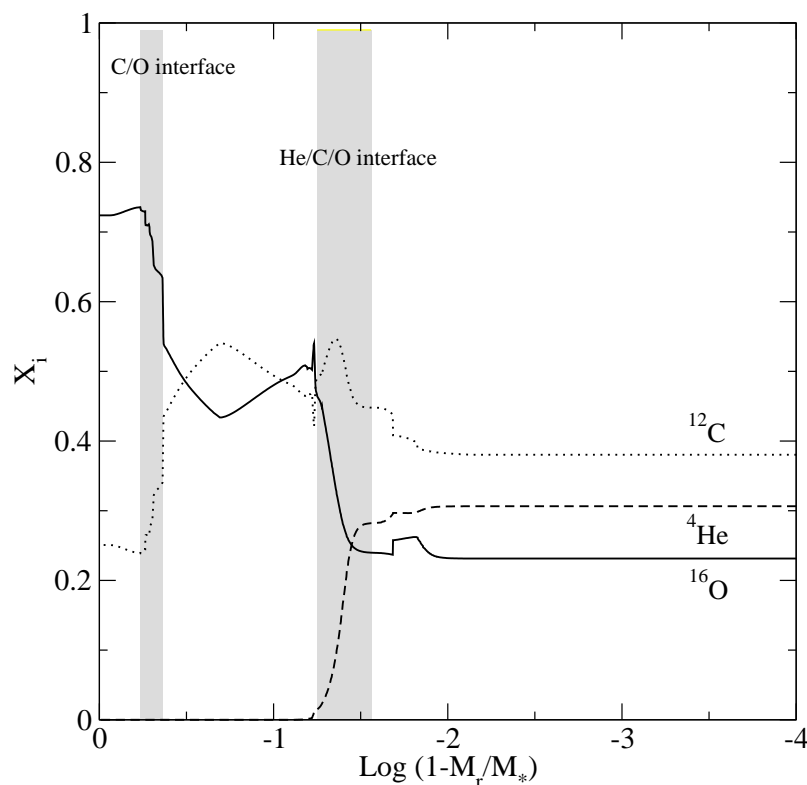


Figura 6.19: Estructura química interna típica de una estrella PG1159 formada mediante un VLTP. Nótese la fuerte estratificación química del modelo, con dos transiciones químicas especialmente marcadas

en el valor de  $N$  y perturban el espectro de períodos alejando el espaciamiento de períodos  $\Pi_{k+1} - P_k$  del valor asintótico (Córscico y Althaus 2005, 2006).

Por consiguiente un enfoque más realista para comparar el espaciamiento de períodos observado con el promedio de los espaciamientos de períodos,  $\overline{\Delta\Pi_\ell}$ ,  $\overline{\Delta\Pi_\ell}$  se calcula promediando los espaciamientos de períodos teóricos en *en el rango de períodos correspondiente a los períodos observados en la estrella que se quiere estudiar*. Esto es,

$$\overline{\Delta\Pi_\ell} = \frac{1}{n} \sum_k \Delta\Pi_k = \frac{1}{n} \sum_k (\Pi_{k+1} - \Pi_k), \quad \text{con } k \text{ tal que } \Pi_k \text{ este en el rango de períodos observados.} \quad (6.9)$$

A diferencia de lo que ocurre con  $\Delta\Pi_\ell^a$ , el cálculo de  $\overline{\Delta\Pi_\ell}$  requiere del conocimiento del espectro teórico de períodos ( $\Pi_k$ ) y por lo tanto involucra el cálculo adiabático del espectro de períodos. Para esto último es necesario tener disponible modelos numéricos detallados de estrellas PG1159 que reflejen la estructura química y térmica correcta de estas estrellas (Kawaler et al. 1985).

El objetivo de esta sección es entonces presentar cálculos de  $\Delta\Pi_\ell^a$  y  $\overline{\Delta\Pi_\ell}$  (para  $\ell = 1$ ) utilizando la grilla de modelos de estrellas PG1159 presentada en esta tesis, a fin de estudiar posibles efectos sistemáticos en las derivaciones de masa. Como ya ha sido mencionado varias veces la grilla de modelos utilizada abarca masas de remanente entre 0,53 y 0,741  $M_\odot$  e involucra a modelos en toda la etapa PG1159 de la evolución de estrellas post-AGB (tanto en el régimen de bajas como altas luminosidades).

### 6.5.2. Diferencias sistemáticas entre $\Delta\Pi_\ell^a$ y $\overline{\Delta\Pi_\ell}$ .

En la figura 6.20 se muestra la evolución de  $\Delta\Pi_\ell^a$  y  $\overline{\Delta\Pi_\ell}$  a lo largo de la evolución de tres secuencias especialmente elegidas para cubrir todo el rango de masas. Para tener en cuenta la



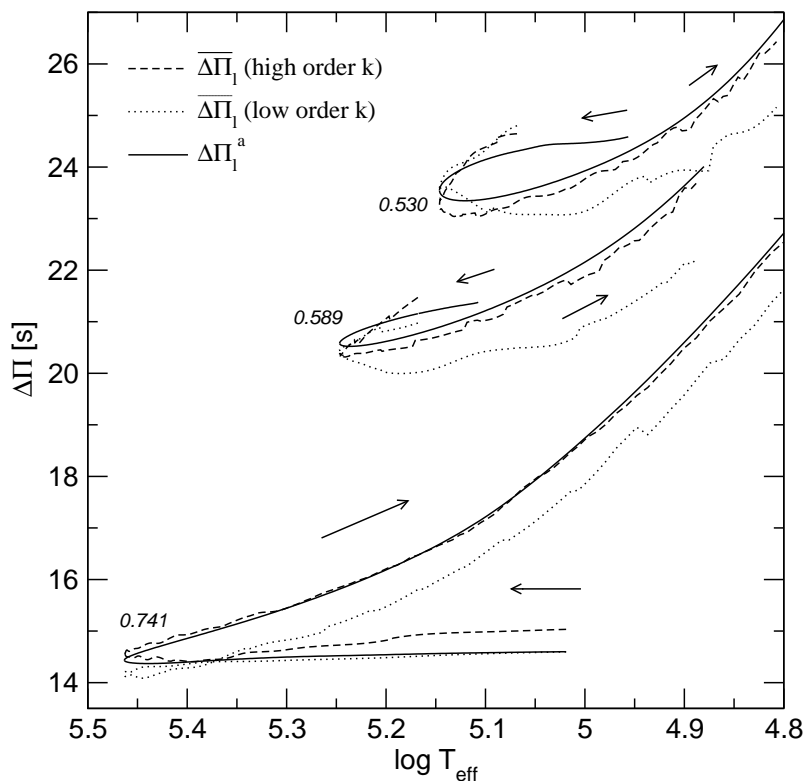


Figura 6.20: Comparación de la evolución del espaciamiento asintótico de períodos  $\Delta\Pi_\ell^a$  con el espaciamiento medio de períodos  $\overline{\Delta\Pi}_\ell$  en función de la temperatura para tres secuencias de masas características 0,53; 0,589 y 0,741  $M_\odot$  y  $\ell = 1$ . Para el caso de  $\overline{\Delta\Pi}_\ell$  se muestran promedios realizados en el rango de períodos cortos (línea de puntos) y largos (línea de trazos), es decir valores de  $k$  bajos y altos respectivamente. Las flechas indican el sentido de la evolución.

dependencia de  $\overline{\Delta\Pi}_\ell$  con el rango de períodos en el cual es promediado, se ha calculado  $\overline{\Delta\Pi}_\ell$  en dos rangos diferentes característicos de las dos regiones de inestabilidad de estrellas PG1159 (ver figura 6.20). Estos son el rango de períodos cortos 300 – 600s y el de períodos largos 900 – 1500s. En la figura 6.20 puede apreciarse que tanto  $\overline{\Delta\Pi}_\ell$  como  $\Delta\Pi_\ell^a$  decrecen fuertemente a medida que se va a remanentes de masas mayores. Nótese también la nada despreciable dependencia que tiene  $\overline{\Delta\Pi}_\ell$  con el rango de períodos en el cual es promediado. En efecto puede verse en la figura 6.20 que  $\overline{\Delta\Pi}_\ell$  puede ser parecido, o no, a  $\Delta\Pi_\ell^a$  según en que rango de períodos se lo promedie. Esto es especialmente cierto en el régimen de enana blanca de las estrellas PG1159 (es decir luego de haber dado la vuelta al codo en un diagrama HR o  $T_{\text{ef-g}}$ ), donde  $\overline{\Delta\Pi}_\ell$  es aproximadamente 1s más pequeño que  $\Delta\Pi_\ell^a$  cuando los promedios son realizados en el rango de cortos períodos. Nótese, además, que las estrellas PG1159 en el régimen de enana blanca poseen modos inestables justamente en el rango de cortos períodos (ver figura 6.20). Por el contrario, cuando  $\overline{\Delta\Pi}_\ell$  es promediado en el régimen de períodos largos sus valores se aproximan mucho a los de  $\Delta\Pi_\ell^a$ .

En vistas de estos resultados es esperable que la masa astrosismológica de estrellas PG1159 en el régimen de enana blanca (que poseen modos de corto período) inferida en base a la comparación con  $\overline{\Delta\Pi}_\ell$  sea sustancialmente menor a la que se determina mediante la comparación con  $\Delta\Pi_\ell^a$ .

### 6.5.3. Determinaciones de masas utilizando el espaciamiento medio de períodos observados ( $\Delta\Pi^O$ )

Derivamos ahora masas astrosismológicas para diferentes estrellas PG1159 pulsantes. Los métodos utilizados son los mismos discutidos en el estudio astrosismológico de PG 0122+200, PG 1159–035 y RX J2117.1+3412. Además de los resultados ya obtenidos para las tres estrellas recién mencionadas, agregamos aquí los resultados para PG 2131+066, PG 1707+427 y NGC 1501<sup>20</sup>.

En el cuadro derecho de la figura 6.21 se muestra la evolución de  $\Delta\Pi_\ell^a$  (para  $\ell = 1$ ) de todas las secuencias teóricas, comparadas con las determinaciones de  $\Delta\Pi^O$  y  $T_{\text{ef}}$  más recientes de las 6 estrellas PG1159 pulsantes mencionadas arriba. En la figura 6.2 puede observarse que PG 0122+200, PG 2131+066, PG 1707+427 son estrellas que se encuentran en el régimen de enanas blancas, mientras que RX J2117.1+3412 y NGC 1501 parecieran encontrarse en la etapa de altas luminosidades y bajas gravedades superficiales previas al codo en el diagrama  $T_{\text{ef}} - g$ . Por su parte la estrella prototipo PG 1159–035 se encuentra justo en una etapa intermedia, caracterizada por períodos intermedios. Los resultados de la determinación de masas mediante la utilización de las relaciones  $\Delta\Pi_\ell^a - T_{\text{ef}}$  se detallan en la tabla 6.4.

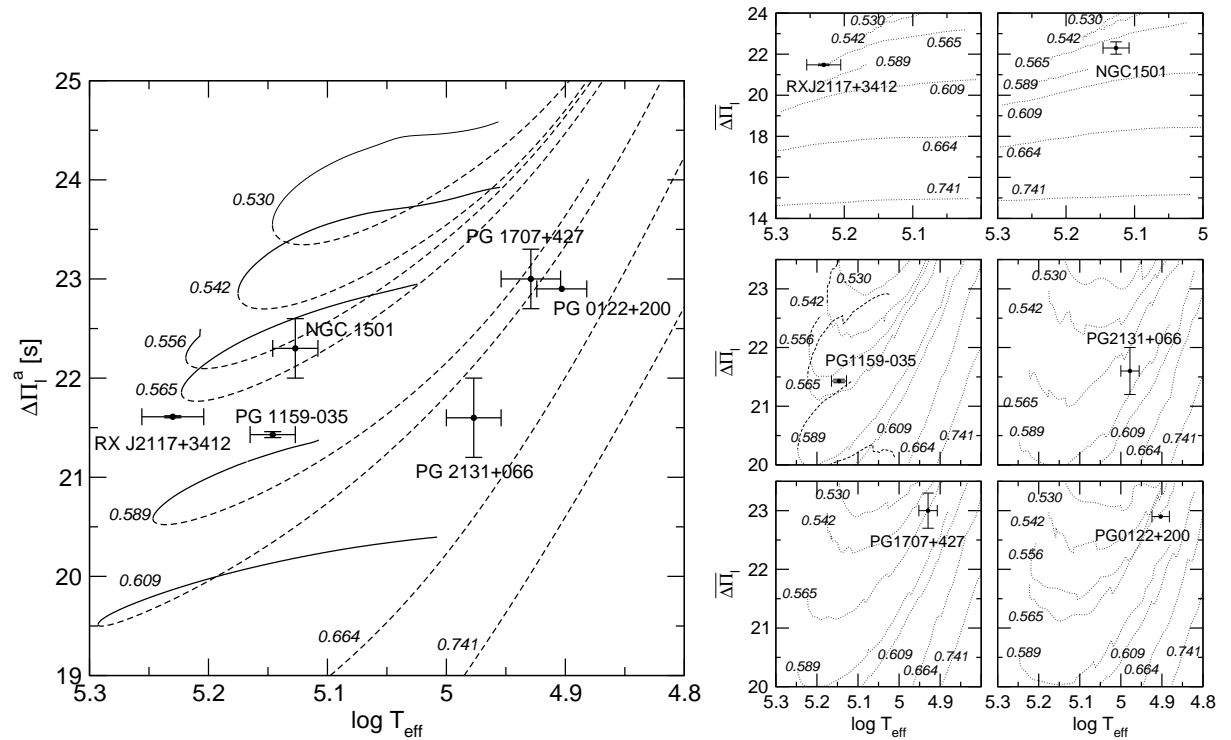


Figura 6.21: *Izquierda*: Espaciamiento asintótico de períodos de nuestras secuencias de modelos de diferentes masas para el caso de  $\ell = 1$  junto a los valores observados en algunas estrellas PG1159. La línea continua corresponde a las etapa de alta luminosidad antes del codo y la de trazos a la evolución a bajas luminosidades luego de dicho codo. *Derecha*: Similar al panel de izquierda pero comparando los espaciamientos medios de períodos con los valores observados en cada estrella. Cada panel corresponde a una estrella PG1159 pulsante en particular en el cual el promedio de los períodos teóricos ha sido realizado en el rango de períodos excitados en dicha estrella. En los dos paneles superiores solo se han graficado los valores durante la etapa a altas luminosidades consistentemente con lo esperado en RXJ 2117+3412.

En el cuadro derecho de la figura 6.21 se muestra la evolución de  $\overline{\Delta\Pi}_\ell$  (con  $\ell = 1$ ) para las 6 estrellas estudiadas en esta sección. El rango sobre el cual se realiza el promedio que define a

<sup>20</sup>NGC 1501 pertenece en realidad a la clase espectral [WCE] sospechada de ser la etapa inmediatamente anterior a la etapa PG1150 (ver Crowter 2008).

Tabla 6.4: Masas estelares para algunas estrellas PG1159 derivadas mediante la utilización del espaciamento asintótico y el espaciamento promedio de períodos (segunda y tercera columnas). La cuarta columna detalla la masa estelar que surge de un ajuste detallado de períodos, cuando este ha sido posible. La quinta columna indica la masa derivada mediante técnicas espectroscópicas al utilizar los valores de  $T_{\text{ef}}$  y  $g$  recopilados por Werner & Herwig (2006) en conjunto con las secuencias post-VLTP calculadas en esta tesis. La sexta columna indica el espaciamento medio de períodos observados y la séptima el rango de períodos  $\ell = 1$  observado en cada estrella. Todas las masas están dadas en  $M_{\odot}$ .

Estrella	$M_*[\overline{\Delta\Pi}_{\ell}^a]$ estos modelos	$M_*[\overline{\Delta\Pi}_{\ell}]$	$M_*[\text{fit}]$	$M_*[\text{spectr}]$ esta tesis	$\overline{\Delta\Pi}^{\text{O}}$ [s]	Rango de períodos obs. [s]
PG 2131+066	0,627	0,578	0,589	0,55	21,6 <sup>d</sup>	339-598 <sup>i</sup>
PG 0122+200	0,625	0,567 <sup>a</sup>	0,556 <sup>a</sup>	0,53	22,90 <sup>e</sup>	335-611 <sup>e</sup>
PG 1707+427	0,597	0,566	0,542	0,53	23,0 <sup>f</sup>	335-909 <sup>f</sup>
RX J2117.1+3412	0,568	0,560 <sup>b</sup>	0,565 <sup>b</sup>	0,72	21,62 <sup>g</sup>	694-1530 <sup>g</sup>
PG 1159-035	0,577-0,585 <sup>**</sup>	0,561 <sup>c</sup>	0,565 <sup>c</sup>	0,54	21,43 <sup>h</sup>	390-990 <sup>h</sup>
NGC 1501	0,571	0,576	-	0,56	22,3 <sup>j</sup>	1154-2000 <sup>j</sup>

Referencias: (a) Córscico et al. (2007b); (b) Córscico et al. (2007a); (c) Córscico et al. (2007c); (d) Reed et al. (2000); (e) Fu et al. (2007); (f) Kawaler et al. (2004); (g) Vauclair et al. (2002); (h) Costa et al. (2007); (i) Kawaler et al. (1995); (j) Bond et al. (1996). (\*\*) Estos dos valores surgen de considerar alternativamente que la estrella esta antes o después del momento de máxima temperatura efectiva (o “codo” en el diagrama  $T_{\text{ef}}-g$ ).

$\overline{\Delta\Pi}_{\ell}$  se realiza para cada estrella en el rango de períodos observados para cada una. Esta es la razón por la cual las curvas en cada cuadrado son distintas, a pesar de tratarse de las mismas secuencias de modelos. En el caso de las estrellas RX J2117.1+3412 y NGC 1501 la relación  $\overline{\Delta\Pi}_{\ell}-T_{\text{ef}}$  graficada corresponde a la etapa evolutiva antes del codo en la cual supuestamente se encuentran (i.e. a altas luminosidades y bajas gravedades superficiales). Por el contrario en el caso de las estrellas PG 0122+200, PG 2131+066, PG 1707+427 la relación se calculó en el régimen de enana blanca (i.e. a bajas luminosidades y altas gravedades superficiales). En el caso de PG 1159-035 para la cual no se puede determinar si se encuentra antes o después del codo se han incluido ambas relaciones  $\overline{\Delta\Pi}_{\ell}-T_{\text{ef}}$ . En la tercera columna de la tabla 6.4 se enumeran los resultados de las estimaciones de las masas de estas 6 estrellas mediante la utilización del espaciamento medio de períodos  $\overline{\Delta\Pi}_{\ell}$ . Para aquellas estrellas PG1159 pulsantes caracterizadas por períodos cortos, las masas derivadas mediante este enfoque resultan mucho menores (hasta  $\sim 0,06M_{\odot}$ ) a las que surgen de la utilización del espaciamento asintótico de períodos. Esto se debe a que  $\overline{\Delta\Pi}_{\ell}$  en este rango resulta 0,7-1,0 s más pequeño que el valor de  $\overline{\Delta\Pi}_{\ell}^a$ .

Además de las cantidades ya mencionadas, en la cuarta columna de la tabla 6.4 se incluye la masa que surge de la búsqueda de un modelo teórico que reproduzca el espectro de períodos observado en cada estrella. El único caso para el cual no fue posible encontrar un modelo que ajuste los períodos observados fue para la única estrella que no pertenece a la clase PG1159 (NGC 1501), lo que podría sugerir que su estructura interna (y por lo tanto su historia previa) es diferente a la del resto de las estrellas aquí estudiadas. La masa que resulta de este método es siempre cercana al valor obtenido mediante  $\overline{\Delta\Pi}_{\ell}$ .

De la tabla 6.4 se deduce que al utilizar  $\overline{\Delta\Pi}_{\ell}$  en lugar de  $\overline{\Delta\Pi}_{\ell}^a$ , la discrepancia entre las masas astrosismológicas y espectroscópicas se reduce considerablemente, siendo la astrosismológica como mucho un  $\sim 6\%$  más grande que la espectroscópica<sup>21</sup>. Una evidente excepción a esto es RX J2117.1+3412 que muestra una fuerte discrepancia entre ambas determinaciones de masa y en sentido contrario. En el caso de RX J2117.1+3412 es la masa espectroscópica la que resulta

<sup>21</sup>Debe notarse además que se están utilizando las mismas secuencias de modelos PG1159 tanto para la determinación espectroscópica como para la determinación astrosismológica.

significativamente ( $\sim 20\%$ ) más grande que la astrosismológica.

#### 6.5.4. Discusión y conclusiones

Sobre la base de modelos evolutivos de estrellas PG1159 que incorporan un tratamiento detallado de la historia previa, se deduce que la utilización del espaciado asintótico de períodos para determinar las masas de estrellas PG1159 no es correcta. Este resultado es particularmente válido en el caso de estrellas PG1159 caracterizadas por períodos cortos, i.e. aquellas que ya se encuentran en el régimen de enanas blancas (DOV). En este último caso el espaciado asintótico ( $\Delta_\ell^a$ ) es sistemáticamente más grande (en más de 1s) que el espaciado promedio de los períodos  $\overline{\Delta\Pi_\ell}$ , por lo que la utilización de  $\Delta_\ell^a$  para determinar la masa de estrellas DOV lleva a sobrestimar la masa de la estrella. Solo en el caso de estrellas PG1159 pulsantes en el régimen de altas luminosidades y baja gravedades (i.e. PNNVs) ocurre que el valor de  $\Delta_\ell^a$  se parece al valor de  $\overline{\Delta\Pi_\ell}$ .

Para tener una idea cuantitativamente de estas diferencias se presentaron estimaciones de las masas de 6 estrellas GW Vir que presentan un conjunto suficientemente grande de períodos. Dichas estimaciones se presentan en la tabla 6.4. La utilización de  $\Delta_\ell^a$  lleva a una sobrestimación de hasta  $0,06M_\odot$  en estrellas (DOV) como PG 0122+200 y PG2131+066. Dado que las estrellas PG1159 se supone que son químicamente estratificadas y los períodos observados en ellas no están (completamente) en el régimen asintótico de altos órdenes radiales, las derivaciones basadas en  $\overline{\Delta\Pi_\ell}$  debieran ser más correctas que aquellas basadas en  $\Delta_\ell^a$ . Apoyando esta idea, vale la pena observar que las determinaciones de masa basadas en  $\overline{\Delta\Pi_\ell}$  disminuyen significativamente la discrepancia con las masas espectroscópicas de la tabla 6.1. De igual forma la utilización de  $\overline{\Delta\Pi_\ell}$  en las determinaciones de masa arroja resultados muy similares a los que surgen al buscar un modelo que ajuste período a período el espectro observado (cuarta columna de la tabla 6.4)

En este contexto la gran discrepancia entre las masas espectroscópicas y astrosismológicas para la estrella RX J2117.1+3412, la transforma en un caso aislado que llama a un reexamen de sus propiedades tanto pulsacionales como espectroscópicas<sup>22</sup>.

---

<sup>22</sup>Por ejemplo si el espaciado de períodos fuese la mitad del valor determinado por Vauclair et al. (2002), la masa astrosismológica de RX J2117.1+3412 sería de  $\sim 0,85M_\odot$  con lo que caería dentro de la caja de errores de  $T_{\text{ef}}$  y  $g$  de RX J2117.1+3412.

## 6.6. Evidencias de posibles envoltura delgadas en estrellas PG 1159

### 6.6.1. Introducción

En el presente capítulo, hemos presentado modelos de estrellas PG1159 que involucran el cálculo detallado de la historia previa de la estrella progenitora, desde la ZAMS hasta la etapa post-AGB, pasando por la TP-AGB y el evento de pulso térmico tardío que produce la deficiencia en H. Hemos visto a lo largo de este capítulo que la utilización de dichos modelos permite explicar simultáneamente la banda de inestabilidad y el rango de períodos excitados que se observan, los espectros de períodos observados en las tres estrellas mejor estudiadas (RX J2117.1+3412, PG 0122+200 y PG 1159-035) y obtener masas espectroscópicas y astrosismológicas consistentes para la mayoría de las GW Vir<sup>23</sup>.

Existe sin embargo una serie de puntos que sugieren que podrían existir ingredientes faltantes para un correcto modelado de estas estrellas. Tal es el caso de la importante diferencia (de un 25 %) que existe entre la masa espectroscópica y astrosismológica de RX J2117.1+3412. En igual sentido, el modelo de mejor ajuste encontrado para PG 1159-035 falla en reproducir una serie de rasgos observados en PG 1159-035 como son: 1- La existencia de tasas de cambio de períodos ( $\dot{P}$ ) tanto positivas como negativas, lo que ubica a la estrella en una etapa anterior a la sugerida por el modelo de mejor ajuste; 2- La existencia misma de pulsaciones, ya que el modelo de mejor ajuste cae fuera de la banda de inestabilidades; y 3- La magnitud de dichas tasas de cambio de períodos, ya que el valor determinado observacionalmente (Costa et al. 1999, 2008) es aproximadamente un orden de magnitud mayor al determinado en el modelo de mejor ajuste. Este último punto es un problema bien conocido de los modelos estándar de estrella PG1159 (Kawaler y Bradley 1994, Althaus et al. 2005) e indica que la evolución de las estrellas reales es al parecer significativamente más rápida que la que surge de los modelos estándar de estrella PG1159.

Veremos en lo que sigue (ver Althaus et al. 2008 para más detalles) que algunos de estos puntos podrían ser aliviados si *algunas* estrellas PG1159 poseyesen envolturas ricas en He significativamente más delgadas a lo que surge de los cálculos evolutivos estándar de estrellas post-AGB (Blöcker 1995a,b, Herwig et al. 1999, Lawlor y MacDonald 2006).

En la sección 5.1.7 hemos visto que los modelos presentados en esta tesis ofrecen una descripción consistente del desarrollo del VLTP, en particular en lo que refiere a su muy rápida evolución. Hemos visto sin embargo, que la reproducción del rápido recalentamiento observado en V4334 Sgr (van Hoof et al. 2007) solo puede ser reproducido por estos modelos si se adopta una pérdida de masa muy grande durante el breve retorno de la estrella a la AGB. Sugerentemente, van Hoof et al. (2007) reportan altas tasas de pérdida de masa durante el retorno a la AGB, siendo la masa posiblemente perdida por V4334 Sgr de hasta  $\sim 0,01M_{\odot}$ . Analizaremos aquí las consecuencias que tales pérdidas de masa, y la consecuente reducción del espesor de la envoltura rica en He, tendrían para la etapa como estrella PG1159. Para ello se han realizado el cálculo de dos secuencias post-AGB deficientes en H adicionales, en las cuales se supone que una fracción importante de la masa contenida en la envoltura rica en He ha sido expulsada durante el breve retorno a la AGB luego del VLTP. En particular nos centraremos en una secuencia post-AGB de  $0,556M_{\odot}$ , caracterizada por una envoltura rica en He de  $0,032M_{\odot}$  de espesor inmediatamente luego del VLTP en la cual supondremos que  $\sim 0,02M_{\odot}$  son perdidas en los episodios de pérdida da masa.

---

<sup>23</sup>Además como se vió en los capítulos anteriores, estos modelos permiten explicar varios rasgos observados en las estrellas que estan atravesando el pulso térmico tardío, lo que refuerza la confianza en el modelado.

### 6.6.2. Resultados

La principal consecuencia de la fuerte reducción de la masa de la envoltura es que la capa que quema He inmediatamente por debajo de ella, se extingue. El remanente post-VLTP es dejado sin su fuente de energía nuclear y, por lo tanto, su evolución a través de las regiones del diagrama  $T_{\text{ef}} - g$  ocupadas por las estrellas [WCL], [WCE] y las PG1159 de baja gravedad se vuelve mucho más rápida. Esto se debe a que en los modelos estándar la luminosidad de la estrella es proporcionada principalmente por la capa que quema He mientras que en ausencia de esa energía nuclear, la luminosidad solo puede provenir de la energía térmica contenida en la envoltura en contracción. Esta fuerte reducción en las escalas de tiempo de la contracción hacia el régimen de enana blanca es de esperar que impacte fuertemente en las tasas de cambio de períodos  $\ddot{\Pi}$ , ya que estas reflejan la velocidad del cambio en la estructura de la estrella PG1159. Como hemos mencionado durante la introducción, ésta es una de las características que desearíamos obtener para poder explicar los valores de  $\ddot{\Pi}$  medidos en PG 1159-035 por Costa y Kepler (2008).

En el cuadro izquierdo de la figura 6.22 se muestran las tasas de cambio de períodos teóricas

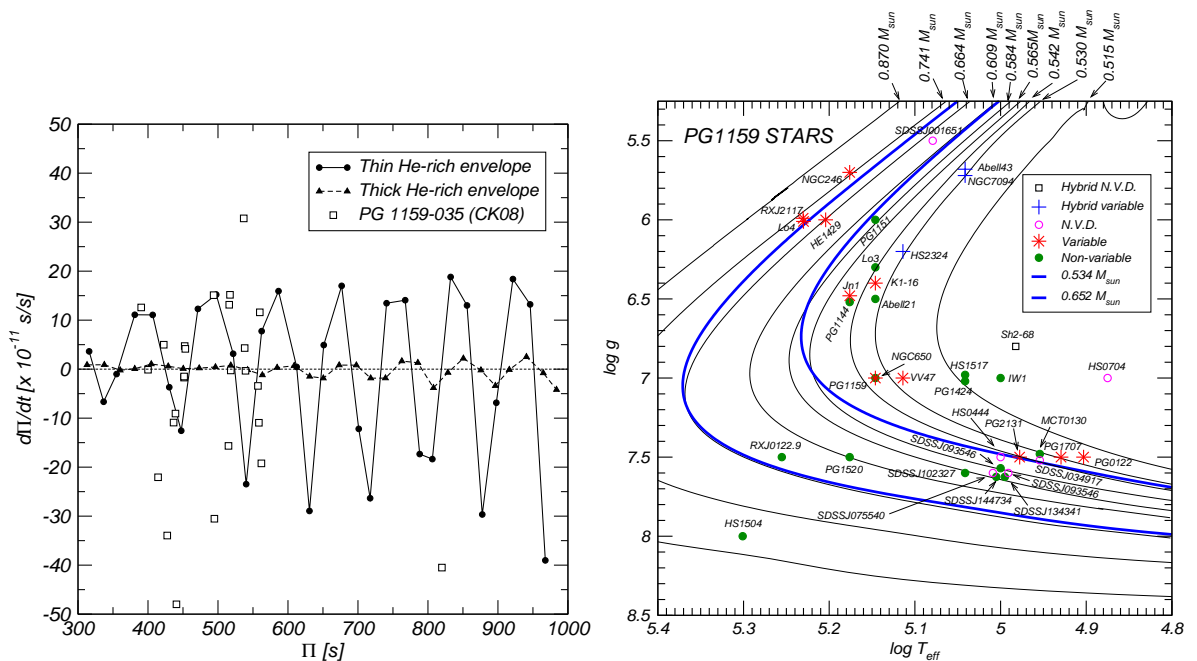


Figura 6.22: *Izquierda*: Tasa de cambio de períodos de modos de diferentes órdenes radiales para dos secuencias con envolturas ricas en He de diferentes masas. Nótese como la secuencia con una envoltura más delgada de He evoluciona más rápidamente debido a la ausencia de una fuente nuclear que suministre la luminosidad de dicha estrella. *Derecha*: Ubicación en el diagrama  $T_{\text{ef}} - g$  de dos secuencias con envolturas mas delgadas que las estándar (de masas  $0,534$  y  $0,652 M_{\odot}$ ) en comparación con las secuencias estándar (líneas delgadas).

que resultan al considerar una envoltura de espesor estándar o de espesor reducido. Los resultados correspondientes a modelos PG1159 con una envoltura rica en He gruesa (delgada) se muestran con líneas continuas (de trazos). El modelo con una envoltura delgada está caracterizado por una más de  $0,534 M_{\odot}$ , una envoltura rica en He de  $\sim 0,012$  y corresponde a  $T_{\text{ef}} \sim 160\,000\text{K}$ ,  $\log L/L_{\odot} \sim 2,88$  y  $\log g \sim 7,1$ . En ambos modelos los modos atrapados en la envoltura están caracterizados por valores negativos de  $\ddot{\Pi}$ , los cuales reflejan que la envoltura se encuentra en contracción. En el cuadro izquierdo de la figura 6.22 queda claro que los valores de  $\ddot{\Pi}$  del modelo con una envoltura delgada son mucho mayores (en valor absoluto) a los que se determinan en el caso de una envoltura de espesor estándar. Ésto es consecuencia directa de la escala de tiempo

mucho menor en la que el modelo de envoltura delgada evoluciona a través de esta etapa. Por el contrario, una vez que las secuencias entran en el régimen de enana blanca, como es el caso de la estrella PG 0122+200, donde la capa que quema He está también virtualmente extinta en los modelos estandar, la magnitud de los  $\ddot{\Pi}$  se vuelve mucho menos dependiente del ancho de la envoltura rica en He (ver Kawaler y Bradley 1994). En el cuadro izquierdo de la figura 6.22 se muestran también los valores de  $\ddot{\Pi}$  determinados recientemente por Costa y Kepler (2008) en PG 1159-035, los cuales se muestran como cuadraditos vacíos. Puede allí apreciarse que PG 1159-035 muestra tanto valores positivos como negativos de  $\ddot{\Pi}$ , rasgo que indica que la estrella se encuentra cerca del codo en el diagrama  $g - T_{\text{ef}}$ , y de magnitudes relativamente grandes ( $\sim 40 \times 10^{-11}$ s/s). El acuerdo cualitativo entre lo observado en PG 1159-035 y los valores determinados en el modelo de envoltura delgada en  $T_{\text{ef}} \sim 160\,000\text{K}$  y  $\log g \sim 7,1$  es notable. Este resultado sugiere que la existencia de una envoltura rica en He suficientemente delgada —como para que la capa que quema He este virtualmente extinta— es un ingrediente suficiente para resolver la discrepancia de un orden de magnitud entre las tasas de períodos observadas y teóricas en estrellas PG1159<sup>24</sup>. Vale la pena mencionar que aunque la temperatura del modelo cuyos valores de  $\ddot{\Pi}$  se grafican en la figura 6.22 es mayor a la inferida espectroscópicamente, eso no afecta nuestras conclusiones. En efecto no se intenta aquí realizar un ajuste de los valores observados en PG 1159-035 sino poner en evidencia que mediante la adopción de envolturas de He suficientemente delgadas es posible explicar simultáneamente la magnitud de  $\ddot{\Pi}$  y la coexistencia de valores  $\ddot{\Pi} > 0$  y  $\ddot{\Pi} < 0$  observados en PG 1159-035.

Otra de las consecuencias de la menor cantidad de masa contenida en la envoltura corresponde a la ubicación de las secuencias en el diagrama  $T_{\text{ef}} - g$ . En efecto, tal como se aprecia en el cuadro derecho de la figura 6.22 los valores de  $T_{\text{ef}}$  y  $g$  de las secuencias se modifican significativamente al disminuir la masa de la envoltura. En el cuadro derecho de la figura 6.22 se muestran dos secuencias calculadas con envolturas delgadas de He de masas 0,534 y 0,652 caracterizadas por envolturas de anchos 0,012 y 0,008  $M_{\odot}$  respectivamente—valores que deben ser comparados con los 0,032 y 0,02  $M_{\odot}$  de los modelos estándar de masa similar. El efecto global sobre la ubicación en el diagrama  $T_{\text{ef}} - g$  es que, para un valor dado de la gravedad  $g$ , los modelos con envolturas delgadas son significativamente más calientes que los estandar. Esta diferencia es especialmente grande en el régimen de bajas gravedades (altas luminosidades). Ciertamente este cambio en la ubicación de las secuencias en el diagrama  $T_{\text{ef}} - g$  afectaría las determinaciones espectroscópicas de masa. Este punto es especialmente interesante a la luz de la fuerte discrepancia existente entre las masas astrosismológicas y espectroscópicas de la estrella RX J2117.1+3412. Nótese que de acuerdo a las secuencias con envolturas delgadas la masas espectroscópica de RX J2117.1+3412 debiera ser de unas 0,65 $M_{\odot}$ , considerablemente más pequeña que los 0,72 $M_{\odot}$  sugeridos por las secuencias estandar. Por lo tanto la existencia de envolturas delgadas de He también podría ayudar a resolver la discrepancia entre las masas espectroscópicas y astrosimológicas inferidas para RX J2117.1+3412. Queda por ver, sin embargo, como se verán afectadas las determinaciones astrosismológicas de masa frente a la utilización de modelos con envolturas más delgadas.

### 6.6.3. Breves conclusiones

Hemos mostrado que modelos de estrellas PG1159 con envolturas delgadas de He permiten resolver la discrepancia entre la teoría y las observaciones en lo que hace a las magnitudes y signos de las tasas de cambio de períodos observadas en PG 1159-035. A su vez, hemos visto que la existencia de envolturas delgadas en estrellas PG1159 podría ofrecer una forma de resolver la discrepancia (de un 25 %) entre las inferencias espectroscópicas y astrosimológica de masa en el representante más caliente de la clase (RX J2117.1+3412).

<sup>24</sup>Nótese que PG 1159-035 es la única estrella PG1159 para la cual  $\ddot{\Pi}$  ha sido determinado.





## Capítulo 7

# Formación de estrellas post-RGB deficientes en H. Escenario de estrella “hot-flasher”.

... Nous concevons la possibilite de determiner leurs formes, leurs distances, leurs grandeurs et leurs mouvements; tandis que nous ne saurions jamais etudier par aucun moyen leur composition chimique, ou leur structure mineralogique, (...) Quant ‘a ces astres innombrables disseminés dans le ciel, ils nont gu‘ere, pour lastronomie, dautre interet principal que celui de nous servir de jalons dans nos observations, .... *Sobre las atmósferas estelares escribió: ...*sans que nous puissions nullement determiner ni leur composition chimique, ni meme leur densite.

Cours de philosophie positive, Comte (1835).

### 7.1. Introducción

Como hemos mencionado al comienzo de la tesis, las estrellas subenanas calientes pueden separarse en dos grupos principales. Las sdB, más frías, cuyos espectros carecen de líneas del He o las presentan muy débiles y las sdO, más calientes, que poseen abundancias de He mayores y pueden llegar a estar dominadas por el He. Las estrellas sdO y sdB han sido identificadas por de Boer et al. (1997) como aquellas que pueblan el extremo más caliente de la rama horizontal (HB) de algunos cúmulos abiertos y globulares. Mientras que las estrellas sdB conforman una clase espectral bastante homogénea, las estrellas sdO muestran una amplia diversidad de espectros (Lemke et al. 1997). Esta diversidad de espectros observada en las estrellas sdO, como así también el exceso de He inferido en la superficie de muchas de estas estrellas, resultan un reto para nuestro entendimiento de la teoría de la evolución estelar. Como consecuencia de esto, varios escenarios evolutivos alternativos, han sido diseñados para explicar la formación de estas estrellas subenanas ricas en He (denominadas estrellas He-sdB, He-sdO). Entre estos escenarios sobresalen dos como aquellos más prometedores para explicar las propiedades de estas estrellas (Ströer et al. 2007, Moehler et al. 2007 y Hirsch et al. 2008). Estos son la coalescencia de dos enanas blancas (Saio y Jeffery 2000), y un flash post-RGB en el núcleo de He, el llamado escenario de “hot-flasher” (D’Cruz et al. 1996, Sweigart 1997)<sup>1</sup>. Este último escenario es el objeto del presente capítulo. El escenario hot-flasher fue propuesto como una explicación a la existencia y características (como son las altas abundancias de He y/o C) de las estrellas del gancho azul de algunos cúmulos globulares como  $\omega$ Cen y NGC 2808 (D’Cruz et al. 2000, Moehler et al. 2002, Moehler et al. 2004 y Moehler et al. 2007). La coexistencia de estrellas de la rama horizontal extrema (EHB) y enanas blancas con núcleos de He en cúmulos globulares (Calamida et al. 2008) también está en acuerdo

---

<sup>1</sup>En lo que sigue, evitaremos las comillas alrededor del término inglés “hot-flasher”.

con una predicción natural del escenario de hot-flasher (ver Castellani et al. 2006). Si bien en el escenario de hot-flasher es necesario incrementar la pérdida de masa de manera artificial respecto de los valores utilizados normalmente en la simulación de estrellas RGB, el mecanismo detrás de la pérdida de masa en la RGB no es bien conocido (ver Espey y Crowley 2008 para una revisión reciente de este tema). Posibles diferencias en la metalicidad, las abundancias iniciales de He o en las velocidades de rotación podrían en principio producir un incremento en las pérdidas de masa en estrellas RGB (en los últimos dos casos a través de un incremento en la luminosidad de la cima de la RGB). Esto último se vuelve particularmente interesante a la luz del reciente descubrimiento de Hirsch et al (2008) de que algunas estrellas He-sdO son rotadores rápidos. Por otra parte la existencia de tasas de pérdida de masa altas en poblaciones viejas y ricas en metales es un ingrediente esencial en una de las hipótesis principales en el modelado del “UV-upturn” en galaxias elípticas (ver Yi y Yoon 2004). Si esto es así, es probable que una fracción no despreciable de las estrellas en estas poblaciones sufra el flash del núcleo de He luego de abandonar la RGB (es decir serían hot-flashers). Finalmente, debemos tener presente que en regiones de alta densidad estelar es posible que surjan incrementos en las pérdidas de masa como resultado de colisiones entre estrellas.

Como hemos descripto en la sección 2.1, lo usual es que las estrellas de baja masa sufran el flash en el núcleo de He (HeCF) en la cima de la RGB. Sin embargo Castellani y Castellani (1993) demostraron que, si la estrella pierde suficiente masa en la RGB, es posible que abandone la RGB antes de sufrir el flash y experimente el flash del núcleo de He mientras se encuentra descendiendo a la región de enfriamiento de enanas blancas. Luego D’Cruz et al. (1996) analizaron la frecuencia de estos flashes a altas temperaturas (a los que denominaron hot-flashers) suponiendo diferentes tasas de pérdida de masa en la RGB y sugirieron que este escenario era una forma viable de poblar el extremo caliente de la HB. Sin embargo, fue Sweigart (1997) quien hizo notar la gran similitud existente entre estos hot-flashers y los pulsos térmicos tardíos que pueden ocurrir en la evolución post-AGB (Schönberner 1979, ver el capítulo 5 de esta tesis). Sweigart (1997) mostró que, al igual que ocurre durante un pulso térmico muy tardío (VLTP), la zona convectiva generada por la liberación repentina de energía durante el flash de He ( $L_{\text{He}} \sim 10^{10} L_{\odot}$ ), puede alcanzar la envoltura rica de H y tragarla. Como consecuencia, la mayoría (o todo) del H en la estrella es violentamente quemado produciendo una superficie rica en He y deficiente en H. Posteriormente Brown et al. (2001) exploró este escenario para explicar las anomalías de la HB caliente de NGC 2808. No fue sino hasta el trabajo de Cassisi et al. (2003) que se realizaron por primera (y única) vez simulaciones que incorporaran la mezcla y quema violenta del H que ocurre durante estos eventos y que se obtuvieron, también por primera vez, las abundancias de He, C y N resultantes. Todos estos trabajos estaban por su parte enfocados en el estudio de cúmulos globulares y, en consecuencia, en el estudio de estos eventos en estrellas de baja metalicidad (en la ZAMS). Sin embargo, contrapartes de estas estrellas y eventos también son esperables en el disco galáctico. Esta posibilidad fue considerada por Lanz et al. (2004), quienes estudiaron si las estrellas He-sdB (de campo) podrían haber sido formadas durante un evento hot-flasher. En dicho trabajo, los autores realizan una útil clasificación de los hot-flashers en tres tipos distintos: (1) hot-flashers tempranos, los cuales experimentan el HeCF durante la evolución a luminosidad constante luego de abandonar la RGB y que terminan con superficies de abundancias H/He estandar; (2) hot-flashers tardíos con mezcla superficial (SM), cuyas superficies se vuelven moderadamente ricas en He como consecuencia de una dilución de la envoltura rica en H; y (3) hot-flashers tardíos con mezcla profunda (DM) en los cuales la envoltura rica en H es repentinamente tragada por la zona conectiva generada durante el HeCF y el H es violentamente quemado, dando como resultado una deficiencia extrema de H. Debido a las dificultades numéricas que involucra el cálculo simultáneo de la mezcla y la quema del H (al igual que durante un VLTP, ver capítulo 5) durante un DM, Lanz et al. (2004) no calcularon las abundancias resultantes de este evento. Finalmente, Ströer et al. (2005, 2007) y Hirsch et al. (2008) analizaron la posibilidad de que las estrellas He-sdO de campo pudiesen ser generadas mediante este mecanismo y llegaron a la conclusión de que,

Masa en la ZAMS ( $M_{\odot}$ )	Abundancias Iniciales (X/Y/Z)
0,88	0,769/0,230/0,001
0,98	0,736/0,254/0,010
1,03	0,702/0,278/0,020
1,04	0,668/0,302/0,030

Tabla 7.1: Valores de los modelos iniciales (ZAMS) de nuestras secuencias evolutivas de modelos.

aunque la idea no podría ser rechazada, existían diferencias significativas entre los modelos y las observaciones. Sin embargo, la falta de un estudio cuantitativo y exhaustivo de los eventos de hot-flasher y la química que surge de estos para un amplio rango de metalicidades y situaciones hace que la comparación de los resultados teóricos con las observaciones sea difícil. Vale la pena notar que solo un trabajo previo ha calculado las abundancias químicas que resultan de un evento de DM y lo ha hecho solo para una masa de remanente y metalicidad ( $Z = 0,0015$ ). Por otro lado, el trabajo de Lanz et al. (2004) presenta cálculos de varias secuencias para abundancias solares, pero sin realizar el cálculo de las abundancias resultantes de este evento. La cantidad de datos observacionales de este tipo de estrellas está aumentando rápidamente como un efecto colateral de los relevamientos estelares de objetos azules débiles como el SDSS y el SPY. Tal como concluyeran Cassisi et al. (2003), para poder concluir algo sobre la viabilidad del escenario de hot-flasher, es necesario un estudio de la dependencia de las predicciones del escenario de hot-flasher ( $T_{\text{ef}}$ ,  $g$  y las abundancias resultantes) con los detalles físicos.

El objetivo de este capítulo es presentar un conjunto homogéneo de simulaciones del escenario de hot-flasher tardío, para un amplio rango de casos en los cuales las abundancias químicas de los modelos son calculadas consistentemente. En particular se presentan simulaciones para un conjunto de 4 metalicidades iniciales ( $Z_0$ , en la ZAMS) y diferentes masas del remanente post-RGB —que es lo que determina la luminosidad del modelo al momento de sufrir el HeCF.

## 7.2. Algunos detalles físicos y numéricos

Los detalles del código numérico utilizado para el cálculo de estas secuencias se ha presentado en detalle en el capítulo 4, por lo que aquí haremos mención solo a algunos detalles particularmente relevantes para los cálculos presentados en este capítulo.

En los cálculos presentados en este capítulo las opacidades conductivas en el núcleo de He degenerado fueron incluidos de acuerdo al tratamiento de Cassisi et al. (2007). Una consecuencia de esto es que la masa del núcleo de He al momento del HeCF de nuestras secuencias es levemente menor que en trabajos previos, con una diferencia de  $\Delta M_{\text{núcleo}} \sim 0,006 M_{\odot}$  para todas las metalicidades (ver Cassisi et al. 2007). La emisión de neutrinos debido a los procesos “plasmón” fue incorporada de acuerdo con la receta de Haft et al. (1994).

En este trabajo la mezcla y la quema nuclear de elementos fueron resueltas simultáneamente en el contexto del esquema de mezcla difusiva explicado en la sección 4.1.1, donde la eficiencia de la mezcla es descrita mediante la adopción del coeficiente de difusión  $D$  apropiado. En el presente trabajo la convección fue resuelta (salvo mención explícita de lo contrario) dentro del contexto de la teoría de longitud de mezcla estándar (MLT), adoptando un valor de  $\alpha = 1,61$  para el parámetro libre adimensional de la teoría. Este valor fue elegido pues permite reproducir la luminosidad y temperatura efectiva del sol — $\log T_{\text{ef}} = 3,7614$  y  $L_{\odot} = 3,842 \times 10^{33}$  erg/s— a una edad de  $t = 4,57 \times 10^9$  años, cuando se adopta una metalicidad de  $Z = 0,0164$  y una abundancia de H de  $X = 0,714$  en acuerdo con el cociente  $Z/X$  sugerido por Grevesse y Sauval (1998).

Las masas iniciales, en la ZAMS (tabla 7.2), de nuestras simulaciones fueron elegidas para

obtener edades en la rama horizontal de edad cero cercanas a las correspondientes a los cúmulos globulares ( $\sim 12,5 \times 10^9$  años, Salaris y Weiss 2002). Sin embargo, no esperamos que la masa inicial juegue un papel importante en estas simulaciones y los resultados deberían ser válidos para secuencias cuyas edades al momento del HeCF resultan similares a la del disco galáctico ( $\sim 8 \times 10^9$  años)<sup>2</sup>. La pérdida de masa en estas secuencias cerca de la cima de la RGB fue aumentada artificialmente para obtener diferentes masas de la envoltura rica en H al momento del HeCF, y por lo tanto la ocurrencia del HeCF en diferentes etapas de la evolución post-RGB. La pérdida de masa fue en todos los casos apagada arbitrariamente luego de la salida de la RGB, cuando  $T_{\text{ef}} \sim 12\,600\text{K}$ .

El contenido inicial de He en las secuencias ( $Y$ ), las cuales abarcan un amplio rango de metalicidades, fue elegido de acuerdo con la expresión

$$Y = 0,23 + 2,4 \times Z_0 \quad (7.1)$$

lo que nos permite realizar comparaciones con trabajos previos, que adoptaron  $Y = 0,23$  para abundancias típicas de cúmulos globulares pobres en metales, a la vez que está de acuerdo con nuestros valores solares y las determinaciones actuales de la evolución química de la galaxia (Flynn 2004, Casagrande et al. 2007).

### 7.3. Descripción de las secuencias estandar

Hemos realizado simulaciones del escenario de hot-flasher tardío en los cuales las abundancias superficiales son alteradas tanto por la dilución como la quema de la envoltura rica en H. Las secuencias evolutivas fueron seguidas desde la ZAMS, a través del evento de hot-flasher, y en la evolución post-HB. Nuestras secuencias estándar no incluyen ningún tipo de mezcla extra más allá de los bordes convectivos formales ni ningún otro tipo de mezcla no convectiva (como la semiconvección). En estas secuencias también despreciamos el efecto de los gradientes químicos en la transición H-He, y las velocidades de los elementos convectivos son aquellas dadas por la MLT. Dado que nuestro objetivo es proveer un conjunto completo y homogéneo de propiedades observables de las predicciones del escenario de hot-flasher, realizamos simulaciones evolutivas para los diferentes tipos de hot-flasher, considerando cuatro metalicidades diferentes ( $Z_0 = 0,001; 0,01; 0,02; 0,03$ ) y diferentes masas del remanente post-RGB —es decir con el HeCF desarrollándose en diferentes puntos de la evolución post-RGB. Las abundancias y masas iniciales de estas frecuencias se detallan en la tabla 7.2.

Antes de realizar una descripción de las propiedades superficiales de estas secuencias haremos una breve descripción de como estas secuencias evolutivas alcanzan la deficiencia en H.

#### 7.3.1. Casos de “hot-flashers” que producen deficiencia de H

Los hot-flashers tardíos, i.e. aquellos que experimentan un enriquecimiento en He de sus superficies, fueron clasificados por Lanz et al. (2004) en los casos de mezclas “superficial” (SM) y “profunda” (DM). Durante los eventos del tipo SM descrito por Lanz et al. (2004), no ocurre quema de H y el enriquecimiento en He es alcanzado por medio de la dilución, en regiones más profundas y desprovistas de H, de la envoltura rica en H remanente. Por el contrario, en los eventos del tipo DM, la envoltura rica en H es tragada por la zona convectiva desarrollada durante el HeCF y el H de la envoltura es arrastrado al interior mucho más caliente donde es violentamente quemado. Esta clasificación no es completamente consistente con nuestros resultados, ya que en nuestras simulaciones existen casos intermedios en los cuales, aunque el enriquecimiento en He de la superficie se alcanza por la dilución de la envoltura, las regiones

<sup>2</sup>Por ejemplo con  $Z = 0,02$  la masa del núcleo de He al momento del HeCF es apenas un 0,5% más pequeño para un progenitor de masa mayor ( $1,25M_{\odot}$ ) el cual sufre el HeCF unos  $\sim 8 \times 10^9$  años luego de la ZAMS.

más internas de la envoltura rica en H son quemadas durante el episodio. En estos casos  $L_H$  puede momentáneamente alcanzar los  $L_H \sim 10^7 L_\odot$ , pero solo una fracción del contenido total de H en la estrella es finalmente quemado. Dado que no existe una separación bien definida entre estos casos y aquellos calificados como SM por Lanz et al. (2004), retenemos la denominación de “mezcla superficial” para ambos casos. Sin embargo denotaremos la existencia de una quema importante de H durante el HeCF etiquetando a los casos en que momentáneamente ocurra que  $L_H > 10^4 L_\odot$  como SM\* (ver tabla 7.2). Por otro lado, la separación entre los casos DM y los SM/SM\* puede ser claramente caracterizada por el desarrollo de un flash violento del H durante los eventos DM y, especialmente, por la quema casi completa del contenido original de H en el remanente. En los párrafos siguientes hacemos una breve descripción de estos casos de hot-flashers tardíos.

Dado que la evolución de las zonas convectivas en todos los casos de hot-flashers tardíos posee razgos similares describiremos estos puntos en común primero. Primero, como consecuencia del enfriamiento causado por los neutrinos en el centro de la estrella, el HeCF primario se desata fuera del centro de la estrella. Se desarrolla entonces una zona convectiva creciente en el núcleo de He principalmente por encima del punto de máxima liberación de energía, con el borde de esta zona convectiva acercándose progresivamente a la transición H-He en la base de la envoltura. Una vez que el HeCF primario está completamente desarrollado y la estructura de la estrella cambia como consecuencia de la energía entregada repentinamente por el HeCF —la estrella se mueve a la región de bajas luminosidades y temperaturas del diagrama HR, ver figura 7.1— una envoltura convectiva *muy* superficial comienza a desarrollarse. Ésta zona convectiva, que se profundiza gradualmente, es la causante de que el material deficiente en H sea finalmente llevado a la superficie cuando finalmente se une a (alguna de) las zonas convectivas internas generada durante el flash. Este orden de eventos es así para todos los tipos de hot-flashers (ver figura 7.2).

La evolución de un episodio DM se muestra en la figura 7.1 y en el panel superior de la figura 7.2. Primero, el flash del He comienza de manera descentrada tal como sucede en aquellos que ocurren en la cima de la RGB, desarrollando una zona convectiva cuyo borde superior se acerca progresivamente a la transición de H-He a medida que aumenta la tasa de liberación de energía por quema de He. Tal como observara Sweigart (1997), la barrera de entropía en estos casos (debida a la quema previa del CNO) es insuficiente para evitar el contacto entre la zona convectiva generada por el HeCF y la envoltura rica en H. Esto se debe a que la capa que quemaba H se encuentra virtualmente extinta al momento del HeCF. Como consecuencia la zona convectiva generada impulsada por el flash del He es capaz de penetrar en la envoltura rica en H arrastrando los protones a la zona convectiva impulsada por el flash de He, la cual es rica en C (superior al 1% en fracción de masa). Luego la quema de H produce una liberación extra de energía y la tasa a la cual el H es arrastrado al interior, y quemado, aumenta rápidamente. En algún momento ocurren dos cosas importantes. Primero, debido al aumento de la entropía del material en la ubicación donde los protones son quemados, estas regiones se vuelven convectivamente estables, separando la zona convectiva original en dos, una impulsada por el flash del He y la otra por la quema de H. Segundo, como la quema de H se vuelve la fuente principal que impulsa la penetración del borde convectivo superior en la envoltura rica en H, se produce una situación inestable: una penetración un poco más profunda de la zona convectiva produce un aumento de la potencia liberada por la quema de H, la cual, a su vez impulsa al borde convectivo superior a un poco más hacia adentro de la envoltura rica en H. Esto produce un flash del H en el cual casi todo el contenido de H del remanente es rápidamente quemado, un episodio que se caracteriza también por un repentina penetración del borde convectivo superior en la envoltura rica en H. Este repentino crecimiento de la zona convectiva dentro de la envoltura rica en H es claramente apreciable en el panel superior de la figura 7.2, aproximadamente 1 año después del HeCF primario. Durante estos eventos, la estrella se mueve hacia la región del diagrama HR caracterizada por bajas temperaturas y luminosidades (ver figura 7.1), donde una zona convectiva externa muy superficial comienza a desarrollarse como consecuencia de la

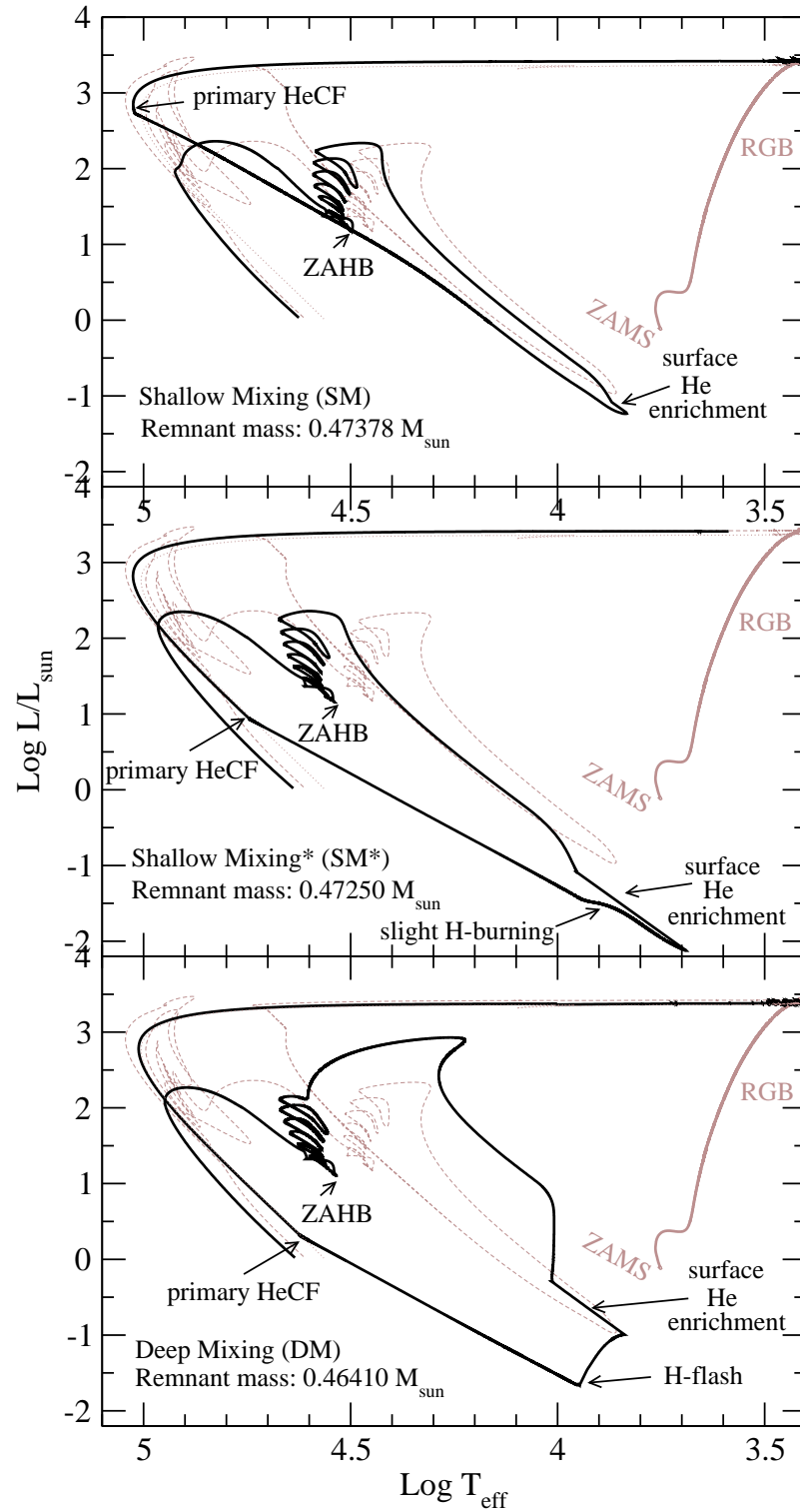


Figura 7.1: Diagramas HR característicos de los tres tipos de hot-flashers tardíos descritos en este capítulo. Las secuencias corresponden a  $Z_0 = 0,02$ . Para permitir una mejor comparación se incluyen la evolución de un hot-flasher temprano de  $0,47426 M_{\odot}$  que termina con una abundancia normal de H/He en su envoltura (línea de trazos) y la evolución de una secuencia (de masa  $0,4607 M_{\odot}$ ) que no sufre el flash del He en el núcleo y terminará como una enana blanca de con núcleo de He (línea punteada).

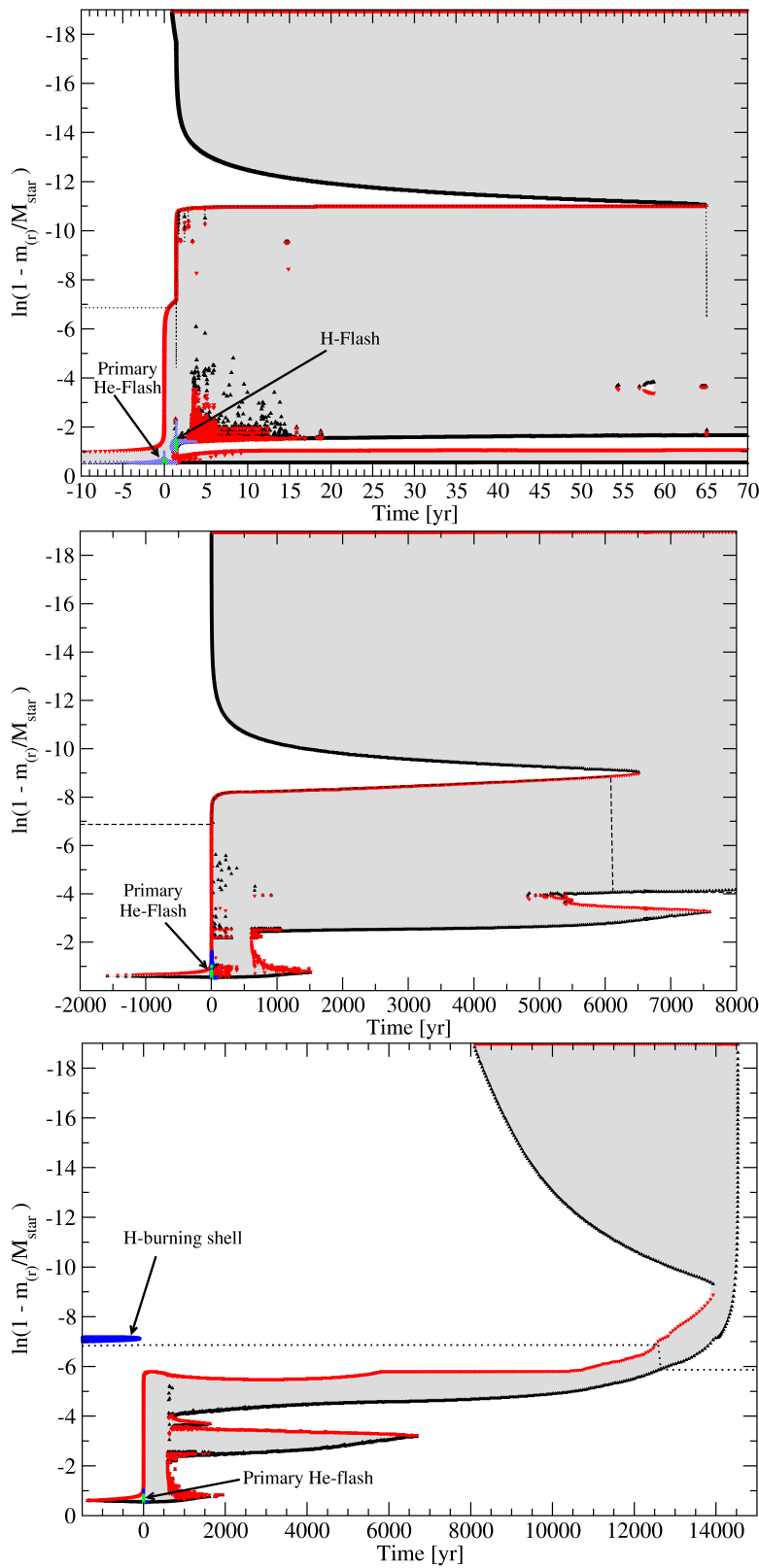


Figura 7.2: Diagramas de Kippenhahn para diferentes tipos de hot-flashers tardíos. *Arriba*: Caso de un evento de mezcla profunda (DM) de un remanente de  $0,47017 M_{\odot}$  de una secuencia de inicialmente  $Z_0 = 0,02$ . Los triangulitos rojos (negros) indican los bordes superiores (inferiores) de las zonas convectivas en cada modelo. Para clarificar el dibujo las zonas convectivas principales han sido sombreadas. Las regiones azules (verdes) indican las regiones en las cuales la generación de energía por unidad de masa está por encima de  $\epsilon > 10^7 \text{ erg g}^{-1} \text{ s}^{-1}$  ( $\epsilon > 10^9 \text{ erg g}^{-1} \text{ s}^{-1}$ ). La línea de trazos indica la ubicación del borde inferior de la envoltura rica en H, definida por  $X \sim 0,001$ . *Medio*: Diagrama de un caso de mezcla superficial con quema leve de H ( $SM^*$ ). Las referencias son similares a las del cuadro superior. *Abajo*: Caso de un evento de mezcla superficial sin quema de H. Las referencias son similares a las del cuadro superior.

opacidad del material. Esta zona convectiva se vuelve progresivamente más profunda, aunque siempre es muy superficial, y unos años después del flash primario se une a la zona convectiva impulsada por el flash de He exponiendo el material deficiente en H a la superficie (ver figura 7.2). Luego de esto, la estrella evoluciona a través de varios flashes del He secundarios cada vez mas cercanos al centro —tal como ocurre durante los flashes del He en el núcleo que suceden en la cima de la RGB— hasta finalmente asentarse sobre la ZAHB como un objeto extremadamente deficiente en H ( $X_H \sim 10^{-4} - 10^{-6}$ ). El contenido de H en la estrella decrece fuertemente en la mayoría de los casos, de unas  $10^{-4}M_\odot$  a menos de  $10^{-6}M_\odot$  inmediatamente después del flash de He primario (ver tabla 7.2).

Si el flash ocurre cuando la capa que quema H es un poco más luminosa (un caso SM\*), entonces la zona convectiva puede llegar a entrar en contacto con las regiones internas (con bajo contenido fraccional de H) de la envoltura rica en H, pero el H arrastrado al interior nunca es suficiente para que se desarrolle el flash de H. Esta situación se muestra en los paneles intermedios de las figuras 7.1 y 7.2. Como resultado solo una fracción pequeña del H en la envoltura es quemado durante un evento SM\*. Luego, el borde superior de la zona convectiva impulsada por el HeCF penetra paulatinamente en la envoltura rica en H, diluyendo lentamente el H en las regiones internas hasta que finalmente al unirse con la, cada vez mas profunda, zona convectiva superficial transforman a la estrella en un objeto con un bajo contenido de H ( $X_H \sim 10^{-2} - 10^{-3}$ , ver tabla 7.2).

Finalmente en los casos en los que el flash ocurre cuando la capa quemadora de H está aún más activa (paneles inferiores de las figuras 7.1 y 7.2), entonces la zona convectiva no entra —inicialmente— en contacto con la envoltura rica en H debido a la alta barrera de entropía y no ocurre quema de H —este es el caso originamente etiquetado como SM por Lanz et al. (2004). Luego del flash principal del He, una pequeña cola remanente de la zona convectiva permanece por varios miles de años, moviéndose progresivamente hacia afuera en masa. Esta zona convectiva alcanza la envoltura rica en H y diluye algunas regiones interiores de la envoltura rica en H en el interior libre de H. Finalmente, al unirse a la zona convectiva superficial, produce una deficiencia de H moderada.

Los resultados de las simulaciones numéricas para una selección de nuestras secuencias se detalla en la tabla 7.2.

### 7.3.2. Ubicación en el plano Masa-Metalicidad

En la figura 7.3 se muestran las secuencias calculadas para este trabajo en el plano masa-metalicidad<sup>3</sup>. Como se mencionó antes, las masas de nuestras secuencias son levemente inferiores a las de los trabajos anteriores como consecuencia del uso de las nuevas opacidades conductivas de Cassisi et al. (2007).

Nuestros resultados apoyan las conclusiones de Lanz et al. (2004) de que los eventos de SM/SM\* son más frecuentes en secuencias de alta metalicidad (ver figura 7.3). Mientras los SM/SM\* corresponden solo al 4 % del rango de masas de remanentes que sobrellevan hot-flasher tardío en secuencias de baja metalicidad  $Z_0 = 0,001; 0,01$  corresponden al 14-17 % del rango de masas de remanentes en las secuencias con  $Z = 0,02; 0,03$ . El rango de masas de remanentes para que ocurra un hot-flasher es levemente dependiente en la metalicidad, variando desde  $\Delta M \sim 0,014M_\odot$  para  $Z=0,03$  a  $\Delta M \sim 0,0105M_\odot$  para  $Z=0,001$ . Esta diferencia es principalmente consecuencia del cambio en el rango de masas en que ocurren eventos SM/SM\* mientras que el rango para la ocurrencia de eventos DM es casi constante. Lamentablemente no es facil transformar estos rangos a rangos sobre las masas iniciales de las secuencias ya que eso dependerá muy fuertemente de los detalles de la pérdida de masa.

<sup>3</sup>Por metalicidad nos referimos al contenido inicial de metales (ZAMS) de cada secuencia. A lo largo de este trabajo elegimos etiquetar a las secuencias con su masa final en lugar de la tasa de pérdida de masa utilizada en cada caso —como se hace en los trabajo previos— porque es la masa final del remanente, y no la forma particular en que es perdida, la que juega un papel importante en determinar los diferentes tipos de hot-flasher.



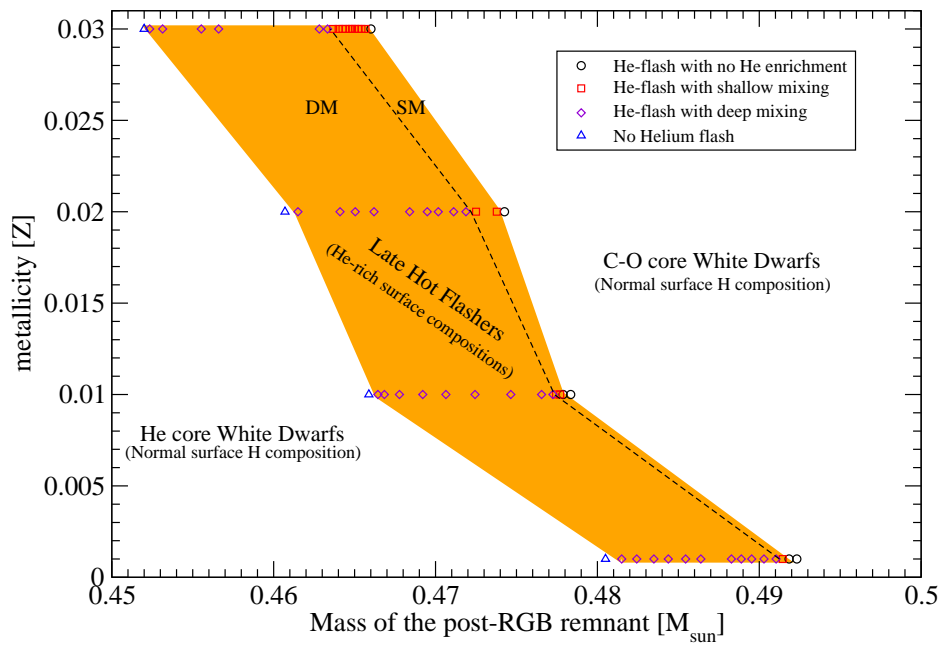


Figura 7.3: Masa del remanente y metalicidad inicial de las secuencias utilizadas en este trabajo para el cálculo de hot-flashers. La región naranja indica la zona donde las secuencias experimentarán un cambio en su abundancia superficial como consecuencia de la quema o dilución de la envoltura rica en H. La línea de trazos indica la separación entre los casos DM y SM/SM\*.

Masa Final [ $M_{\odot}$ ]	$Z_0$	máximo de $\text{Log}(L_{\text{He}}/L_{\odot})$	máximo de $\text{Log}(L_{\text{H}}/L_{\odot})$	$^1\Delta t$ [años]	$^2\Delta t$ [ $10^6$ años]	$^3\Delta t$ [ $10^6$ años]	$^1M_H$ [ $M_{\odot}$ ]	$^2M_H$ [ $M_{\odot}$ ]	$^3M_H$ [ $M_{\odot}$ ]
0,49145 (SM*)	0,001	10,23	7,44	9006	1,53	66,73	$4,19 \times 10^{-4}$	$3,21 \times 10^{-4}$	$3,21 \times 10^{-4}$
0,49104 (DM)	0,001	10,22	9,24	106,78	1,55	67,33	$4,17 \times 10^{-4}$	$2,92 \times 10^{-5}$	$2,29 \times 10^{-6}$
0,48545 (DM)	0,001	10,10	10,09	7,35	1,55	65,20	$4,30 \times 10^{-4}$	$2,37 \times 10^{-7}$	$4,16 \times 10^{-8}$
0,48150 (DM)	0,001	10,09	10,71	4,11	1,57	69,60	$4,41 \times 10^{-4}$	$2,10 \times 10^{-6}$	$2,46 \times 10^{-7}$
0,47770 (SM)	0,01	9,83	3,58	79123	1,71	71,82	$2,93 \times 10^{-4}$	$2,44 \times 10^{-4}$	$2,44 \times 10^{-4}$
0,47744 (SM*)	0,01	9,83	6,91	18471	1,66	71,96	$2,93 \times 10^{-4}$	$1,38 \times 10^{-4}$	$1,31 \times 10^{-4}$
0,47725 (DM)	0,01	9,82	9,12	2960	1,71	72,69	$2,92 \times 10^{-4}$	$2,33 \times 10^{-6}$	$1,85 \times 10^{-7}$
0,46921 (DM)	0,01	9,66	9,91	54,7	1,71	84,69	$3,06 \times 10^{-4}$	$6,72 \times 10^{-7}$	$8,35 \times 10^{-8}$
0,46644 (DM)	0,01	9,71	9,70	44,1	1,65	78,76	$3,11 \times 10^{-4}$	$1,96 \times 10^{-7}$	$3,78 \times 10^{-8}$
0,47378 (SM)	0,02	9,71	-	-	1,80	73,89	$2,62 \times 10^{-4}$	$2,62 \times 10^{-4}$	$2,61 \times 10^{-4}$
0,47250 (SM*)	0,02	9,69	5,78	3053	1,80	78,99	$2,54 \times 10^{-4}$	$9,66 \times 10^{-5}$	$6,85 \times 10^{-5}$
0,47112 (DM)	0,02	9,66	9,33	706	1,82	76,48	$2,55 \times 10^{-4}$	$8,27 \times 10^{-7}$	$8,95 \times 10^{-8}$
0,46410 (DM)	0,02	9,52	10,06	135,8	1,83	88,10	$2,66 \times 10^{-4}$	$7,32 \times 10^{-7}$	$7,91 \times 10^{-8}$
0,46150 (DM)	0,02	9,60	10,25	132,4	1,74	81,75	$2,70 \times 10^{-4}$	$2,01 \times 10^{-7}$	$3,48 \times 10^{-8}$
0,46521 (SM)	0,03	9,45	-	-	1,87	83,33	$2,67 \times 10^{-4}$	$2,67 \times 10^{-4}$	$2,56 \times 10^{-4}$
0,46470 (SM)	0,03	9,45	2,67	78688	1,89	79,70	$2,48 \times 10^{-4}$	$1,70 \times 10^{-4}$	$3,44 \times 10^{-5}$
0,46367 (SM*)	0,03	9,43	5,80	17248	1,90	80,76	$2,49 \times 10^{-4}$	$7,23 \times 10^{-5}$	$1,16 \times 10^{-5}$
0,46282 (DM)	0,03	9,41	9,00	10926	1,93	81,47	$2,49 \times 10^{-4}$	$4,41 \times 10^{-6}$	$3,28 \times 10^{-7}$
0,45660 (DM)	0,03	9,27	9,80	975	2,00	87,76	$2,49 \times 10^{-4}$	$7,05 \times 10^{-7}$	$5,52 \times 10^{-8}$
0,45234 (DM)	0,03	9,31	9,49	1055	1,94	93,93	$2,58 \times 10^{-4}$	$5,64 \times 10^{-7}$	$6,47 \times 10^{-8}$

Tabla 7.2: Propiedades algunas de las secuencias estándar calculadas en este trabajo. La quinta, sexta y séptima columna indican, respectivamente, el intervalo de tiempo entre; el máximo de  $\text{Log}(L_{\text{He}}/L_{\odot})$  y el máximo de  $\text{Log}(L_{\text{H}}/L_{\odot})$  ( $^1\Delta t$ ); el flash primario del He y el la ZAHB ( $^2\Delta t$ ); y desde la ZAHB al final de la EHB (TAHB;  $^3\Delta t$ ). Las tres columnas finales indican el contenido total de H de esa secuencia justo antes del flash de He ( $^1M_H$ ), luego del flash primario de He ( $^2M_H$ ) y en la ZAHB ( $^3M_H$ ).

Masa Final [ $M_{\odot}$ ]	$Z_0$	H	He	$^{12}\text{C}$	$^{13}\text{C}$	N	O
0,49145 (SM*)	0,001	0,2137	0,7475	0,0365	$1,57 \times 10^{-6}$	$1,22 \times 10^{-4}$	$1,52 \times 10^{-3}$
0,49104 (DM)	0,001	$2,42 \times 10^{-4}$	0,9450	0,0267	$7,47 \times 10^{-3}$	0,0106	$4,77 \times 10^{-5}$
0,48545 (DM)	0,001	$4,60 \times 10^{-6}$	0,9524	0,0264	$7,73 \times 10^{-3}$	0,0134	$4,53 \times 10^{-5}$
0,48150 (DM)	0,001	$2,41 \times 10^{-6}$	0,9666	0,0107	$5,79 \times 10^{-3}$	0,0185	$3,79 \times 10^{-5}$
0,47770 (SM)	0,01	0,0780	0,8682	0,0426	$6,26 \times 10^{-6}$	$1,30 \times 10^{-3}$	$6,84 \times 10^{-4}$
0,47744 (SM*)	0,01	0,0261	0,8996	0,0642	$2,36 \times 10^{-6}$	$6,59 \times 10^{-4}$	$7,43 \times 10^{-4}$
0,47725 (DM)	0,01	$2,27 \times 10^{-5}$	0,9464	0,0382	$6,12 \times 10^{-3}$	$4,35 \times 10^{-3}$	$2,94 \times 10^{-4}$
0,46921 (DM)	0,01	$1,02 \times 10^{-5}$	0,9560	0,0211	$6,13 \times 10^{-3}$	0,0128	$2,92 \times 10^{-4}$
0,46644 (DM)	0,01	$4,61 \times 10^{-6}$	0,9592	0,0193	$5,52 \times 10^{-3}$	0,0122	$3,16 \times 10^{-4}$
0,47378 (SM)	0,02	0,3822	0,5978	$1,23 \times 10^{-3}$	$8,96 \times 10^{-5}$	$7,57 \times 10^{-3}$	$4,69 \times 10^{-3}$
0,47250 (SM*)	0,02	$9,56 \times 10^{-3}$	0,9273	0,0425	$1,93 \times 10^{-5}$	$2,94 \times 10^{-3}$	$8,64 \times 10^{-4}$
0,47112 (DM)	0,02	$9,05 \times 10^{-6}$	0,9389	0,0420	$4,27 \times 10^{-3}$	$4,88 \times 10^{-3}$	$6,96 \times 10^{-4}$
0,46410 (DM)	0,02	$1,05 \times 10^{-5}$	0,9460	0,0273	$6,41 \times 10^{-3}$	0,0120	$7,680 \times 10^{-4}$
0,46150 (DM)	0,02	$4,66 \times 10^{-6}$	0,9480	0,0263	$5,67 \times 10^{-3}$	0,0116	$1,01 \times 10^{-3}$
0,46521 (SM)	0,03	0,2227	0,7271	0,0197	$7,79 \times 10^{-5}$	$8,09 \times 10^{-3}$	$5,18 \times 10^{-3}$
0,46470 (SM)	0,03	$4,71 \times 10^{-3}$	0,9239	0,0380	$4,12 \times 10^{-4}$	$6,10 \times 10^{-3}$	$1,58 \times 10^{-3}$
0,46367 (SM*)	0,03	$1,63 \times 10^{-3}$	0,9249	0,0390	$3,25 \times 10^{-3}$	$6,48 \times 10^{-3}$	$1,62 \times 10^{-3}$
0,46282 (DM)	0,03	$7,48 \times 10^{-6}$	0,9333	0,0420	$1,74 \times 10^{-3}$	$7,04 \times 10^{-3}$	$1,55 \times 10^{-3}$
0,45660 (DM)	0,03	$9,22 \times 10^{-6}$	0,9382	0,0341	$4,09 \times 10^{-3}$	0,0103	$1,67 \times 10^{-3}$
0,45234 (DM)	0,03	$1,94 \times 10^{-5}$	0,9411	0,0273	$4,76 \times 10^{-3}$	0,0134	$2,14 \times 10^{-3}$

Tabla 7.3: Abundancias superficiales finales (en fracción de masa) de algunas de las secuencias calculadas para este capítulo.

### 7.3.3. Propiedades superficiales

En la tabla 7.3.2 presentamos las abundancias superficiales resultantes de las secuencias de la tabla 7.2. Lo primero que debe notarse es que mientras los eventos DM llevan a abundancias finales de H preferencialmente entre  $10^{-5}$  y  $10^{-6}$ , en fracción de masa (aunque puede llegar a ser tan alto como  $10^{-4}$  en algunos casos), los episodios SM/SM\* producen una variedad mucho más amplia de abundancias de H, yendo desde valores casi solares a unos pocos  $10^{-3}$  por unidad de masa. Los escenarios SM/SM\* producen las abundancias intermedias requeridas por Unglaub (2005) para reproducir las abundancias de estrellas He-sdO/HesdB a la luz de simulaciones que incorporan los efectos simultáneos de la difusión de elementos y débiles pérdidas de masas ( $\dot{M} \lesssim 10^{-13} M_{\odot}/\text{año}$ ). Esto es interesante si además se tiene en cuenta que la inclusión de efectos dejados de lado en estas simulaciones podría aumentar la frecuencia de episodios SM/SM\* respecto de los DM debido a la introducción de una barrera extra contra la penetración de la zona convectiva generada por el HeCF en la envoltura rica en H (ver sección 7.4).

En lo referente a las abundancias de los otros elementos químicos, algunas tendencias son evidentes para los casos DM (ver tabla 7.3.2). En particular, el  $^{12}\text{C}$  decrece en un factor 2 yendo de flashes más tempranos (i.e. remanentes de mayor masa) a flashes más tardíos (i.e. remanentes de menor masa)<sup>4</sup>. Esto es así porque para DM tardíos, el flash de H y la consecuente separación de las zonas convectivas ocurre más rápidamente que en los DM tempranos (ver el valor de  $^1\Delta t$  en la tabla 7.2) y por lo tanto menos  $^{12}\text{C}$  ha sido creado para el momento en que ocurre el flash de H. Cuando las zonas convectivas se separan, el aumento en la abundancia de  $^{12}\text{C}$  en la zona convectiva (más interna) impulsada por el He se desacopla de las abundancias superficiales finales. Por otro lado, el  $^{13}\text{C}$  no muestra una tendencia definida y es casi constante para una dada metalicidad, aunque decrece levemente cuando la metalicidad es aumentada. En la tabla 7.3.2 podemos apreciar que el  $^{14}\text{N}$  aumenta al ir hacia episodios DM más tardíos —para una dada metalicidad. Esto también puede ser entendido fácilmente en base al desarrollo más temprano, en esos casos, del flash de H. Debido a que existe un menor contenido de  $^{12}\text{C}$  en la zona convectiva cuando ocurre la separación, y se desarrolla el flash de H, y la masa de H tragada es casi constante (ver tabla 7.2), entonces hay más protones por cada núcleo de  $^{12}\text{C}$  y más  $^{14}\text{N}$  es finalmente formado. Luego, para una dada metalicidad, el cociente C/N puede variar en más de un factor dos, dependiendo del momento en la evolución post-RGB en la cual ocurre DM. Esto es interesante en vistas de las dos clases de estrellas He-sdO (ricas en C o N) determinadas por Ströer et al. (2007). La dependencia del cociente C/N en función de la metalicidad indica que a menor metalicidad, más alto es el valor de N. Sin embargo no hay una correlación evidente entre los valores de  $T_{\text{ef}}$ ,  $g$  de nuestras secuencias con menor cociente C/N y la clase rica en N presentada por Ströer et al. (2007).

En el caso de eventos SM/SM\*  $^{13}\text{C}$  es órdenes de magnitud más bajo que en eventos DM, esto es debido a que no ocurre una quema significativa (si es que ocurre alguna) de H durante el flash. A primera vista puede parecer extraño que las abundancias de N en algunos casos no difiera demasiado (aunque es menor) que aquellas que surgen en eventos DM. Sin embargo, durante los eventos SM, el material dragado a la superficie corresponde a material procesado por el ciclo CNO en la RGB, el cual transforma casi todo el C y O primordial en N. Por lo tanto, en estos casos, el N presente en la superficie es fuertemente dependiente de la metalicidad original de las estrellas. Esto explica porque la abundancia de N en los eventos SM de la tabla 7.3.2 muestra una fuerte dependencia con  $Z_0$ . Las abundancias finales de  $^{12}\text{C}$  en los eventos SM dependen del juego entre el enorme contenido de  $^{12}\text{C}$  creado durante el HeCF primario y la intensidad de los procesos de dilución cuando se unen las zonas convectivas internas y externas.

Como fuera notado por Ströer et al. (2007), aunque la ubicación de las secuencias en la figura 7.4 pasan cerca de la ubicación de las estrellas He-sdO derivadas por Ströer et al. (2005, 2007),

---

<sup>4</sup>Esta definición de “tardíos” y “tempranos” no tiene que ver con el tiempo transcurrido entre la ZAMS y el HeCF, sino con la ubicación en el diagrama HR en el cual ocurre el flash.

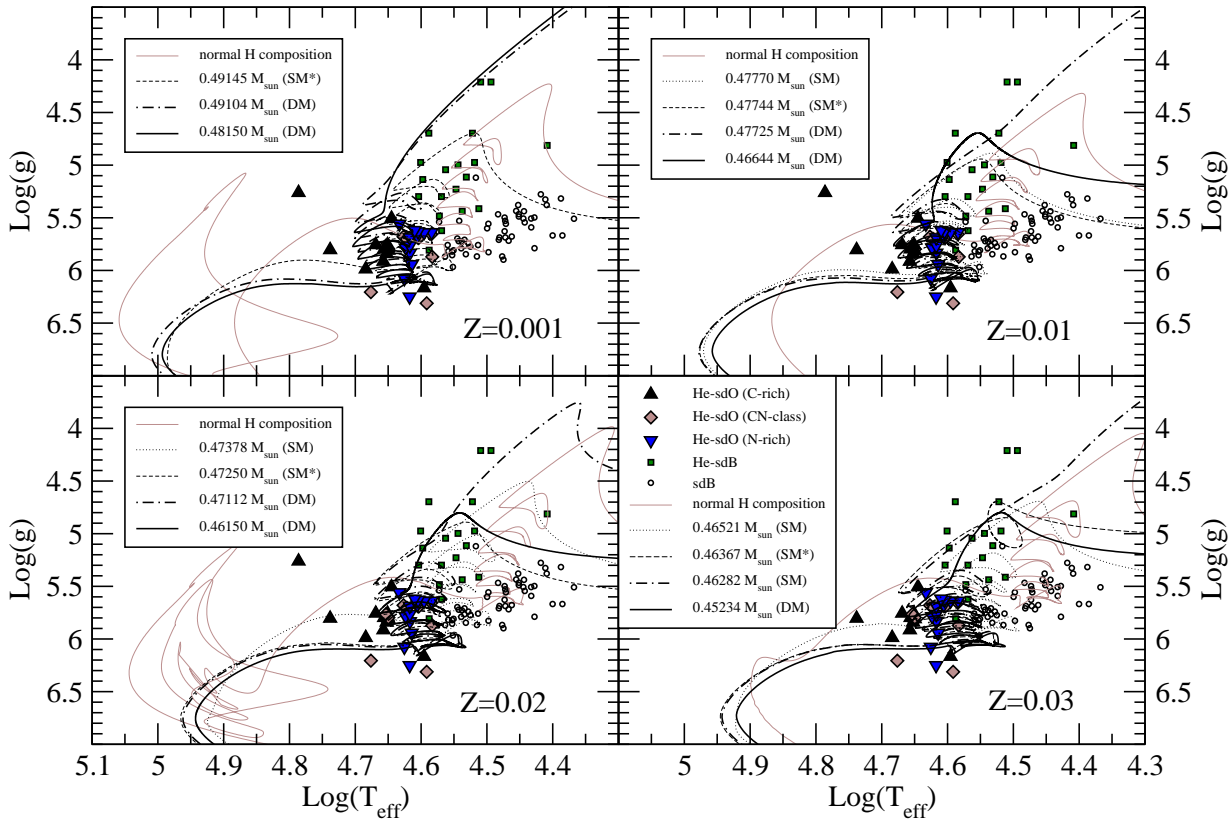


Figura 7.4: Valores de  $T_{\text{eff}}$  y  $g$  de algunas de nuestras secuencias con diferentes valores de metalicidad junto a las determinaciones de  $T_{\text{eff}}$  y  $g$  de estrellas He-sdO y sdB (Ströer et al. 2007 y Lisker et al. 2005, respectivamente). Los datos para estrellas He-sdB fueron extraídos de Jeffery (2008).

la distribución de las estrellas en el diagrama  $T_{\text{ef}} - g$  no es la que uno esperaría sobre la base de los resultados teóricos. Desde el punto de vista de los modelos, las estrellas deberían aglutinarse en la ubicación de la EHB,  $4,5 \lesssim \log T_{\text{ef}} \lesssim 4,65$  y  $5,9 \lesssim \log g \lesssim 6,2$ , debido a que la evolución desde el flash de He primario al asentamiento en la ZAHB es mucho más rápido (ocurre en menos de  $2 \times 10^6$  años) que la etapa de quema de He en el núcleo ( $65 - 90 \times 10^6$  años, ver tabla 7.2). Este aglutinamiento de estrellas He-sdO no es observado en los valores  $T_{\text{ef}} - g$  de estrellas reales (ver figura 7.4). Una posible explicación de esta discrepancia podría provenir de una conversión de las atmósferas ricas en He en atmósferas ricas en H debido a procesos de difusión, en una escala de tiempo más corta que la duración de la etapa de quema de He en el núcleo (EHB). En la sección 7.4.4 mostramos que tal conversión es, de hecho, posible. De acuerdo con este escenario, los hot-flashers tardíos poseerían una atmósfera rica en He solo durante la evolución *hacia* la EHB y luego se convertirían en estrellas con atmósferas dominadas por el H. Esto implica que las He-sdO evolucionarían hacia estrellas ricas en H de tipo sdO/sdB, de manera que no se debiera observar el aglutinamiento de estrellas He-sdO alrededor de la EHB. Este escenario se discute en detalle en las secciones 7.4.4 y 7.5.

Cuando comparamos las predicciones teóricas con los resultados de Ströer et al. (2007), debemos recordar que las propiedades de dichos modelos fueron obtenidas utilizando modelos de atmósferas de H/He, lo que fue mencionado por Lanz et al. (2004; quienes adoptaron modelos H/He/C en sus análisis de estas estrellas) como una posible fuente de errores sistemáticos en las determinaciones. La temperatura efectiva inferida en estrellas reales también puede estar sobrestimada por efectos de “line-blanketing” (Ströer et al. 2007).

Finalmente, notemos que la superficie característica de nuestros modelos SM de metalicidad

solar muestran que las abundancias determinadas por Lanz et al. (2004) para JL87 sugieren un posible origen SM.

### 7.3.4. Comparación con trabajos previos

	esta tesis	esta tesis	Cassisi et al.
Masa [ $M_{\odot}$ ]	0,49104	0,48545	0,49125
$Z_0$	0,001	0,001	0,0015
${}^1\Delta t$	107 d	7,35 d	150 d
max. $L_{\text{He}}/L_{\odot}$	$1,66 \times 10^{10}$	$1,26 \times 10^{10}$	$3,7 \times 10^{10}$
max. $L_{\text{H}}/L_{\odot}$	$1,74 \times 10^9$	$1,23 \times 10^{10}$	$8,2 \times 10^9$
$M_H$ burnt [ $M_{\odot}$ ]	$3,88 \times 10^{-4}$	$4,30 \times 10^{-4}$	$3,7 \times 10^{-4}$
surf. H	$2,4 \times 10^{-4}$	$4,6 \times 10^{-6}$	$4 \times 10^{-4}$
surf. He	0,945	0,952	0,96
surf. C	0,0342	0,0341	0,029
surf. N	0,0106	0,0134	0,007
surf. O	$4,8 \times 10^{-5}$	$4,5 \times 10^{-5}$	$3,5 \times 10^{-5}$

Tabla 7.4: Comparación de las características de la secuencia DM de Cassisi et al. (2003) con las secuencias DM más similares calculadas para esta tesis.

En esta sección comparamos nuestros resultados con las muy pocas simulaciones consistentes disponibles en la literatura. En el caso de eventos DM, comparamos nuestras secuencias con la presentada por Cassisi et al. (2003), para la cual el HeCF ocurre a  $\log L/L_{\odot} \sim 0,79$  —un evento de mezcla profunda relativamente temprano, en la terminología desarrollada en este trabajo— con los dos modelos más similares en nuestra grilla. Esto se muestra en la tabla 7.4 donde se muestran los resultados para las secuencias de  $0,48545M_{\odot}$  y  $0,49104M_{\odot}$  con  $Z = 0,001$  de este trabajo junto a los resultados de Cassisi et al. (2003). Debe notarse en particular el buen acuerdo existente entre nuestra secuencia DM más temprana ( $0,49104M_{\odot}$ ) y el resultado de Cassisi et al. (2003), a pesar de las diferencias en metalicidad y masa de ambas secuencias.

Para los eventos SM, la única secuencia disponible es la secuencia de metalicidad solar discutida por Lanz et al. (2004), la cual podemos comparar con nuestra secuencia SM de  $0,47378M_{\odot}$ ,  $Z = 0,02$ . En la secuencia de Lanz et al. (2004) el evento de mezcla —cuando se unen las zonas convectivas superiores e inferiores— ocurre alrededor de 24 000 años luego del flash primario, mientras en nuestra secuencia lo hace alrededor de 14 000 años (ver panel inferior de la figura 7.1). Las abundancias superficiales de la secuencia de Lanz et al. (2004) es de He/C/N=0,5/0,008/0,005 cualitativamente similar al de nuestra secuencia (He/C/N=0,6/0,001/0,008). Concluimos entonces que nuestras secuencias muestran un acuerdo cualitativo entre nuestros resultados y los presentados por Lanz et al. (2004).

## 7.4. Efecto de los apartamientos de las hipótesis realizadas en los cálculos estándar

En esta sección discutimos el efecto de algunos apartamientos de las hipótesis estándar realizadas en la sección anterior. En particular analizaremos el posible efecto de mezclas más allá de los bordes convectivos formales, diferentes velocidades convectivas y gradientes químicos. Concluimos la sección analizando el efecto de la difusión en las regiones más externas de la atmósfera en las secuencias estándar sobre las abundancias químicas observables.

### 7.4.1. Relevancia de la ubicación de la quema de H durante el flash de H

Los modelos estelares del flash de H calculados en la sección 7.3 fueron realizados dentro de la aproximación de mezcla difusiva. Esta aproximación fue utilizada en el pasado para situaciones similares durante pulsos térmicos tardíos en la evolución post-AGB —escenario de estrellas AGB renacidas— durante el comienzo de su etapa como enanas blancas (por ejemplo en Iben y Mac Donald 1995). Este enfoque, el cual implica que el material es mezclado homogéneamente en cada capa de la estrella, es probablemente muy diferente de la realidad, en la cual la convección parece ser un proceso de advección (ver Woodward et al. 2008 para una discusión detallada de este punto). Analizaremos ahora cuanto pueden alterarse los episodios DM si la ubicación del punto de máxima generación de energía es desplazado del punto predicho por la MLT más la aproximación de mezcla difusiva. Realizamos esto alterando el coeficiente de difusión  $D$  en las ecuaciones de mezcla. Debe notarse sin embargo que, debido a que seguiremos adoptando homogeneidad horizontal, estos resultados pueden considerarse en el mejor de los casos como una pobre aproximación al problema<sup>5</sup>.

---

<sup>5</sup>Por ejemplo, inhomogeneidades horizontales en la abundancias de  $^{12}\text{C}$ ,  $^{13}\text{C}$  e H afectarán seguramente la cantidad de  $^{14}\text{N}$  generado. Estas inhomogeneidades son esperadas en un fenómeno como el flash del H (Woodward et al. 2008).

Coef. de Dif.	H	He	$^{12}\text{C}$	$^{13}\text{C}$	N	O	$^2\text{M}_H$	$^3\text{M}_H$
$^\dagger D_{MLT} \times 10$	$1,03 \times 10^{-3}$	0,9022	0,0942	$2,09 \times 10^{-6}$	$1,08 \times 10^{-6}$	$4,09 \times 10^{-4}$	$1,42 \times 10^{-5}$	$8,12 \times 10^{-6}$
$D_{MLT} \times 3$	$1,71 \times 10^{-6}$	0,9514	0,0283	$7,99 \times 10^{-3}$	0,0118	$5,13 \times 10^{-5}$	$8,18 \times 10^{-8}$	$1,54 \times 10^{-8}$
$D_{MLT}$	$4,60 \times 10^{-6}$	0,9524	0,0264	$7,73 \times 10^{-3}$	0,0134	$4,53 \times 10^{-5}$	$2,37 \times 10^{-7}$	$4,16 \times 10^{-8}$
$D_{MLT}/10$	$1,66 \times 10^{-5}$	0,9532	0,0291	$7,50 \times 10^{-3}$	$9,71 \times 10^{-3}$	$3,62 \times 10^{-5}$	$7,97 \times 10^{-7}$	$1,49 \times 10^{-7}$
$D_{MLT}/100$	$4,22 \times 10^{-5}$	0,9506	0,0328	$7,66 \times 10^{-3}$	$8,49 \times 10^{-3}$	$3,18 \times 10^{-5}$	$1,95 \times 10^{-6}$	$3,72 \times 10^{-7}$
$D_{MLT}/1000$	$4,57 \times 10^{-4}$	0,9515	0,0327	$6,89 \times 10^{-3}$	$7,99 \times 10^{-3}$	$3,06 \times 10^{-5}$	$2,49 \times 10^{-5}$	$3,95 \times 10^{-6}$
$D_{MLT}/10000$	0,0117	0,9455	0,0376	$2,53 \times 10^{-3}$	$1,87 \times 10^{-3}$	$3,35 \times 10^{-5}$	$2,27 \times 10^{-4}$	$7,42 \times 10^{-5}$

Tabla 7.5: Abundancias superficiales (en fracción de masa) de las secuencias calculadas en este trabajo al adoptar diferentes eficiencias de mezcla convectiva ( $D$ ). Todas las secuencias corresponden a modelos con una masa final de  $0,48545M_\odot$  y una metalicidad inicial  $Z_0=0,001$ .  $^\dagger$ Esta secuencia no sufrió un flash de H, ver texto para más detalles.

Valor de $f$	H	He	$^{12}\text{C}$	$^{13}\text{C}$	N	O	$^2\text{M}_H$	$^3\text{M}_H$
0,005	$2,48 \times 10^{-4}$	0,9540	0,0220	$4,95 \times 10^{-3}$	0,0114	$5,88 \times 10^{-4}$	$3,14 \times 10^{-6}$	$1,93 \times 10^{-6}$
0,01	$1,18 \times 10^{-8}$	0,9548	0,0216	$4,88 \times 10^{-3}$	0,0114	$5,60 \times 10^{-4}$	$5,05 \times 10^{-10}$	$9,128 \times 10^{-11}$
0,1	$1,52 \times 10^{-10}$	0,9597	0,0227	$8,41 \times 10^{-5}$	$7,31 \times 10^{-3}$	$2,61 \times 10^{-3}$	$6,85 \times 10^{-12}$	$1,21 \times 10^{-12}$

Tabla 7.6: Abundancias superficiales de secuencias en las cuales se consideró la existencia de mezcla más allá de los bordes convectivos formales de diferentes intensidades caracterizadas por el parámetro  $f$ . Las secuencias corresponden a modelos con una masa final de  $0,4641M_\odot$  y  $Z=0,02$ .



Las abundancias superficiales resultantes en las simulaciones con eficiencia de mezcla ( $D$ ) reducidas se muestran en la tabla 7.5. Nuestros resultados son cualitativamente consistentes con los resultados citados por Cassisi et al. (2003). Sin embargo nuestros resultados indican que una reducción de  $D$  de solo dos órdenes de magnitud, es suficiente para producir un aumento en la cantidad de H residual luego de un evento DM de aproximadamente un orden de magnitud. A la luz de los resultados de Unglaub (2005) es interesante notar que, una reducción en  $D$  en un factor entre 1 000 y 10 000, produce abundancias de H luego de un evento DM que llevarían a la conversión de las estrellas He-sdO en estrellas deficientes en He (sdB/sdO) (por asentamiento gravitacional) durante la EHB aún en la presencia de vientos débiles ( $\dot{M} \sim 10^{-13} M_{\odot}/\text{años}$ ). Por otra parte, si el punto (capa) de máxima liberación de energía por quema de protones es desplazado hacia regiones más profundas de la estrella ( $D = 10 \times D_{\text{MLT}}$ ) entonces la liberación de energía producida por la quema de protones se vuelve menos relevante —en comparación con el flujo local de calor debido al flash de He primario— y la quema violenta de protones nunca es suficiente para empujar el borde externo de la convección un poco más afuera. Consecuentemente, la quema en fuga de protones no se desarrolla y, como puede apreciarse en la tabla 7.5, las abundancias de H que quedan luego del evento DM son mucho más altas que en el caso estandar. Las abundancias de H que quedan luego del DM en este caso también serían suficientes para permitir, de acuerdo a los resultados de Unglaub (2005), la transformación de las estrellas He-sdO en estrellas sdB deficientes en He. Notemos finalmente que un rasgo característico de la ausencia de la quema en fuga de protones (flash de H) durante el evento DM es una muchísimamente mayor abundancia superficial de  $^{12}\text{C}$  que en aquellos casos en los que se desarrolla dicho flash de H. Esto se debe a que en ausencia del flash de H la zona convectiva generada por el HeCF nunca se separa y la abundancia superficial de  $^{12}\text{C}$  continúa aumentando hasta que la zona convectiva se une a la zona convectiva superficial.

#### 7.4.2. Efecto de la posible existencia de mezcla “extra” en los bordes convectivos

Para analizar los efectos de posibles mezclas extras más allá de los bordes convectivos formales, hemos realizados simulaciones incorporando dichos efectos de acuerdo con la receta descrita en la ecuación 4.20. Consideramos entonces que existe una mezcla más allá del borde convectivo determinado por el criterio de Schwarzschild la cual se caracteriza por un decaimiento exponencial de la velocidad de los elementos convectivos desde los valores típicos dentro de las zonas convectivas. Las simulaciones fueron realizadas adoptando tres valores diferentes del parametro libre  $f$  que describe el decaimiento de las velocidades convectivas fuera de la región dinámicamente inestable. Estos valores fueron elegidos como  $f = 0,005$ ;  $0,01$  y  $0,1$  alrededor del valor de  $f \sim 0,016$  inferido tanto del ancho de la secuencia principal superior (Herwig et al. 1997) como de las abundancias de oxígeno de estrellas PG1159 (Herwig 2000).

Los resultados de estos experimentos se muestran en la tabla 7.6. En el caso de  $f = 0,005$  las abundancias superficiales finales estan cerca de aquellas correspondientes al caso de las simulaciones estándar en las cuales no se ha incluido ningún tipo de mezcla más allá de los bordes convectivos. Para valores mayores de  $f$ , la quema de H durante el evento DM se vuelve más eficiente y casi no queda H luego del flash de H. Para los valores  $f \lesssim 0,01$ , las escalas de tiempo evolutivas ( $^1\Delta t$ ,  $^2\Delta t$ ,  $^3\Delta t$ ; ver la tabla 7.2) permanecen inalteradas respecto a los valores de las secuencias estandar. Por el contrario, en el caso  $f = 0,1$ , el intervalo de tiempo entre los dos flashes (el de He y el de H) se reduce significativamente (46 días) y la duración de la EHB es aumentada por la aparición de inestabilidades en la quema central de He al final de la EHB (a  $2,12 \times 10^8$  años). La menor abundancia de N en el caso  $f = 0,1$  se debe a que el H es mezclado con una mayor masa de  $^{12}\text{C}$  reduciendo la abundancia de protones por átomo de carbono.

### 7.4.3. Relevancia de los gradientes químicos ( $\nabla\mu$ )

Durante el estudio de los eventos (post-AGB) de estrellas renacidas a la AGB (sección 5.1.4) se mostró que los gradientes químicos ( $\nabla\mu$ ) pueden afectar el desarrollo de la rápida ingestión de protones en las zonas convectivas impulsadas por los flashes de He. Este antecedente sugiere que es interesante estudiar el posible efecto de  $\nabla\mu$  durante los eventos DM. Para esto hemos realizado simulaciones del evento DM del remanente de  $0,4641M_{\odot}$  y  $Z=0,02$  con la teoría de convección desarrollada por Grossman et al. (1993), en la versión local presentada por Grossman y Taam (1996). Como ya hemos visto esta teoría incorpora el efecto de  $\nabla\mu$  en las determinaciones de los diferentes regímenes de mezcla y sus correspondientes velocidades.

Este conjunto de simulaciones —ya que se realizaron varias bajo diferentes suposiciones numéricas— muestra que la inclusión de  $\nabla\mu$  evita la penetración completa de la zona convectiva en la envoltura con alto contenido de H. En particular, en la transición H-He la zona convectiva se fragmenta en varias regiones convectivas y el perfil químico en esa región adquiere un aspecto escalonado. Finalmente algunas de esas regiones convectivas vuelven a unirse y parte del H es quemado. La consecuencia principal de la inclusión de  $\nabla\mu$  en estas simulaciones es que casi todo el H contenido originalmente en la envoltura no es quemado durante el flash. En estas simulaciones las abundancias finales permanecen inalteradas durante el flash, porque también el proceso de dilución es evitado por la barrera debida a  $\nabla\mu$ .

Sin embargo, la teoría adoptada aquí es una teoría local y no incluye, como tal, ningún tipo de efecto de mezcla extra más allá de los bordes convectivos, como aquellos producidos por el “overshooting” (Freitag et al. 1996) o la excitación de ondas de gravedad en los bordes convectivos (Herwig et al. 2006, 2007). Nuestras simulaciones indican que la inclusión de una eficiencia de “overshooting” tan pequeña como  $f = 0,001$  es suficiente en nuestros modelos para permitir la penetración de la barrera de  $\nabla\mu$  y que se produzca el flash de H. Las abundancias superficiales que surgen en estos casos son similares a aquellas en los cuales los efectos de  $\nabla\mu$  no son tenidos en cuenta. Valores más bajos de  $f$  no pueden ser estudiados en nuestras simulaciones porque requieren una resolución espacial muy elevada. Debe tenerse en cuenta al analizar estos resultados que aunque las simulaciones hidrodinámicas de fluidos homogéneos parecen apoyar la existencia de eventos de mezcla extra más allá de los bordes convectivos, debe notarse que la extensión de estos fenómenos (en especial el “overshooting”) es esperable que se vea reducida por la barrera producida por  $\nabla\mu$  (ver Canuto 1998).

### 7.4.4. Relevancia de la difusión de elementos en las regiones externas

Ahora analizaremos la relevancia del juego entre la pérdida de masa, el asentamiento gravitacional, la difusión química y la levitación radiativa en nuestras secuencias estándar (tablas 7.2 y 7.3.2). Es bien sabido que las abundancias de estrellas sdB dependen fuertemente de los efectos conjuntos de los efectos combinados de la difusión y la pérdida de masa (Unglaub y Bues 2001) y lo mismo debiera ser válido para estrellas subenanas ricas en He (Unglaub 2005). Si la pérdida de masa fuese mayor que  $10^{-12}M_{\odot}/\text{año}$ , la difusión no puede alterar las abundancias de manera significativa y la estrella permanecería rica en He durante toda la evolución en la EHB. Para las pequeñas abundancias superficiales de nuestras secuencias de DM, una tasa de pérdida de masa de  $10^{-14}M_{\odot}/\text{año}$  sería suficiente para evitar la transformación de la atmósfera rica en He en una atmósfera rica en H bajo la acción de la difusión del H hacia la superficie.

En base a las predicciones teóricas de Vink y Cassisi (2002) y Unglaub (2008), se desprende que para estrellas con  $M \simeq 0,5M_{\odot}$ ,  $T_{\text{ef}} = 40000\text{K}$ ,  $\log g \lesssim 5,5$  y composición solar sería esperable una pérdida de masa de  $\dot{M} \gtrsim 10^{-11}M_{\odot}/\text{año}$ . El efecto la difusión debiera ser despreciable. Para estrellas más compactas con  $\log g > 5,5$  la teoría de vientos impulsados por la radiación, que desprecia que el material estelar esta compuesto por varias componentes, predice vientos débiles con  $\dot{M} < 10^{-11}M_{\odot}/\text{año}$ . Sin embargo, los resultados de Unglaub (2008) muestran que dichos vientos no pueden ser químicamente homogéneos como se suponía en estudios

previos. Esto se debe a que las colisiones entre los átomos pesados, que son los que absorben preferencialmente el momento de la radiación, y átomos más livianos como el H y el He no son suficientemente frecuentes para transferir momento a estas especies químicas. Consecuentemente el H y el He difícilmente serán expulsados de la estrella y su estratificación química semeja a la de equilibrio hidrostático. En lo que sigue describiremos el resultado de simulaciones realizadas<sup>6</sup> con el método descrito por Unglaub y Bues (1998), bajo la suposición de que no existe pérdida de masa.

En el panel superior de la figura 7.5 se muestra la evolución de las abundancias superficiales —a una profundidad óptica de  $\bar{\tau} = 2/3$ — predicho por una de nuestras secuencias DM estandar<sup>7</sup>, aquella con  $0,48545 M_{\odot}$  y  $Z=0,001$ , bajo la acción de la levitación radiativa y el asentamiento gravitacional (adoptando  $T_{\text{ef}} = 40\,000\text{K}$  y  $\log g = 6$ ). En ausencia de pérdidas de masa, la estrella se transforma de una subenana rica en He a una subenana deficiente en He en tan solo  $\sim 10^6$  años. Debido a que esta escala de tiempo es similar al tiempo que le lleva a la estrella alcanzar la ZAHB luego del flash principal del He, las abundancias superficiales se irán volviendo progresivamente ricas en H a medida que la estrella se asienta en la ZAHB. Esto lleva al canal evolutivo bosquejado en la figura 7.6, en el cual las estrellas He-sdB se vuelven sdB calientes debido a la difusión química. Luego de unos  $10^7$  años, las abundancias superficiales están cerca de los valores predichos por la situación de equilibrio entre el asentamiento gravitatorio y la levitación radiativa obtenidas por Unglaub y Bues (1998). Esta escala de tiempo es significativamente más corta que las escalas de tiempo asociadas a la duración de la EHB (65 a 90 millones de años). Para valores más altos de H/He, tal como predicen nuestras simulaciones SM, la superficie estelar se vuelve rica en H en escalas de tiempo aun menores. Por ejemplo, para las abundancias que surgen de nuestra secuencia SM\* de  $0,47250 M_{\odot}$  y  $Z = 0,02$ , las abundancias de equilibrio se alcanzan en unos  $\sim 10^5$  años como puede apreciarse en la figura 7.5. Por lo tanto en ausencia de pérdida de masa o algún otro proceso que altere el funcionamiento de la difusión las abundancias químicas de la mayoría de las estrellas en la etapa de quema central del He (EHB) debiera estar dada por las abundancias de equilibrio entre el asentamiento gravitacional y la levitación radiativa, independientemente del escenario evolutivo del cual se han originado.

Es bien sabido que las abundancias de equilibrio del He en estrellas subenanas son menores a las observadas (Michaud et al. 1989). El cociente en número de He/H de las sdB más calientes es de aproximadamente 0,01 (ver por ejemplo Lisker et al. 2005 y figura 7.6). Existe por lo tanto una discrepancia de unos tres órdenes de magnitud entre las predicciones teóricas de las abundancias de equilibrio y las observaciones. En la figura 7.5 mostramos las abundancias químicas resultantes para la secuencia DM de  $0,48545 M_{\odot}$  y  $Z=0,001$ , como consecuencia de la acción de la levitación radiativa y el asentamiento gravitacional, como función de la profundidad luego de  $10^7$  años después del flash principal del He cuando las abundancias en  $\bar{\tau} = 2/3$  ya han alcanzado el valor de equilibrio. Nótese el gran gradiente químico en las regiones más externas de la atmósfera. A lo largo de la atmósfera estelar, la abundancia de He aumenta desde  $He/H \simeq 10^{-5}$  en  $\bar{\tau} = 2/3$  a valores supersolares para  $\bar{\tau} > 50$  (ver figura 7.5). Es esperable entonces que la presencia de procesos débiles de mezcla (por ejemplo debidos a la rotación estelar) serían suficientes para suavizar los gradientes químicos y producir abundancias de He mayores en la cercanía de  $\bar{\tau} = 2/3$ <sup>8</sup>. Esto implica que la gran discrepancia en la abundancia de He no excluye necesariamente este posible escenario para el origen de las estrellas sdB más calientes. Más importante aún quizás sea la posible presencia de una región convectiva muy superficial y delgada causada por los cambios en el estado de ionización del He en regiones con abundancias supersolares de He mencionada por Groth et al. (1985), la cual afectaría fuertemente las abundancias superficiales.

<sup>6</sup>Por el Dr. Unglaub sobre la base de nuestros resultados.

<sup>7</sup>Salvo por la abundancia de O, la cual fue definida en  $\log(N_O/N_{\text{tot}} = -3)$  en lugar del valor de nuestra secuencia  $\log(N_O/N_{\text{tot}} \sim -5)$  para evitar problemas numéricos

<sup>8</sup>Aquí usamos  $\bar{\tau} = 2/3$  como un valor de referencia aunque es probable que la región de formación de líneas se encuentre en una región aún más externa de la atmósfera.

Por ejemplo, para el caso de la secuencia DM analizada en esta sección, los modelos de evolución estelar (sin difusión) muestran que el fondo de dicha región convectiva se ubica alrededor de  $\log(1 - m/M_\star) \sim -12$ , con la ubicación exacta dependiendo del valor de  $T_{\text{ef}}$  y  $g$  del modelo, donde la abundancia de He sería significativamente mayor, tal como puede apreciarse en la figura 7.5. Si esta región convectiva se mantuviese presente aún bajo la acción de la difusión, lo cual es bastante probable, entonces las abundancias superficiales no serían muy diferentes a las que el modelo muestra en  $\log(1 - m/M_\star) \sim -12$ , las cuales son significativamente mayores a las presentadas en  $\bar{\tau} = 2/3$  y más cercanas a las que se infieren de las observaciones.

En el diagrama  $\log T_{\text{ef}} - \log g$  de la figura 7.6, se muestra la línea por encima de la cual los vientos homogéneos podrían existir de acuerdo al análisis de Unglaub (2008) en el caso de metalicidades solares. Para estrellas por encima de esta línea las tasas de pérdida de masa serían suficientes para evitar los efectos de la difusión. La composición química por encima de esta línea debiera entonces reflejar esencialmente su historia evolutiva previa. Por el contrario para estrellas por debajo de este límite no existirían vientos homogéneos. Como resultado, la composición superficial de los objetos por debajo de esta línea dependerán de los procesos de asentamiento gravitacional y levitación radiativa. Es posible que vientos puramente metálicos puedan existir por debajo de este límite, pero el H y el He no serán afectados por estos. No es posible obtener predicciones cuantitativas confiables en esta región, ya que la situación es bastante compleja. Sin embargo, nuestros resultados de la figura 7.5 revelan que en ausencia de pérdida de masa la atmósfera se volverá rica en H, transformándose en una sdB tanto para el caso de secuencias SM como DM.

De la figura 7.6 resulta claro que nuestras secuencias DM y SM\* cruzan el límite para la existencia de vientos homogéneos *mientras* la estrella evoluciona hacia la ZAHB. En ese momento aproximado esperaríamos que la difusión comenzase a actuar en las abundancias de H y He. Esta situación es similar a lo que ocurre con las enanas blancas calientes durante la transición PG1159/DO (Unglaub y bues 2000). Tan pronto como los vientos homogéneos se apagan las abundancias superficiales de H deberían comenzar a aumentar, llevando finalmente a la transformación de la subenana rica en He en una subenana rica en H. En el caso de las secuencias SM/SM\*, la transformación ocurriría rápidamente y por lo tanto la estrella debería mostrar las abundancias de equilibrio inmediatamente después de que los vientos homogéneos cesaron. Por el contrario en las secuencias DM la abundancia de H original es demasiado baja y la estrella He-sdB se transforma en una estrella sdB solo después de algunos millones de años, por lo que esta transformación ocurriría cuando la estrella ya se asentó en la EHB. Es menester enfatizar que la ubicación del límite de vientos homogéneos depende de la metalicidad del objeto tal como puede apreciarse en la figura 7.6. En la figura 7.6 puede apreciarse que existe al menos un acuerdo cualitativo entre nuestros resultados y las inferencias observacionales. Las estrellas sdB (deficientes en He) ocupan preferencialmente las regiones por debajo de este límite de vientos, mientras que las subenanas ricas en He están preferentemente por encima de dicho límite donde los efectos de la difusión no debieran estar presentes.

## 7.5. Discusión sobre las posibles conexiones evolutivas

En la sección 7.3.3 hemos mostrado que las secuencias DM estándar llevan a abundancias superficiales inmediatamente luego del flash de He (ver tabla 7.3.2) que son mucho menores a las inferidas para las estrellas He-sdO por Ströer et al. (2007). Solo una minoría de las secuencias estándar, aquellas que sufren eventos SM/SM\*, muestran abundancias superficiales (inmediatamente luego del flash) similares a las determinadas en estrellas He-sdO. Además, como ya se mencionó, la ubicación predicha por estas secuencias para las estrellas He-sdO en el diagrama  $\log g - \log T_{\text{ef}}$  diferiría de la observada. En particular, dado que la duración de la etapa de quema central del He (o EHB) es más de 40 veces más larga que la evolución desde el flash de He primario a la ZAHB, la mayoría de las estrellas deberían amontonarse alrededor de la EHB, lo

que no se observa. Sin embargo, existen algunas situaciones bajo las cuales nuestros resultados resultarían consistentes con las observaciones. Estos escenarios dependen de la existencia o no de vientos homogéneos débiles en estrellas subenanas ricas en He. Discutiremos estas situaciones en los párrafos siguientes.

Tal como se dijo más arriba en la sección 7.4.4, un estudio muy reciente realizado por Unglaub (2008) mostró que los vientos homogéneos débiles son imposibles en subenanas a altas gravedades efectivas. En este caso, tal como se muestra en la figura 7.5 las bajas abundancias de H resultantes en nuestras secuencias estándar luego de un evento DM son suficientes para permitir la conversión de la atmosfera rica en He en una atmósfera rica en H en tan solo unos  $10^6$  años. Dentro de este esquema luego del evento DM la estrella primero evoluciona hacia la ZAHB como una subenana rica en He. Luego, cuando la gravedad ha aumentado suficientemente, la estrella cruza el límite de los vientos por lo que los vientos químicamente homogéneos cesan y la abundancia superficial de H empieza a aumentar como consecuencia de la difusión a medida que la estrella continua evolucionando hacia la ZAHB —donde ambos procesos ocurren en escalas de tiempo similares de aproximadamente unos  $10^6$  años. Nótese en particular que en tan solo en unos pocos miles de años (ver figura 7.5) la abundancia de H aumenta desde sus valores post-DM a las abundancias típicas determinadas en estrellas He-sdO (Ströer et al. 2007), por lo que en este esquema se predicen las abundancias correctas de H para estas estrellas. Una vez que la estrella alcanza la HB, la escala evolutiva se vuelve más de 40 veces más lenta (de 65 a 90 millones de años, ver tabla 7.2) y la estrella se vuelve definitivamente una sdB con una atmósfera dominada por el H. Este posible canal evolutivo se bosqueja en la figura 7.6. En este caso no se debería observar ninguna acumulación de estrellas He-sdO alrededor de la EHB, en acuerdo con las determinaciones de Ströer et al. (2007), ya que una vez asentadas en la EHB las estrellas post-DM adquirirían una superficie dominada por el H. Es interesante en este sentido notar que una vez en la EHB, y con una atmósfera dominada por el H, la temperatura efectiva de estas estrellas se correspondería con la de las sdB más calientes las cuales posee una abundancia superficial de He mayor a las de sus contrapartes más frías. Esta diferencia en la abundancia superficial de He, podría ser la indicación de una historia evolutiva previa diferente. La conversión de abundancias superficiales post-DM con  $C > N$  en superficies con  $N > C$  a medida que el H se difunde hacia afuera (ver figura 7.5), podría estar relacionada con la ausencia de estrellas He-sdO con  $C > N$  y valores bajos del cociente  $N_{\text{He}}/N_{\text{H}}$  en la muestra de Ströer et al. (2007). Dentro de este escenario y en ausencia de de otro canal evolutivo que crease estrellas subenanas<sup>9</sup>, el cociente entre el número de estrellas He-sdO y sdB calientes ( $T_{\text{ef}} \gtrsim 33\,500$ ) debiera ser del orden de  $1/40$  en una muestra completa —aunque podría ser mayor en presencia de algunos procesos que perturben la difusión. Una vez que la estrella finaliza la quema central del He (o EHB), volverá a moverse por encima del límite de vientos y los vientos homogéneos volverán a ser posibles nuevamente (ver figura 7.6). Si esto ocurre, dado que la envoltura de H puro es sumamente delgada una reconversión al tipo espectral He-sdO podría ocurrir, aunque ahora a valores más altos de temperaturas y gravedades superficiales. Finalmente es interesante notar en la figura 7.5 que la abundancia de C decrece muy rápidamente en un factor 25 y la estrella cambia sus abundancias superficiales de  $C > N$  a  $N > C$  mientras la estrella permanece aún fuertemente deficiente en H. Durante estas etapas (entre los 1000 y 10000 años luego del DM, ver figura 7.5) la estrella muestra abundancias superficiales cualitativamente similares ( $H \sim 2,5 \times 10^{-3}$ ,  $N \sim 2 \times 10^{-3}$  y  $C < N$  en fracción de masa) a aquellas inferidas por Lanz et al. (2004) para la estrella peculiar LB 1766.

En el caso de la evolución luego de un evento SM/SM\* nuestras simulaciones indican que la atmósfera se volvería dominada por el H tan solo 1000 años después de que cesasen los vientos homogéneos. Por lo tanto, si los vientos homogéneos no existen debajo del límite de vientos, las estrellas post-SM/SM\* solo serían ricas en He mientras se encuentran por encima del límite de vientos (ver figura 7.6). Esto claramente no es el caso de la mayoría de las estrellas He-sdO en la muestra de Ströer et al. (2007), pero sí describe apropiadamente las propiedades observadas en

<sup>9</sup>Una situación bastante poco probable.

la estrella JL87 — $T_{\text{ef}} = 29\,000\text{K}$  y  $\log g = 5,5$ , Lanz et al. (2004);  $T_{\text{ef}} = 26\,000\text{K}$  y  $\log g = 4,8$ , Ahmad et al. (2004)

Consideramos necesario enfatizar que la posible conversión de estrellas He-sdO en estrellas sdB calientes en la HB, no solo es interesante porque predice la distribución correcta de estrellas en el diagrama  $\log T_{\text{ef}} - \log g$  sino también en vistas de las abundancias de He más altas que muestran las estrellas sdB con  $T_{\text{ef}} \gtrsim 33\,500\text{K}$  en relación a sus contrapartes más frías, lo cual puede estar reflejando una diferencia en la historia evolutiva previa.

Por el contrario si los efectos de la difusión fuesen de importancia menor en todas las estrellas He-sdO, entonces solo las abundancias que resultan de los eventos SM/SM\* serían consistentes con las propiedades superficiales determinadas en estrellas He-sdO (ver Ströer et al. 2007), a menos que las abundancias resultantes de eventos DM difiriesen fuertemente de las predichas por la teoría estándar de la MLT (ver sección 7.4). Notemos que la fracción de estrellas que atraviezan eventos SM/SM\* es una pequeña fracción de los hot-flashers tardíos bajo las suposiciones estandar. En este contexto, si la difusión no fuese efectiva en estrellas He-sdO, nuestros resultados de la sección 7.4.3 sugieren que sería necesario analizar el rol de los gradientes químicos para determinar si la fracción de eventos SM/SM\* podría ser aumentada por el efecto de los gradientes químicos tendientes a prevenir la penetración de las zonas convectivas en la envoltura rica en H.

En resumen el escenario de hot-flasher puede predecir cualitativamente las propiedades superficiales correctas y la distribución de estrellas He-sdO. Es interesante entonces notar que la ausencia de binarias cercanas —con períodos del orden de días tal como se observa en estrellas sdB— en las estrellas He-sdO también es algo esperable en el contexto del escenario de hot-flasher. En efecto binarias muy cercanas con períodos finales del orden de días llenarían sus lóbulos de Roche antes de alcanzar la punta de la RGB y nunca sufrirían el flash del He en el núcleo. A su vez no esta claro que sea posible obtener hot-flashers en un sistema binario con envoltura común. En cualquier caso, para poder tener un hot-flasher en un sistema binario muy cercano, un ajuste muy fino de las masas y períodos iniciales parecería ser necesario. Consecuentemente, la formación de estrellas deficientes en H post- hot flasher no debiera ser nada usual en sistemas binarios cercanos. Luego, la ausencia de sistemas binarios cercanos con componentes He-sdO no debiera ser tomada como un argumento contra el escenario de hot-flasher y en favor de la coalescencia de enanas blancas. Por el contrario, los sistemas binarios separados serían una forma mucho más efectiva de distinguir entre ambos posibles caminos evolutivos para la formación de estrellas He-sdO, ya que debieran ser mas probables dentro del escenario de hot-flasher.

## 7.6. Conclusiones

Hemos presentado simulaciones unidimensionales del escenario de hot-flasher para un amplio rango de metalicidades y gran variedad de casos. Basados en nuestros resultados, hemos dado una descripción detallada de las propiedades superficiales de las secuencias estandar. Para estas secuencias hemos además estudiado como las abundancias superficiales podrían verse afectadas por procesos de difusión. Hemos además extendido el alcance de este trabajo estudiando posibles desviaciones de los resultados como consecuencia de apartamientos de las suposiciones estándar en los cálculos. Podemos entonces resumir nuestros resultados como sigue:

- Hemos llevado adelante una amplia exploración del espacio de parámetros del escenario de hot-flasher la cual permitirá un mejor análisis de la validez de sus predicciones. Nuestros resultados confirman los resultados parciales de Cassisi et al. (2003) y Lanz et al. (2004), para los eventos DM y SM respectivamente.
- Nuestros resultados confirman el resultado de Lanz et al. (2004) de que las abundancias de JL87 son compatibles con un evento SM reciente en esta estrella. Por el contrario ninguna

de nuestras secuencias estándar posee abundancias similares a las inferidas para LB 1766 y este objetos no sería en consecuencia el resultado de un evento hot-flasher reciente. Sin embargo, vale la pena destacar que las abundancias cualitativamente similares a las de LB 1766 pueden obtenerse luego de un evento DM como consecuencia de los efectos de la difusión de elementos químicos.

- Las secuencias hot-flasher estándar predicen fracciones C/N en el rango de  $\sim 9,5$  a  $0,85$ . Este resultado es interesante en relación con las dos clases de estrellas He-sdO (ricas en C o en N) detalladas por Ströer et al. (2007), aunque no existe ninguna correlación evidente entre esas clases y nuestras secuencias en el diagrama  $\log T_{\text{ef}} - \log g$ . En ausencia de vientos homogéneos la ausencia de He-sdO ricas en C con un contenido relativamente bajo de He en la muestra de Ströer et al. (2008) podría ser interpretada como una consecuencia de la difusión de estos elementos.
- La ubicación de nuestras secuencias en el diagrama  $\log T_{\text{ef}} - \log g$  muestra un acuerdo cualitativo con los parámetros inferidos por Ströer et al. (2007) para estrellas He-sdO. Sin embargo nuestras frecuencias predicen que estas estrellas deberían estar amontonadas alrededor de la EHB, algo que no se observa. Una posibilidad interesante, y verosímil en vistas de los resultados de Unglaub (2008), para evitar esta última inconsistencia es que las estrellas He-sdO evolucionen desde la región del diagrama  $\log T_{\text{ef}} - \log g$  en la cual existen vientos homogéneos a una en la cual dichos vientos sean imposibles. Esto llevaría a que la difusión hacia la superficie del H transforme a las estrellas He-sdO cerca de la ZAHB en estrellas sdB con atmósferas dominadas por el H, aún para las muy bajas abundancias superficiales de H que resultan de los eventos DM. Este escenario ha sido discutido extensamente en la sección 7.5.

Nuestros resultados a su vez muestran que si dichos vientos homogéneos débiles existiesen durante toda la evolución solo las propiedades superficiales que surgen de los episodios tipo SM/SM\* serían compatibles con las inferencias observacionales en estrellas He-sdO, a menos que las abundancias resultantes de los eventos DM fuesen significativamente diferentes a las que surgen de las predicciones de la teoría estándar de la MLT junto a un esquema de mezcla difusiva.

- En todos los casos en los cuales una conversión de las estrellas He-sdO en sdB calientes es posible, el escenario de hot-flasher reproduce correctamente las propiedades superficiales observadas en estrellas He-sdO, tanto sus abundancias como su distribución en el plano  $\log T_{\text{ef}} - \log g$ , ligando a las estrellas He-sdO como los progenitores de las estrellas sdB más calientes. Esta posible conexión resulta interesante en vistas de las abundancias de He significativamente mayores de las estrellas sdB más calientes en relación con sus contrapartes más frías.
- Hemos brevemente argumentado que la ausencia de binarias cercanas con componentes de tipo He-sdO no debe tomarse como un indicio inequívoco de que estas estrellas surgen de la coalescencia de dos enanas blancas ya que dicha ausencia es también esperable en el contexto del escenario de hot-flasher.
- En nuestro estudio sobre los posibles efectos de desviaciones respecto de las hipótesis estándar en el cálculo del evento de hot-flasher hemos encontrado que el rol de los gradientes químicos como una barrera extra a la penetración de las zonas convectivas internas en la envoltura rica en H durante el flash de He, debe ser estudiado en detalle. Este punto es particularmente importante para determinar si la fracción de estrellas SM/SM\* es mayor a la que surge de los cálculos estándar. Por el contrario, la inclusión de episodios de mezcla más allá de los bordes convectivos no parecen producir desviaciones relevantes respecto de los resultados estándar.

Concluimos que el escenario de hot-flasher es un escenario viable para explicar la formación de estrellas subenanas ricas en He y que es necesario entender varios puntos clave de estos eventos antes de poder decidir si efectivamente estas estrellas son formadas mediante este proceso. En especial debe analizarse la existencia e intensidad de procesos que puedan perturbar los procesos de difusión en las atmósferas de estas estrellas, como es el caso de la convección o la existencia de vientos. A su vez un mejor entendimiento del proceso de mezcla y quema del H en el interior de la zona convectiva generada por el flash de He, probablemente mediante simulaciones hidrodinámicas, es altamente necesario para mejorar nuestro entendimiento de las abundancias resultantes como consecuencia de estos eventos.



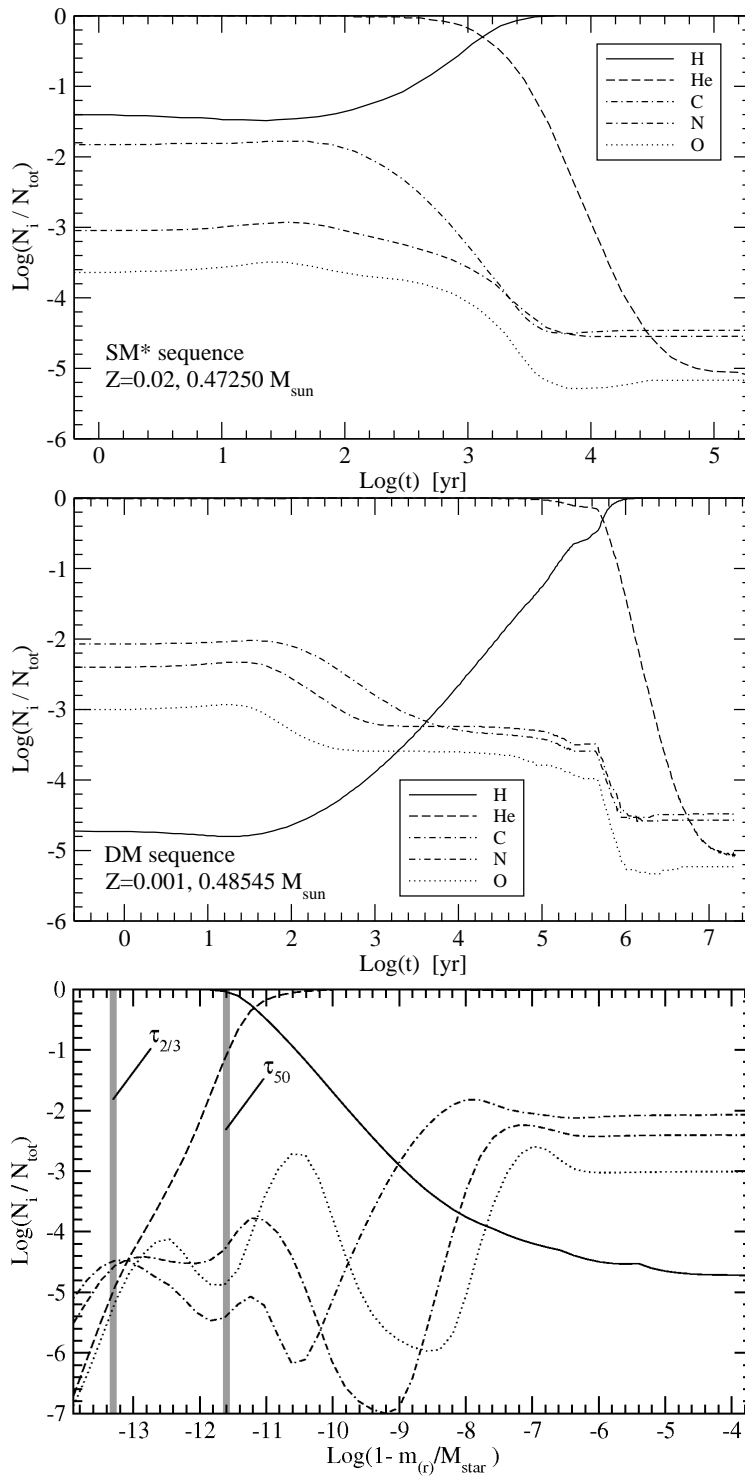


Figura 7.5: *Arriba y en el medio*: Evolución temporal de las abundancias superficiales ( $\bar{\tau} = 2/3$ ) como consecuencia de la levitación radiativa y el asentamiento gravitacional para las abundancias resultantes en dos casos típicos. En ambos casos se han utilizado  $T_{\text{ef}} = 40000 \text{ K}$  y  $\log g = 6,0$  como los valores característicos de la atmósfera. *Abajo* Perfil químico interno de las regiones más externas del modelo cuya evolución superficial se detalla en el panel intermedio. La estratificación química corresponde a un modelo 10 millones de años después del evento DM, cuando la superficie de la estrella está claramente dominada por el H. Nótese el gran gradiente químico existente cerca de la fotosfera de la estrella ( $\bar{\tau}_{2/3}$ ) el cual podría afectar fuertemente las abundancias superficiales si algún proceso de mezcla fuese efectivo cerca de la fotosfera. En particular es interesante notar las abundancias supersolares de He presentes por debajo de  $\bar{\tau} = 50$  ( $\tau_{50}$ ), una región muy cercana a la ubicación en la que debería estar presente la zona convectiva debida a los cambios en el estado de ionización del He.

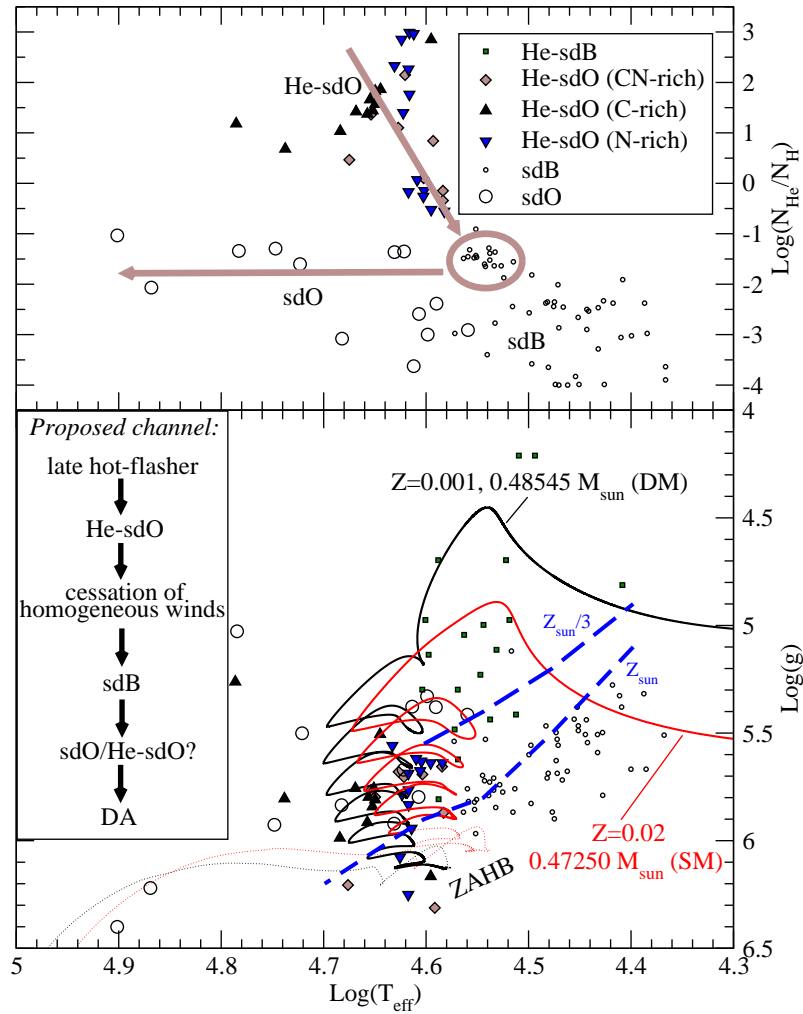
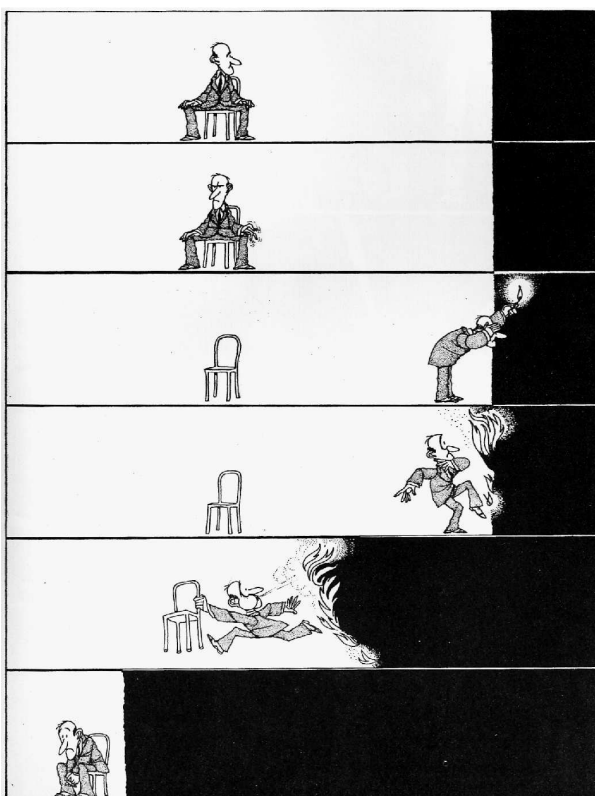


Figura 7.6: Bosquejo del canal evolutivo propuesto para la evolución luego de un evento de hot-flasher como consecuencia de la difusión de elementos químicos en su superficie en ausencia de vientos homogéneos (las flechas gruesas marcan el sentido de la evolución). *Panel Superior:* Evolución propuesta en el plano de abundancias  $N_{\text{H}}/N_{\text{He}}$  contra la temperatura efectiva, las abundancias de las estrellas He-sdO y sdB corresponden a las presentadas por Ströer et al. (2007) y Lisker et al (2005). *Panel Inferior* Evolución en el diagrama  $g - T_{\text{eff}}$  de las dos secuencias para las cuales fue estudiado el efecto de la difusión sobre las abundancias superficiales. Las líneas continuas corresponden a la evolución como subenanas ricas en He mientras que las líneas punteadas corresponden a las regiones en las que la superficie ya se habrá vuelto dominada por el H como consecuencia de los efectos de la sdifusión una vez que cesaron los vientos homogéneos en la superficie. Las líneas de trazos gruesas (y azules) indican la ubicación aproximada del límite por debajo del cual los vientos químicamente homogéneo no son posibles (la ubicación de dicho límite se indica para dos metalicidades diferentes).

## Capítulo 8

# Conclusiones



Déjenme Inventar, Quino (1983).

Este fue, éste debe ser, el castigo de las pasiones desenfrenadas y de las acciones atroces; éste será el castigo de la ciega curiosidad, que desea penetrar más allá de los límites que el Creador puso a los conocimientos humanos; de la ambición que, deseando adquirir ciencias reservadas a más puras inteligencias, solo adquiere un insensato orgullo y no ve que el estado del hombre es ser humilde e ignorante.

Vathek, William Beckford (1781?)

En lo que sigue haremos un breve resumen de las principales conclusiones y consecuencias de la presente tesis.

En lo que se refiere al estudio de los pulsos térmicos tardíos en sí mismos una de las principales consecuencias de esta tesis es que la rápida evolución de V4334 Sgr (Duerbeck et al. 2000; y también de V605 Aql, Duerbeck et al. 2002) puede ser entendida sin la necesidad de incorporar hipótesis ad-hoc respecto de los procesos de mezcla y quema que ocurren durante un VLTP. En efecto nuestros resultados sugieren que la evolución de V4334 Sgr puede ser reproducida por la evolución VLTP de una secuencia de  $\sim 0,56M_{\odot}$ , adoptando una distancia de 3 – 4Kpc, Sgr en concordancia con las determinaciones independientes de distancia (Kimeswenger 2002). Cabe destacar que no solo la curva de luz y la evolución de la temperatura efectiva (Duerbeck et al. 1997 y Asplund et al. 1999) son correctamente descritas por esta secuencia sino también la caída tardía de la abundancia de H es también reproducida por nuestra secuencia. En este contexto dicho decrecimiento tardío de la abundancia superficial de H (Asplund et al. 1999) debe interpretarse como la consecuencia de episodios de dragado producidos por la aparición de una envoltura convectiva cuando la estrella retorna a la AGB después del pulso. Debe notarse, sin embargo que los presentes modelos son incapaces de reproducir las abundancias de He, C y O observadas en V4334 Sgr, las cuales se asemejan más a las de las estrellas RCrB que a las de las estrellas PG1159 (ver Asplund et al. 1999), tal como efectivamente ocurre en los modelos.

Además de lo referente a V4334 Sgr nuestros resultados nos permiten deducir que la rápida expansión que lleva a las estrellas de una estructura de enana blanca a una de gigante amarilla en unos pocos años solo ocurre en remanentes post-AGB de masas por debajo de un dado valor crítico. Dicho valor crítico es de unos  $\sim 0,6M_{\odot}$ , y por encima de dicho valor la evolución luego de un VLTP debería proceder en escalas de tiempo típicas a las expansiones impulsadas por la liberación de energía en la capa que quema He (cientos de años). En este sentido cabe destacar que nuestros experimentos numéricos muestran que el efecto de la mezcla más allá de los bordes convectivos formales, y en especial de los gradientes químicos durante un VLTP pueden jugar un papel importante y deberán ser estudiados en detalle. Una situación similar ocurre con los apartamientos de las predicciones de la MLT dentro de un esquema de mezcla difusiva que puedan ocurrir durante la quema del H en un VLTP (ver Woodward et al. 2008), los cuales ciertamente afectarán los resultados encontrados.

En lo que refiere a la variedad de pulsos térmicos tardíos denominados LTP, nuestros simulaciones sugieren un escenario evolutivo que liga a estas estrellas como los ancestros directos de las estrellas PG1159 con abundancias deficientes en N, tal como fuera originalmente propuesto por Werner et al. (1998). Estas simulaciones muestran además que dichas estrellas poseerían una abundancia de H de aproximadamente un 5% en fracción de masa en línea con los resultados de Blöcker et al. (2001). Esta abundancia de H aunque por debajo del límite de detección a las altas temperaturas características de las estrellas PG1159, tendría unas consecuencias directas sobre la evolución inmediatamente posterior de estas estrellas. Los cálculos aquí presentados muestran que el asentamiento gravitacional del H remanente en la estrella PG1159 llevará a la formación de una estrella enana blanca con una superficie completamente dominada por el H. Dicha envoltura pura en H sería mucho más delgada ( $\sim 10^{-7}M_{\odot}$ ) que las resultantes de la evolución aislada “canónica” y permitiría explicar las inferencias de envolturas de H delgadas en estrellas DAV (ZZ Ceti) obtenidas por algunos investigadores (por ejemplo Bradley 1998). Nuestros resultados en el estudio de los LTP refuerzan además la interpretación de que FG Sge es efectivamente una estrella atravesando uno de estos eventos (Jeffery y Schöberner 2006). Además nuestros resultados muestran que contrariamente a lo encontrado por Blöcker (2003), la transformación de la estrella en un objeto deficiente en H debería ocurrir *durante* la evolución hacia el rojo, y no luego, tal como es efectivamente inferido de las observaciones. Por lo tanto, la evolución predicha por nuestras simulaciones para un LTP parece estar en buen acuerdo con lo observado en FG Sge.

En la presente tesis hemos además sugerido mediante un experimento numérico, que las propiedades superficiales (abundancias, gravedades y temperaturas) de algunas estrellas de muy baja masa ( $\sim 0,5M_{\odot}$ ) de tipos espectrales PG1159, He-sdO<sup>+</sup> y O(He) podrían ser entendidas

como el resultado de la evolución de una estrella de  $M_{ZAMS} \sim 1M_{\odot}$  que experimenta su primer pulso térmico como un LTP.

Mediante el cálculo de secuencias de modelos estelares que experimentan pulsos térmicos tardíos hemos presentado una grilla de modelos PG1159 con abundancias superficiales correctas y un tratamiento consistente de su historia previa. Esto nos ha permitido derivar una relación  $g - T_{\text{ef}} - M_{\star}$  teórica en base a la cual (utilizando los datos de  $g$  y  $T_{\text{ef}}$  de estrellas reales; Werner y Herwig 2006) hemos podido rederivar las masas espectrocópicas de las estrellas PG1159. Las nuevas masas espectroscópicas son en promedio un  $\sim 0,044M_{\odot}$  ( $\sim 8\%$ ) más bajas que las derivadas mediante la utilización de relaciones  $g - T_{\text{ef}} - M_{\star}$  provenientes de secuencias post-AGB ricas en H. Este resultado muestra que las sospechas de Dreizler y Herber (1998) y Werner (2001) eran correctas y la utilización de secuencias post-AGB ricas en H para determinar masas espectroscópicas de estrellas PG1159 produce una fuerte sobrestimación de la masa de las mismas. Nuestras nuevas determinaciones de masa colocan la masa media de las estrellas PG1159 en  $\overline{M}_{\text{PG1159}} \sim 0,573M_{\odot}$ . Estas nuevas determinaciones, sin embargo, sugieren una discrepancia promedio de  $\sim 10\%$  con las masas astrosismológicas determinadas en estrellas PG1159 pulsantes, lo que arroja cierta duda sobre la precisión de los resultados presentados. En este sentido hemos visto que la relación  $g - T_{\text{ef}} - M_{\star}$  parece ser suficientemente robusta para ser usada en determinaciones de masa de estrellas PG1159. En este sentido, hemos visto que mediante un análisis de los espectros de períodos de estos modelos sugiere que parte de esa discrepancia de debe a la utilización en la mayoría de las derivaciones astrosismológicas del llamado espaciamiento asintótico de períodos en lugar del, más apropiado, espaciamiento medio de períodos. El estudio del Dr. Córscico sobre los modelos aquí presentados muestra que en las estrellas GW Vir de baja luminosidad (DOV) la utilización del espaciamiento asintótico de períodos puede llevar a una sobreestimación de hasta  $0,06M_{\odot}$  en la masa de la estrella. Esto soluciona en parte la discrepancia entre las masas espectroscópicas y astrosismológicas, quedando como un caso especialmente problemático el de RX J2117.1 en la cual la discrepancia entre ambas determinaciones es de más del  $20\%$ . Como ha sido presentado en esta tesis, los modelos de estrellas PG1159 aquí desarrollados han permitido realizar inferencias astrosismológicas para los representantes más característicos de la clase GW Vir (PG 1159-035, RX J2117.1 y PG 0122+200), los cuales han resuelto algunos de los problemas planteados en trabajos anteriores —uno de ellos el de la nebulosa planetaria de RX J2117.1 (Appleton et al. 1993), la cual resulta ahora completamente consistente con los resultados evolutivos. Otros experimentos aquí presentados, sugieren que algunas de las estrellas PG1159 podrían albergar envolturas de He demasiado delgadas, lo que permitiría explicar, entre otras cosas, la gran tasa de cambio de períodos de  $\dot{\Pi} \sim 10^{-10}\text{s/s}$  determinada por Costa y Kepler (2008).

Además de los estudios de estrellas PG1159 mediante técnicas astrosismológicas los modelos de estrellas PG1159 presentados nos han permitido estudiar hasta que punto la estrella PG 0122+200 podría ser utilizada para el estudio de la física de partículas. El resultado es auspicioso. A pesar de la relativa baja masa de PG 0122+200 ( $\sim 0,56M_{\odot}$ ) la evolución de los períodos de dicha estrella sería suficientemente sensible a la existencia de pérdidas extras de energía. Más aún, debido a que nuestros análisis indican que PG 0122+200 se encuentra en una etapa en la que la pérdida de energía por emisión de neutrinos es similar a la luminosidad de la estrella, PG 0122+200 no solo sería útil para entender la física de neutrinos, como fuera sugerido por O'Brien y Kawaler (2000), sino también para estudiar la posible existencia de axiones DFSZ.

Finalmente hemos realizado en esta tesis un estudio muy detallado de otro de los escenarios para la formación de estrellas deficiente en H, el escenario de “hot-flasher” descrito por Sweigart (1997). Nuestro estudio, que comprende un amplio rango de metalicidades iniciales, muestra que efectivamente el escenario de hot-flasher es una explicación viable para la existencia y características de estrellas He-sdO y He-sdB. En particular, si la difusión de elementos químicos tiene lugar en estas estrellas (tal como sugieren los resultados de Unglaub 2008), el escenario de hot-flasher no solo es capaz de describir correctamente las abundancias superficiales de H

y He de estas estrellas sino que describe correctamente su distribución en el plano  $T_{\text{ef}} - g$ . A su vez, este escenario conecta a las estrellas He-sdO y He-sdB como los ancestros directos de algunas de las estrellas sdB más calientes, las cuales poseerían envolturas de H muy delgadas de  $\sim 10^{-11} - 10^{-10} M_{\odot}$ . Por otra parte, diversos experimentos numéricos presentados en esta tesis resaltan la necesidad de estudios de los procesos de mezcla y quema de H en ambientes extremadamente calientes y ricos en C por medio de simulaciones hidrodinámicas.

## Capítulo 9

# Trabajos a futuro

El Problema con nuestro tiempo es que el futuro ya no es lo que era.  
Paul Valery (1871 - 1945)

Dado que existe una inmensa cantidad de trabajos posibles a desarrollar sobre los temas y objetos tratados en esta tesis, no pretenderemos agotar todas las posibilidades de los mismos. En lo que sigue daremos una visión bastante personal y parcial.

En lo que refiere al estudio de los pulsos térmicos tardíos de tipo VLTP sería necesario llevar adelante cálculos de los procesos lentos de captura de neutrones que ocurren en estas estrellas no solo durante la TP-AGB sino durante el VLTP en sí mismo. Entender la posible ocurrencia de procesos lentos de captura de neutrones durante estos eventos es una condición necesaria para poder utilizar las determinaciones de metales pesados en estrellas PG1159 (Miksa et al. 2002, Werner y Herwig 2006) para entender la nucleosíntesis durante la TP-AGB. En particular sería interesante analizar bajo que condiciones es posible reproducir la fuerte subabundancia de Fe determinada en estrellas PG1159 mediante técnicas espectroscópicas (Miksa et al. 2002). Para esto también será necesario el próximo advenimiento de simulaciones hidrodinámicas de la mezcla y quema de H en ambientes calientes (Woodward et al. 2008). La incorporación paramétrica de dichos resultados en códigos 1D de evolución estelar parece ser la única forma viable de mejorar nuestro entendimiento de las exóticas abundancias superficiales determinadas en las estrellas PG1159. En este mismo sentido, parece necesario llevar adelante un análisis detallado y cuidadoso de como la metalicidad original de los progenitores de estrellas PG1159 afecta las propiedades. Para esto será necesario contar con secuencias evolutivas que reproduzcan de manera correcta la relación  $M_f(M_i)$  determinada de manera semiempírica (Salaris et al. 2009).

Otro estudio de especial interés para comprender la formación de estrellas (pre) enanas blancas deficientes en H, implica determinar cuantitativamente cuál es la fracción de estrellas que atraviezan estos pulsos térmicos tardíos. Esto es, realizar una exploración de que tan frecuentes son los pulsos térmicos tardíos según la masa y metalicidad original de la estrella. Para esto es necesario realizar un estudio muy detallado de las razones de los problemas de convergencia que ocurren sobre el final de la TP-AGB en la mayoría de las simulaciones de evolución estelar. Dicho estudio es imprescindible si se desea realizar un estudio exhaustivo del espacio de parámetros y obtener determinaciones confiables de las fracciones de estrellas que atraviezan estos pulsos térmicos tardíos.

En lo que respecta a la astrosismología de estrellas PG1159, sería de gran utilidad desarrollar una grilla de modelos que incorporasen diferentes espesores de la envoltura rica en He. Esto y la incorporación de modelos con diferentes tratamientos de los procesos de mezcla extra en la historia previa —tanto del “overshooting” durante la TP-AGB como de la semiconvección químicamente inducida durante el fin de la quema central del He— son una condición necesaria para utilizar la astrosismología de estrellas PG1159 para estudiar la evolución estelar, como fuera sugerido por Córscico y Althaus (2005).

Los modelos de estrellas aquí presentados abren la posibilidad de continuar la evolución de estas secuencias durante la etapa de enana blanca. Esto permitirá contar con una grilla de modelos de estrellas enanas blancas deficiente en hidrógeno, tanto DO como DB, con una estructura química realista. Es de esperar que dicho tipo de modelos nos permitan mejorar nuestro entendimiento de las propiedades pulsacionales de estrellas DBV. Pasos en esta dirección ya han sido dados por Córscico et al. (2009).

Recientemente un nuevo tipo de enanas blancas ha sido descubierto (Dufour et al. 2007), estas estrellas poseen un contenido inusualmente alto de carbono el cual ha sugerido un posible coneción entre estas estrellas y las estrellas PG1159. Los modelos aquí desarrollados abren la posibilidad de analizar el canal evolutivo propuesto para estas estrellas enanas blancas por Dufour et al. (2008) sobre la base de una simulación realista de su evolución. Esto ha sido recientemente comenzado por Althaus et al. (2009).

En lo que se refiere a la posibilidad de utilizar estrellas para el estudio de las propiedades magnéticas del neutrino o la posible existencia de axiones DFSZ, planeamos continuar con el estudio de la estrella PG 0122+200 presentado en esta tesis y extenderlo a toda la región de las estrellas DOV. A su vez, las rutinas numéricas incorporadas en esta tesis abren la posibilidad de estudiar la relevancia de la hipotética emisión de axiones en la evolución de estrellas de la TP-AGB sobre la base de un tratamiento correcto de la emisión de axiones en todos los regímenes de importancia. Esto permitirá determinar si efectivamente la emisión de axiones tendría un impacto en la evolución TP-AGB como fue sugerido por Domínguez et al. (1999).

Finalmente, la existencia de estrellas subenanas calientes pulsantes permite utilizar técnicas astrosismológicas para intentar inferir su estructura química y por lo tanto su historia evolutiva. En este sentido, los modelos de estrellas He-sdB y He-sdO post hot-flasher aquí desarrollados abren la posibilidad de realizar un estudio astrosismológico de los mismos. En este sentido, sería interesante saber si los flashes de He que ocurren en el núcleo de nuestros modelos durante un hot-flasher son capaces de excitar modos de pulsación mediante el mecanismo  $\epsilon$ . Tal situación permitiría explicar la existencia de pulsaciones en la estrella LS IV-14116 (Ahmad y Jeffery 2005). Por otra parte, hemos visto que el escenario aquí propuesto para la formación de estrellas He-sdB y He-sdO, predice que las mismas se transformarán durante la etapa de quema central del He en estrellas sdB calientes con una envoltura muy delgada de H ( $\sim 10^{-11} - 10^{-10} M_{\odot}$ ). Será interesante, entonces, estudiar si dichas envolturas delgadas de H poseen un impacto apreciable en el espectro de períodos de estrellas sdB pulsantes de tipo EC 14026 y si estas señales son efectivamente observadas en algunas de estas estrellas.



# Apéndice A

## Detalles numéricos

The purpose of computing is insight, not numbers!  
Richard Hamming

ctr+ alt + -\_+ key 567 + alpha=23000@0 and compile on a hot day. only with SONY joystick version 5,67. Everything should work fine if no Fe flash occurs during the numerical convergence hydrogen instability. (Ref. Maestro & Flo 2005)  
e-mail, Agis Kitsikis (2006)

Agis, did you ever consider the XBox Joystick for going thru the flash ?. It is much more flexible and has a lot of programmable buttons !  
e-mail, Florian Meissner (2006)

### A.1. Detalles Numéricos del Código de Evolución

El código de evolución estelar mediante el cual se obtuvieron los modelos analizados en esta práctica es el LPCODE, el cual ha sido desarrollado íntegramente en la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas de La Plata. Este código en su forma actual ha sido empleado por Althaus et al. (2003, 2005) para calcular modelos detallados de enanas blancas y pre-enanas blancas PG1159, a fin de utilizarlos para el estudio de las propiedades pulsacionales de estas estrellas (Córscico y Althaus 2005, 2006).

El LPCODE, a grandes rasgos, está basado en el método descrito por Kippenhahn et al. (1967), para la integración numérica de las ecuaciones del interior. Éste algoritmo se basa en un esquema de tipo Henyey totalmente implícito, lo que le da una mayor estabilidad numérica. Por el mismo motivo, las variables utilizadas por el LPCODE no son las mencionadas en la descripción de las ecuaciones de estructura, sino otras que permiten una mayor estabilidad. Los cambios de variables implementados en el LPCODE son:

$$\xi = \ln(1 - m_r/M_*) \quad (\text{A.1})$$

$$\theta = \ln T/T_o \quad T_o \equiv 10^6 \text{ K} \quad (\text{A.2})$$

$$p = \ln P/P_o \quad P_o \equiv 10^{15} \text{ din cm}^{-2} \quad (\text{A.3})$$

$$x = \ln r/r_o \quad r_o \equiv 10^{10} \text{ cm} \quad (\text{A.4})$$

$$\lambda = l/\Delta L_o \quad L_o \equiv 10^{33} \text{ erg s}^{-1}. \quad (\text{A.5})$$

De esta manera, la variable independiente utilizada en el código no es  $m$  sino  $\xi$ , y las variables dependientes son los logaritmos de las cantidades físicas relevantes, salvo en el caso de la luminosidad en la cual el tamaño de  $\lambda$  es controlado mediante la cantidad  $\Delta$ , la cual se reajusta automáticamente para mantener a  $\lambda$  por debajo de 10. Esta diferencia en el tratamiento de la

luminosidad es necesario para permitir que dicha cantidad tome valores negativos, pues el gradiente de temperatura puede ser negativo y, por lo tanto, puede aparecer un flujo neto de energía hacia el interior de la estrella. Esta situación suele ocurrir en los interiores estelares, tanto debido al enfriamiento por neutrinos como cuando suceden combustiones violentas en algunas capas de la estrella, como aquellas que dan lugar a los pulsos térmicos y flashes en el núcleo de He tardíos estudiados en esta tesis.

### A.1.1. Esquema de linealización y discretización de las ecuaciones de evolución y estructura estelar

Una elección apropiada del esquema de discretización y linealización es crucial en algunas etapas evolutivas tales como la fase de los pulsos térmicos o en el cálculo de los flashes en núcleo de helio. Más aún, para realizar el cálculo de episodios tan violentos como puede ser la quema de H en los flashes tardíos del He que se estudian en esta tesis, es indispensable contar con un esquema de resolución de las ecuaciones de evolución estelar muy robusto. El esquema Henyey centrado de segundo orden históricamente adoptado en evolución estelar puede no ser estable durante fases rápidas de la evolución (Sugimoto 1970). En esta tesis, dos esquemas intrínsecamente diferentes de discretización han sido utilizados<sup>1</sup>. Ambos esquemas numéricos, que describiremos a continuación, llevan a resultados similares y están diseñados para poder realizar el cálculo de la etapa rápida de la evolución estelar.

Siguiendo a Sugimoto (1970) denotaremos a las cuatro ecuaciones de estructura (ecs. 4.1-4.5) de manera abreviada como

$$\frac{\partial y_i}{\partial \xi} = \phi_{(\xi, \vec{y})} \quad (\text{A.6})$$

donde  $y_i$  ( $i=1,2,3,4$ ) son las variables dependientes  $\theta, p, x$  y  $\lambda$  y  $\xi$  la masa fraccional (logarítmica) utilizada como variable independiente.

El **primer esquema** es el propuesto por Sugimoto (1970) para el estudio de fases evolutivas rápidas mediante el método Henyey. En este caso las ecuaciones en diferencias se escriben como

$$y_i^{k+1} - y_i^k = \Delta \xi^k \left[ \beta_i \phi_{i(\xi^k, \vec{y}^k)} + (1 - \beta_i) \phi_{i(\xi^{k+1}, \vec{y}^{k+1})} \right] \quad (\text{A.7})$$

donde se adopta  $\beta_1 = \beta_3 = 1/2$ ,  $\beta_2 = 1$  y  $\beta_4 = 0$ . Esto significa que las derivadas de  $\theta$  y  $\lambda$  entre las capas  $k+1$  y  $k$  son aproximadas por los valores en los puntos  $\xi^{k+1}$  y  $\xi^k$  respectivamente en lugar de ser evaluados en el punto medio  $(\xi^{k+1} + \xi^k)/2$  como ocurre en el esquema centrado. Esta discretización de las ecuaciones produce un esquema mucho más estable durante las fases rápidas comparado con el esquema centrado estándar ( $\forall i, \beta_i = 1/2$ ). Esta mejora en la estabilidad, sin embargo, se hace a expensas de una pérdida de precisión pues el esquema numérico se vuelve de primer orden en  $\Delta \xi$  en algunas de sus variables. Esta pérdida de precisión puede en principio compensarse con una elección de un grillado espacial más fino. Sugimoto (1970) mostró que en los casos de evolución rápida la elección de un paso de tiempo pequeño hace que la precisión del método no disminuya. Otra de las ventajas de este esquema es que permite la utilización de diferentes elecciones de los  $\beta_i$  para diferentes regiones de la estrella. Esto permite de una manera muy sencilla elegir el esquema que se adapte mejor a cada región de la estrella —lo cual, según Sugimoto (1970), depende de la escala de tiempo local de conducción del calor— y así se ha realizado en esta tesis. En los cálculos presentados en esta tesis hemos adoptado un esquema centrado ( $\forall i, \beta_i = 1/2$ ) para la evolución lenta durante la secuencia principal y las primeras etapas de la RGB y luego se utilizó  $\beta_1 = \beta_3 = 1/2$ ,  $\beta_2 = 1$  y  $\beta_4 = 0$  para la región del núcleo degenerado donde las pérdidas por neutrinos se vuelven importantes y las capas que queman H y He, manteniendo el esquema centrado para la envoltura masiva de la estrella. En la evolución

<sup>1</sup>Esto ha permitido estudiar, en algunos casos relevantes tales como los flashes tardíos, la dependencia de los resultados con el esquema numérico utilizado.

post-AGB/RGB al no existir una envoltura masiva se adoptó  $\beta_1 = \beta_3 = 1/2$ ,  $\beta_2 = 1$  y  $\beta_4 = 0$  para toda la estrella.

El **segundo esquema** utilizado es similar el discutido por Meynet (1992). Específicamene está basado en la representación de las ecuaciones en diferencias sobre dos grillas de puntos lagrangianos diferentes ( $\xi^k$  y  $\xi^{k'}$ ) dispuestos de manera descentradas. Específicamente en la primera grilla  $\xi^k$  ( $k = 1, \dots, N$ ) se evalúan  $\lambda$  y  $x$  mientras que en la segunda grilla se especifican  $p$  y  $\theta$ . Los puntos de esta segunda grilla  $k'$  estan definidos como  $\xi^{k'} = (\xi^{k-1} + \xi^k)/2$  para  $k' = 2, \dots, N-1$  y como  $\xi^{k'} = \xi^k$  para  $k' = 1$  y  $k' = N$ .

Las ecuaciones se escriben entonces como

$$y_i^{k'} - y_i^{k'-1} = \Delta \xi^{k'} \phi_i \left( \xi^{k-1}, \frac{y_1^{k'} + y_1^{k'-1}}{2}, \frac{y_2^{k'} + y_2^{k'-1}}{2}, y_3^{k-1}, y_4^{k-1} \right) \quad (\text{A.8})$$

para  $i = 1, 2$  y como

$$y_i^k - y_i^{k-1} = \Delta \xi^k \phi_i \left( \frac{(\xi^k + \xi^{k-1})}{2}, y_1^{k'}, y_2^{k'}, \frac{y_3^k + y_3^{k-1}}{2}, \frac{y_4^k + y_4^{k-1}}{2} \right) \quad (\text{A.9})$$

para  $i = 3, 4$ . Éste método posee la ventaja de ser completamente de segundo orden en  $\Delta \xi$  para todas las variables. y al mismo tiempo es muy estable tanto en las etapas lentas como rápidas de la evolución estelar. Sin embargo en la versión presente del LPCODE la implementación de este método lleva a la generación de ruido numérico por no ser completamente compatible con el tratamiento de las rutinas de cambio químico y de redistribución de capas. Por este último motivo la versión preferencial para el calculo de las sequencias evolutivas presentadas en esta tesis es la de Sugimoto (1970) presentado más arriba. De todas formas vale la repetir que ambos esquemas brindan resultados similares en las etapas estudiadas en esta tesis, lo que brinda mayor credibilidad a los resultados obtenidos.

Vale la pena notar que las ecuaciones discutidas más arriba, no valen para la capa  $N-1$  pues, esta capa, involucra a la capa  $N$  (que corresponde al centro de la estrella) donde las ecuaciones de estructura divergen y deben ser tratadas como se verá más adelante al tratar las condiciones de borde. Podemos escribirlas entonces, de manera esquemática, como:

$$G_i^j(l_j, p_j, \theta_j, x_j, l_{j+1}, p_{j+1}, \theta_{j+1}, x_{j+1}) = 0 \quad i = 1, 2, 3, 4 \text{ y } j = 1, 2, \dots, N-2 \quad (\text{A.10})$$

Este sistema se completa con las expresiones en diferencias finitas de las 4 condiciones de borde (ver más adelante) en el centro que relacionarán las incógnitas de las capas  $N$  y  $N-1$  y por las 2 condiciones de borde en el punto  $m_f$  (que introducen dos relaciones entre las incógnitas de la capa 1). Estas expresiones pueden representarse como:

$$C_i(p_{N-1}, \theta_{N-1}, x_{N-1}, l_{N-1}, p_N, \theta_N) = 0 \quad i = 1, 2, 3, 4 \text{ (ya que } x_N = 0 \text{ y } l_N = 0) \quad (\text{A.11})$$

$$B_i(l_1, p_1, \theta_1, x_1) = 0 \quad i = 1, 2 \quad (\text{A.12})$$

Una vez definidas todas las ecuaciones de nuestro sistema, el cual consiste en  $4N-2$  ecuaciones con  $4N-2$  incógnitas, podemos proceder a encontrar los valores de  $p$ ,  $l$ ,  $\theta$ ,  $r$  en cada capa de la estrella. Para ello se realiza una aproximación lineal de las expresiones funcionales  $G_i^j$ ,  $B_i$ ,  $C_i$  alrededor de los valores de las cantidades  $p^0$ ,  $l^0$ ,  $\theta^0$ ,  $r^0$  correspondientes al modelo estelar computado en el paso previo; es decir, planteamos

$$\frac{\partial B_i}{\partial l_1} \delta l_1 + \frac{\partial B_i}{\partial p_1} \delta p_1 + \frac{\partial B_i}{\partial x_1} \delta x_1 + \frac{\partial B_i}{\partial \theta_1} \delta \theta_1 = -B_i \quad i = 1, 2 \quad (\text{A.13})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial G_i^j}{\partial l_j} \delta l_j + \frac{\partial G_i^j}{\partial p_j} \delta p_j + \frac{\partial G_i^j}{\partial x_j} \delta x_j + \frac{\partial G_i^j}{\partial \theta_j} \delta \theta_j + \frac{\partial G_i^j}{\partial l_{j+1}} \delta l_{j+1} \\ + \frac{\partial G_i^j}{\partial p_{j+1}} \delta p_{j+1} + \frac{\partial G_i^j}{\partial x_{j+1}} \delta x_{j+1} + \frac{\partial G_i^j}{\partial \theta_{j+1}} \delta \theta_{j+1} = -G_i^j \quad i = 1, 2, 3, 4 \text{ y } j = 1, 2, \dots, N-2 \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$



La resolución del sistema de ecuaciones linealizadas procede de manera iterativa corrigiendo en cada iteración  $i$  las cantidades obtenidas hasta alcanzar la precisión deseada

$$y_k^{(i)} = y_k^{(i-1)} + \delta y_k^{(i-1)} \quad (\text{A.17})$$

Vale la pena mencionar que en el código utilizado dicho esquema iterativo se aplica sobre las diferencias de las cantidades físicas (luminosidad, presión, radio y temperatura) entre el modelo calculado y el modelo anterior. Ésto es a fin de mejorar la estabilidad del método, ya que permite evitar los errores de redondeo que surgirían de la resta de dos cantidades muy similares (especialmente en la ecuación (2.26)) cuando  $\Delta t \rightarrow 0$ . De manera que las cantidades iteradas no son  $\theta$ ,  $p$ ,  $x$ ,  $\lambda$ , sino  $u_\theta$ ,  $u_p$ ,  $u_x$  y  $u_l$  definidas como sigue:

$$\theta^{(n+1)} = \theta^{(n)} + \ln(1 + u_\theta) \quad (\text{A.18})$$

$$p^{(n+1)} = p^{(n)} + \ln(1 + u_p) \quad (\text{A.19})$$

$$x^{(n+1)} = x^{(n)} + \ln(1 + u_x) \quad (\text{A.20})$$

$$l^{(n+1)} = l^{(n)} + u_l \quad (\text{A.21})$$

donde  $n$  representa el paso temporal.

## Condiciones de Borde

**Condiciones de Borde Centrales** Dado que la densidad debe poseer en el centro de la estrella un valor finito, entonces este punto corresponde al valor  $r_{(m=0)} = 0$ . De igual forma, como las fuentes de luminosidad en el centro de la estrella deben ser finitas, el flujo neto de energía debe ser cero ( $l = 0$ ), de manera que allí deben satisfacerse  $m = 0$ ,  $l = 0$ ,  $r = 0$ . Como las ecuaciones para la estructura estelar poseen divergencias en dicho punto, conviene utilizar allí un desarrollo de potencias. Este desarrollo nos lleva a expresiones (ver por ejemplo Kippenhahn y Weigert 1990)

$$r = \left( \frac{3}{4\pi\rho_c} \right)^{\frac{1}{3}} m^{\frac{1}{3}} \quad (\text{A.22})$$

$$l = (\epsilon_{nuc} - \epsilon_\nu + \epsilon_{grav})_c m \quad (\text{A.23})$$

$$\frac{dP}{dm} = -\frac{G}{4\pi} \left( \frac{4\pi\rho_c}{3} \right)^{\frac{4}{3}} m^{\frac{2}{3}} \quad (\text{A.24})$$

y por último la ecuación para el gradiente de temperaturas dependerá de si estamos en el caso radiativo o en el caso convectivo (la cual en esta región de la estrella puede tratarse perfectamente en la aproximación adiabática). Las expresiones resultan:

$$T^4 - T_c^4 = -\frac{1}{2ac} \left( \frac{3}{4\pi} \right)^{\frac{2}{3}} \kappa_c (\epsilon_{nuc} - \epsilon_\nu + \epsilon_{grav})_c \rho_c^{\frac{4}{3}} m^{\frac{4}{2}} \quad (\text{Caso Radiativo}) \quad (\text{A.25})$$

$$\ln T - \ln T_c = -\left( \frac{\pi^{\frac{1}{3}}}{6} \right) G \frac{(\nabla_{ad})_c \rho_c^{\frac{4}{3}}}{P_c} m^{\frac{2}{3}} \quad (\text{Caso Convectivo}) \quad (\text{A.26})$$

**Condiciones de Borde Superficiales** Para obtener las ecuaciones de borde superficiales lo que se hace es imponer que las soluciones del interior se ajusten suavemente con las soluciones del problema en la atmósfera estelar. De manera que nuestro interés reside en conocer el comportamiento de las cantidades termodinámicas en el fondo de la atmósfera. Claramente allí se tiene:  $M_{at} \sim M$ ,  $r_{at} \sim R$ ,  $l_{at} \sim L$ . Falta, entonces, obtener los valores de P y T. La resolución de

este problema puede realizarse (a fin de obtener condiciones de borde apropiadas para el interior estelar) mediante la aproximación de atmósfera gris de Eddington; en ella:

$$T^4 = \frac{3}{4} \left( \frac{L}{4\pi\sigma R^2} \right) \left( \tau + \frac{2}{3} \right) \quad (\text{A.27})$$

y la estratificación de la presión esta dada por:

$$\frac{dr}{dP} = \kappa R^2 / GM \quad (\text{A.28})$$

con  $P = P_{rad}$  en el borde externo de la atmósfera (i.e.  $\tau = 0$ )

Como el borde de la estrella corresponde a  $T = T_{ef}$  entonces en esta aproximación el borde queda caracterizado por  $\tau = \frac{2}{3}$ . Luego integrando la expresión de  $P$  desde  $\tau = 0$  a  $\tau = \frac{2}{3}$  con  $L, M$  y  $R$  constantes se llega a expresiones  $T = T_{ef}(L, R)$  y  $P = P(R, L)$  para el fondo de la atmósfera. La inclusión de estas regiones subfotosféricas en el esquema Henyey suele tener como consecuencia una disminución importante en el paso de tiempo. En algunos casos, es preferible realizar el ajuste de la solución interior con la exterior no en el fondo de la atmósfera sino más adentro. Denominaremos con  $m_f$  a la ubicación en masa donde se realiza este ajuste. Para obtener, entonces, las condiciones que deben cumplir las cantidades termodinámicas en dicho punto lo que se hace es integrar las ecuaciones del interior estelar aprovechando que en esta región  $L \sim cte$ . Ésto nos permite tratar solo con un sistema de ecuaciones ordinarias, el cual puede ser fácilmente resuelto (por ejemplo mediante un método de Runge-Kutta-Felberg). La integración de estas ecuaciones en función de los parámetros  $T_{ef}$  y  $L$  (siempre pensando que la composición química  $(X_i(m))$  es conocida) define los valores de las cantidades termodinámicas en el punto  $m_f$ . Estas relaciones pueden escribirse, esquemáticamente, como:

$$0 = B_1(L_f, P_f, T_f) \quad (\text{A.29})$$

$$0 = B_2(r_f, P_f, T_f) \quad (\text{A.30})$$

Lamentablemente las expresiones de  $B_1$  y  $B_2$  no pueden ser obtenidas analíticamente. Y, si bien podrían calcularse numéricamente para cada par de valores  $R$  y  $L$  (que son los parámetros libres con los que describimos la solución de la atmósfera), lo que se hace es aproximarlas linealmente en una región de  $R$  y  $L$  consistente con el valor final del modelo.

### A.1.2. Tratamiento de la Ecuación de Cambio Químico

Como ya se ha mencionado, el tratamiento correcto de los cambios químicos es fundamental para los objetivos de esta tesis. Los cambios en la composición química de una región de la estrella se deben, como fue mencionado antes, a dos motivos: las reacciones nucleares y los fenómenos de mezcla. Analicemos el tratamiento numérico del primero de estos procesos.

Las variables utilizadas en el código para describir la composición química son las cantidades:

$$Y_i = \frac{X_i}{A_i} \left( \propto \frac{n^\circ \text{ de partículas}}{\text{unidad de masa}} \right) \quad (\text{A.31})$$

donde  $X_i$  es la fracción en masa del elemento considerado y  $A_i$  es el peso atómico de esa misma especie, introduciendo  $\lambda_{ij}$  como  $\lambda_{ij} = \rho / m_p < \sigma v >_{ij}$  los cambios químicos debido a las reacciones nucleares resultan:

$$\left( \frac{\partial Y_i}{\partial t} \right)_{nuclear} = - \sum_j \lambda_{ij} Y_i Y_j + \sum_{k,l} \lambda_{kl} Y_k Y_l \quad i = 1, \dots, I \quad (\text{A.32})$$

Esta ecuación en LPCODE es tratada mediante un esquema implícito de diferencias finitas (Método de Arnett y Truran 1969), es decir, se propone:

$$\frac{Y_i^{(n+1)} - Y_i^{(n)}}{\Delta t} = - \sum_j \lambda_{ij} Y_i^{(n+1)} Y_j^{(n+1)} + \sum_{k,l} \lambda_{kl} Y_k^{(n+1)} Y_l^{(n+1)} \quad (\text{A.33})$$

donde utilizando  $Y_i^{(n+1)} = Y_i^{(n)} + \Delta Y$  y aproximando a primer orden los productos

$$Y_i^{(n+1)} Y_j^{(n+1)} = Y_i^{(n+1)} Y_j^{(n)} + Y_i^{(n)} Y_j^{(n+1)} - Y_i^{(n)} Y_j^{(n)} + \mathcal{O}(\Delta Y^2) \quad (\text{A.34})$$

se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones algebraicas para los cambios químicos por reacciones nucleares:

$$\begin{aligned} \frac{Y_i^{(n+1)} - Y_i^{(n)}}{\Delta t} = & - \left( \sum_j \lambda_{ij} Y_i^{(n+1)} Y_j^{(n)} + Y_i^{(n)} Y_j^{(n+1)} - Y_i^{(n)} Y_j^{(n)} \right) + \\ & + \left( \sum_{k,l} \lambda_{kl} Y_k^{(n+1)} Y_l^{(n)} + Y_k^{(n)} Y_l^{(n+1)} - Y_k^{(n)} Y_l^{(n)} \right) + \mathcal{O}(\Delta Y^2), \quad (\text{A.35}) \\ & \text{para } i = 1, \dots, I \end{aligned}$$

el cual puede ser escrito de manera compacta utilizando la siguiente notación vectorial (que nos será útil más adelante):

$$\left( \frac{\vec{Y}^{n+1} - \vec{Y}^n}{\Delta t} \right)_{\text{nuc}} = - \Gamma \vec{Y}^{n+1} + \vec{\Lambda} \quad (\text{A.36})$$

donde  $\Gamma$  es una matriz de  $I \times I$  (con  $I$  el número total de especies nucleares consideradas) y  $\Lambda$  un vector columna de dimensión  $I$  cuyos elementos involucran a las abundancias ( $Y_i^{(n)}$ ) y las tasas de las reacciones nucleares en el paso previo (i.e. a tiempo  $t^n$ ) (observar que en todas estas ecuaciones los supraíndices denotan el paso temporal de la integración).

Falta analizar el tratamiento de los cambios químicos que se producen por la ocurrencia de procesos de mezcla entre las capas de la estrella. La aproximación clásica en evolución estelar es la aproximación de mezcla instantánea (Kippenhahn y Weigert 1990). En ésta se supone que la mezcla es muy eficiente en toda la zona convectiva y, en consecuencia, como las escalas de tiempo de los fenómenos de convección son mucho menores que las escalas de tiempo asociadas a la quema nuclear, se supone a la región convectiva como una región químicamente homogénea. En esta aproximación, la composición química de dicha región se calcula haciendo un promedio de las composiciones químicas de todas las capas involucradas. Sin embargo, esta aproximación es completamente inapropiada para los procesos estudiados en esta tesis. Tanto durante un episodio de “mezcla profunda” en la post-RGB como en un pulso térmico tardío, el H es quemado a medida que es arrastrado hacia las regiones más calientes de la zona convectiva. En estos casos la mayoría de la quema ocurre en el punto donde  $\tau_{\text{mezcla}} \sim \tau_{\text{quema}}$ , por lo que no puede considerarse que la química se distribuye homogéneamente en las zonas convectivas.

En esta tesis, por lo tanto, la aproximación utilizada no es la de mezcla instantánea sino que se resuelve el problema dependiente del tiempo para los cambios químicos. Ésto se realiza modelando los procesos de mezcla como procesos difusivos. Específicamente se considera:

$$\left( \frac{d\vec{Y}}{dt} \right) = \left( \frac{\partial \vec{Y}}{\partial t} \right)_{\text{nuc}} + \frac{\partial}{\partial M_r} \left[ (4\pi r^2 \rho)^2 D \frac{\partial \vec{Y}}{\partial M_r} \right] \quad (\text{A.37})$$

donde el primer término de la derecha tiene en cuenta los cambios debidos a las reacciones nucleares y el segundo los cambios por procesos de mezcla. Aquí,  $\vec{Y}$  es el vector columna formado por las fracciones número de las especies ( $Y_i$ ) nucleares consideradas y  $D$  es el valor efectivo del





composición química es obtenida antes de resolverlas. Si bien un tratamiento consistente sería deseable esto, en principio, no es necesario si el paso temporal se mantiene suficientemente pequeño como para que los cambios en las variables de estructura no sean muy grandes entre paso y paso, de manera que los cambios químicos se calculen con la estructura química correcta en cada momento. Vale la pena notar que en algunos casos donde existe una retroalimentación muy fuerte entre los cambios en la estructura y la quema nuclear, como es el caso de la quema violenta en los flashes tardíos post-RGB/AGB, este punto requerirá un cuidado especial. Este control se realiza en el código de evolución pidiendo que los cambios en  $T$ ,  $P$ ,  $r$ ,  $l$  de un modelo a otro se mantengan debajo de determinados valores fijados con anterioridad.



## Apéndice B

# Breve derivación de las ecuaciones de pulsación estelar no radial en el régimen adiabático

Las ecuaciones que gobiernan el comportamiento de un fluido autogravitante con transporte no convectivo del calor (solo fenómenos de radiación o conducción) son las ecuaciones de conservación del momento, conservación de la energía y conservación de la masa, más las ecuaciones de Poisson para el campo gravitatorio y de Fourier para el transporte de calor (bajo la aproximación de difusión y estado estacionario). Estas ecuaciones en ausencia de campos electromagnéticos, convección y viscosidad (que es despreciable en estrellas ) resultan

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0, \quad (\text{B.1})$$

$$\rho \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{v} = -\vec{\nabla} p - \rho \vec{\nabla} \Phi, \quad (\text{B.2})$$

$$\rho T \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \right) S = \rho \epsilon_N - \vec{\nabla} \cdot \vec{F}_R. \quad (\text{B.3})$$

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho, \quad (\text{B.4})$$

$$\vec{F}_R = -\frac{4ac}{3\kappa\rho} T^3 \vec{\nabla} T, \quad (\text{B.5})$$

Notando que el modelo de estrella no perturbado (esféricamente simétrico) puede considerarse evolucionando de manera cuasiestática, entonces  $\vec{v}_0 = 0$  y el resto de las cantidades no perturbadas son independientes del tiempo (salvo por  $dS_0/dt \neq 0$ <sup>1</sup>). Eso lleva a que en el

<sup>1</sup>En el desarrollo de Unno et al. (1989) se dice que en el modelo en equilibrio debe ocurrir  $dS_0/dt = 0$ . Sin embargo ese término es usualmente no despreciable en el modelo estelar no perturbado sobre el cual se analizan las perturbaciones. Sin embargo, considerar  $dS_0/dt \neq 0$  no altera las ecuaciones que se obtienen para las cantidades perturbadas. Esto se debe a que en este caso la ecuación no perturbada sería

$$\rho_0 \epsilon_{N,0} - \vec{\nabla} \cdot \vec{F}_{R,0} = \rho_0 T_0 \frac{\partial S_0}{\partial t}. \quad (\text{B.6})$$

Luego, el desarrollo a primer orden de la ecuación B.3 nos da

$$\rho_0 T_0 \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \right) S_0 + \rho' T_0 \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \right) S_0 + \rho_0 T' \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \right) S_0 + \rho_0 T_0 \frac{\partial S'}{\partial t} = \quad (\text{B.7})$$

$$\rho' \epsilon_N + \rho_0 \epsilon'_N + \rho_0 \epsilon_N - \vec{\nabla} \cdot \vec{F}_R - \vec{\nabla} \cdot \vec{F}'_R \quad (\text{B.8})$$

De manera que la expresión final de esta ecuación para las cantidades perturbadas es la misma a la que aparece en Unno et al. 1989. Sin embargo para poder realizar la separación temporal de variables ( $f = f_e(\vec{r})e^{i\sigma t}$ ) es necesario

caso no perturbado las ecuaciones anteriores se reduzcan a las ecuaciones de evolución estelar esféricamente simétricas (ecuaciones 4.1-4.5).

Ahora, realizando aproximaciones de pequeñas oscilaciones alrededor de los puntos de equilibrio, podemos separar las cantidades anteriores en  $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{\xi}$ ,  $P = P_0 + P'$ ,  $\rho = \rho_0 + \rho'$ ,  $T = T_0 + T'$ ,  $\Phi = \Phi_0 + \Phi'$  etc, donde  $\vec{\xi}$  es el desplazamiento del elemento de fluido respecto a su posición de equilibrio. En este contexto vale mencionar que suelen denominarse **perturbaciones lagrangianas** de una cantidad  $f$  en un dado elemento de fluido a

$$\delta f(\vec{r}_0, t) = f(\vec{r}, t) - f(\vec{r}_0), \quad \text{donde } \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{\xi}. \quad (\text{B.9})$$

$\delta f(\vec{r}_0, t)$  entonces debe entenderse como el cambio de  $f$  a tiempo  $t$  del elemento de fluido que en equilibrio ocupaba la posición  $\vec{r}_0$ . Y se denominan **perturbaciones eulerianas** al cambio de la cantidad  $f$  en un punto fijo del espacio debido a la perturbación, es decir a

$$f'(\vec{r}, t) = f(\vec{r}, t) - f_0(\vec{r}). \quad (\text{B.10})$$

A primer orden en las perturbaciones estas dos cantidades se relacionan mediante

$$\delta f(\vec{r}, t) = f'(\vec{r}, t) + \vec{\xi} \cdot \vec{\nabla} f_0(\vec{r}). \quad (\text{B.11})$$

En el caso de la velocidad, como el modelo sin perturbar, posee velocidades nulas entonces  $\vec{v} = \delta \vec{v} = \vec{v}' = d\vec{\xi}/dt$ .

Reemplazando en las ecuaciones del fluido, desarrollando a primer orden en las perturbaciones y cancelando aquellos términos no perturbados que se cumplen automáticamente por valer las ecuaciones de estructura estelar, se obtiene el sistema de ecuaciones que deben obedecer las perturbaciones eulerianas. Este resulta (ver Unno et al. 1989)

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho_0 \vec{v}) = 0, \quad (\text{B.12})$$

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{\nabla} p' + \rho_0 \vec{\nabla} \Phi' + \rho' \vec{\nabla} \Phi_0 = 0, \quad (\text{B.13})$$

$$\rho_0 T_0 \frac{\partial}{\partial t} (S' + \vec{\xi} \cdot \vec{\nabla} S_0) = (\rho \varepsilon_N)' - \vec{\nabla} \cdot \vec{F}_R' \quad (\text{B.14})$$

$$\nabla^2 \Phi' = 4\pi G \rho' \quad (\text{B.15})$$

$$\vec{F}_R' = -K_0 \vec{\nabla} T' - K' \vec{\nabla} T_0 \quad (\text{B.16})$$

Estas ecuaciones conforman un sistema de ecuaciones lineales homogéneas para las perturbaciones el cual, junto con las condiciones de borde correspondientes (ver Unno et al. 1989), permiten obtener las soluciones de  $\rho'$ ,  $T'$ ,  $P'$ ,  $\Phi'$ ,  $\xi$ ,  $\vec{v}$  para el fluido como función del tiempo y la posición. Como los coeficientes de estas ecuaciones son combinaciones de las cantidades no perturbadas, estos solo poseen dependencia con el radio<sup>2</sup>. Esto permite proponer una separación de variables para resolver el problema. Como los coeficientes solo dependen del radio entonces la parte angular posee como solución armónicos esféricos  $Y_\ell^m(\theta, \phi)$  (autofunciones del operador  $L^2 = r^2 \nabla_\perp^2$ <sup>3</sup>) y dependencia temporal  $e^{i\sigma t}$ . De manera que todas las cantidades perturbadas poseen la forma (en realidad, los modos normales poseen esta forma, la perturbación más general será entonces la combinación lineal de estos modos)

$$f'(r, \theta, \phi, t) = f'(r) Y_\ell^m(\theta, \phi) e^{i\sigma t} \quad (\text{B.17})$$

---

hacer la aproximación de que la escala de tiempo propia de los cambios evolutivos son muchos más lentas a las del término en que ocurren las pulsaciones y por lo tanto que  $S_0$  pueda considerarse aproximadamente constante al estudiar el término  $dS'/dt$ .

<sup>2</sup>Con excepción de  $S_0$ , cuyos cambios estamos asumiendo que ocurren en una escala de tiempo mucho más grande a la asociada a las pulsaciones

<sup>3</sup> $\nabla_\perp^2$  es el operador diferencial

donde por comodidad mantenemos el mismo nombre ( $f'$ ) para la parte radial de la autofunción.

De la ecuación de movimiento para las perturbaciones surge que el desplazamiento de los elementos de fluido puede escribirse como (ver Unno et al. 1989)

$$\vec{\xi}(r, \theta, \phi) = \left[ \xi_r(r), \xi_t(r) \frac{\partial}{\partial \theta}, \xi_t(r) \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \right] Y_\ell^m(\theta, \phi), \quad (\text{B.18})$$

donde se definió

$$\xi_t(r) = \frac{1}{\sigma^2 r} \left( \frac{p'}{\rho} + \Phi' \right) \quad (\text{B.19})$$

y el subíndice  $t$  indica que se trata de la componente transversal del desplazamiento.

Introduciendo la separación de variables en las ecuaciones para las cantidades perturbadas se obtiene las ecuaciones que debe cumplir la componente radial del desplazamiento  $\xi_r$ . En el caso de perturbaciones adiabáticas ( $\delta S = 0$ ), es decir asumiendo que no existe intercambio de calor entre los elementos de fluido que oscilan, las ecuaciones se reducen a tres ecuaciones estrictamente mecánicas (sin referencia al flujo de energía). Estas son

$$\frac{1}{r^2} \frac{d(r^2 \xi_r)}{dr} - \frac{g}{c_s^2} \xi_r + \left( 1 - \frac{L_\ell^2}{\sigma^2} \right) \frac{p'}{\rho c_s^2} = \frac{\ell(\ell+1)}{\sigma^2 r^2} \Phi', \quad (\text{B.20})$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp'}{dr} + \frac{g}{\rho c_s^2} p' + (N^2 - \sigma^2) \xi_r = -\frac{d\Phi'}{dr}, \quad (\text{B.21})$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\Phi'}{dr} \right) - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \Phi' = 4\pi G \rho \left( \frac{p'}{\rho c_s^2} + \frac{N^2}{g} \xi_r \right). \quad (\text{B.22})$$

Las cantidades  $N$  y  $L_\ell$  son frecuencias características de las oscilaciones y están dadas por las ecuaciones 2.9 y 2.10.

---


$$\nabla_\perp^2 = \frac{1}{r^2} \frac{1}{\sin^2 \theta} \left[ \sin \theta \frac{\partial}{\partial r} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right],$$

Y los armónicos esféricos poseen la forma

$$Y_\ell^m(\theta, \phi) = (-1)^{(m+|m|)/2} \left[ \frac{2\ell+1}{2\pi} \frac{(\ell-|m|)!}{(\ell+|m|)!} \right]^{1/2} P_\ell^{|m|}(\cos \theta) e^{im\phi}$$

donde los  $P_\ell^{|m|}(\cos \theta)$  son los polinómios asociados de Legendre.

(Esta página en blanco es intencional)

Hay por lo menos dos formas de mostrar una erudición irritante: una acumulando citas, y otra, no haciendo ninguna.  
Uno y el universo, Ernesto Sábato (1945)





# Bibliografía

- [1] Abbott, D. C. 1982, ApJ, 259, 282
- [2] Ahmad, A. y Jeffery, C. S. 2005, 437, L51
- [3] Ahmad, A., Behara, N., Jeffery, C., Sahin, T. y Woolf, V. 2007, A&A, 465, 541
- [4] Alexander, D. R., y Ferguson, J. W. 1994, ApJ, 437, 879
- [5] Allen, C. W. ed. 1973, Astrophysical Quantities (3d ed.; London: Athlone)
- [6] Althaus, L. G., Benvenuto, O. G. 1997, ApJ, 477, 313
- [7] Althaus, L. G., Serenelli, A. M., Córscico, A. H., y Benvenuto, O. G. 2002, MNRAS, 330, 685
- [8] Althaus, L. G., Serenelli, A. M., Córscico, A. H., y Montgomery, M. H., 2003, A&A, 404, 593
- [9] Althaus, L. G., Serenelli, A. M., Panei, J. A., Córscico, A. H., García-Berro, E. y Scoccola, C. G., 2005a, A&A, 435, 631
- [10] Althaus, L. G., Miller Bertolami, M. M., Córscico, A. H., García-Berro, E., y Gil-Pons, P. 2005b, A&A, 440, L1
- [11] Althaus, L. G., Córscico, A. H., Miller Bertolami, M. M. 2007, A&A, 467, 1175
- [12] Althaus, L. G., Córscico, A. H., Miller Bertolami, M. M., Garcia-Berro, E. y Kepler 2008, ApJL, 677, L35
- [13] Althaus, L. G. 2008, Notas de la primera escuela internacional en astronomía y geofísica de La Plata, Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas
- [14] Althaus, L. G., Garcia-Berro, E., Córscico, A. H., Miller Bertolami, M. M., Romero, A. D. 2009, ApJL, 693, L23
- [15] Angulo, C., Arnould, M., Rayet, M. et al. 1999, Nucl. Phys. A, 656, 3
- [16] Appleton, P. N., Kawaler, S. D., y Eitter, J. J. 1993, AJ, 106, 1973
- [17] Asplund, M., Gustafsson, B., Lambert, D., Kameswara Rao, N. 1997 A&A, 321, L17
- [18] Asplund, M., Lambert, D., Pollaco, D., y Shetrone, M. 1999 A&A, 343, 507
- [19] Badnell, N. R., Bautista, M. A., Butler, K., et al. 2005, MNRAS, 360, 458
- [20] Beauchamp, A., Wesemael, F., Bergeron, P., Liebert, J., Saffer, R. A. 1996, ASP Conference Series, 96, 295
- [21] Benvenuto, O. G. 1988, Tesis Doctoral, Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas, UNLP
- [22] Berman L., 1935, ApJ, 81, 369
- [23] Biermann, L. 1932, Zeitschrift fr Astrophysik, 5, 117
- [24] Blöcker, T. 1995a, A&A, 297, 727

- [25] Blöcker, T. 1995b, A&A, 299,755
- [26] Blöcker, T. 2001, ApSS, 275, 1
- [27] Bond, H., y Grauer, A. 1987, ApJ, 321, L123
- [28] Bond, H. E., y Meakes, M. G. 1990, AJ, 100, 788
- [29] Bond, H. E., Kawaler, S. D., Ciardullo, R. et al. 1996, AJ, 112, 2699
- [30] Bond, H., y Ciardullo, R. 1999, 111, 217
- [31] Bradley, P. A., y Dziembowski, W. A. 1996, ApJ, 462, 376
- [32] Bradley, P. A. 1998, ApJS, 116, 307
- [33] Bradley, P. A., 2001, in “*White Dwarfs*”, Proc. of the 12<sup>th</sup> European Workshop on white dwarf stars, Eds.: J. L. Provencal, H. L. Shipman, J. MacDonald y S. Goodchild, ASP Conference Series, 226, 307
- [34] Bradley, P. A., y Kleinman, S. J., 1997, in “*White Dwarfs*”, Proc. of the 10<sup>th</sup> European Workshop on white dwarf stars, Eds.: J. Isern, E. García-Berro, & M. Hernanz, (Dordrecht: Kluwer), 445
- [35] Brown, T. M. y Gilliland, R. L. 1994, ARA&A, 32, 37
- [36] Brown, T., Sweigart, A., Lanz, T., Landsman, W., Hubeny, I. 2001, ApJ, 562, 368
- [37] Cannon, A. J. 1912, Harvard Ann. 56, 107
- [38] Casagrande, L., Flynn, C., Portinari, L., Girardi, L. y Jimenez, R. 2007, MNRAS, 382, 1516
- [39] Castellani y Castellani 1993, A&A, 457, 569
- [40] Castellani, M., Castellani, V., y Prada Moroni, P. 2006, A&A, 457, 569
- [41] Castor, J. I., Abbott, D. C., y Klein, R. I. 1975, ApJ, 195, 157
- [42] Cassisi, S., Schlattl, H., Salaris, M., Weiss, A. 2003, 582, L43
- [43] Cassisi, S., Potekhin, A., Pietrinferni, A., Catelan, M. y Salaris, M. 2007, ApJ, 661, 1094
- [44] Caughlan, G. R. y Fowler, W. A. 1988, Atomic Data and Nuclear Data Tables, 40, 283
- [45] Chapman, S. y Cowling, T. 1939, “The mathematical theory of non-uniform gases”, Cambridge University Press
- [46] Chen, B., Vergely, J. L., Valette, B., y Carraro, G. 1998, A&A, 336, 137
- [47] Ciardullo, R., y Bond, H. E. 1996, AJ, 111, 2332
- [48] Clausius, R. J. E. (1870), Philosophical Magazine, Ser. 4 40, 122
- [49] Clayton, D. D. 1968, New York: McGraw-Hill, Principles of stellar evolution and nucleosynthesis
- [50] Clayton, G. C., De Marco, O. 1997, AJ, 114, 2679
- [51] Clayton, G. C. 2002, ApSS, 279, 167
- [52] Clayton, G. C., Kerber, F., Pirzkal, N., De Marco, O., Crowther, P. A., Fedrow, J. M. 2006, ApJ, 646, L69
- [53] Crsico, A. H., Benvenuto, O. G., Althaus, L. G., Serenelli, A. M. 2002, MNRAS, 332, 392
- [54] Córscico, A. H. 2003, Tesis Doctoral, Biblioteca de la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas
- [55] Córscico, A. H. y Althaus, L. G. 2005, A&A, 439, L31

- [56] Córscico, A. H. y Althaus, L. G. 2006, *A&A*, 454, 863
- [57] Córscico, A. H., Althaus, L. G., Miller Bertolami, M. M. 2006, *A&A*, 458, 259
- [58] Córscico, A. H., Althaus, L. G., Miller Bertolami, M. M. y Werner, K. 2007, *A&A*, 461, 1095
- [59] Córscico, A. H., Miller Bertolami, M. M., Althaus, L. G., Vauclair, G., y Werner, K. 2007b, *A&A*, 475, 619
- [60] Córscico, A. H., Althaus, L. G., Kepler, S. O., Costa, J. E. S., y Miller Bertolami, M. M., 2008, *A&A*, 478, 869
- [61] Córscico, A. H., Althaus, L. G., Miller Bertolami, M. M. 2006, García-Berro, E. 2009, *A&A*, 499, 257
- [62] Córscico, A. H., Althaus, L. G., Miller Bertolami, González Pérez, J. M., Kepler, S. O. 2009, *ApJ*, 701, 1008
- [63] Costa, J. E. S., Kepler, S. O., y Winget, D. E. 1999, *ApJ*, 522, 973
- [64] Costa, J. E. S., et al., 2008, *A&A*, 477, 627
- [65] Cox, A. N., Stewart, J. N., 1970, *ApJS*, 19, 243
- [66] Cox, A. N. 2003, *ApJ*, 585, 975
- [67] Cox, J. y Giuli, T. 1968, New York, Gordon and Breach, Principles of stellar structure
- [68] de Boer, K., Drilling, J., Jeffery, C. S. y Sion, E. M. 1997, Third Conference on Faint Blue Stars, L. Davis Press, 515
- [69] D’Cruz, N., Dorman, B., Rood, R., O’Connell, R. 1996, *ApJ*, 466, 359
- [70] D’Cruz, N., O’Connell, R., Rood, R., Whitney, H. and Dorman, B. 2000, *ApJ*, 530, 352
- [71] D’Antona, F., Bellazzini, M., Fusi Pecci, F., Galletti, S., Caloi, V. y Rood, R. T. 2005, *ApJ*, 631, 868
- [72] D’Antona, F. y Ventura, P. 2007, *MNRAS*, 379, 1431
- [73] De Marco, O., Clayton, G., Herwig, F., Pollaco, D., Clark, J., Kilkenny, D. 2002, *AJ*, 123, 3387
- [74] Dreizler, S. y Werner, K., 1996, *A&A*, 314, 217
- [75] Dreizler, S. y Heber, U. 1998, *A&A*, 334, 618
- [76] Duerbeck, H. W., y Benetti, S. 1996, *ApJ*, 468, L111
- [77] Duerbeck, H. W., Benetti, S., Gautschy, A., van Genderen, A. M., Kemper, C., Liller, W., Thomas, T. 1997, *AJ*, 114, 1657
- [78] Duerbeck, H. W., Hazen, M. L., Misch, A. A. y Seitter, W. C., 2002, *Ap&SS*, 279, 183
- [79] Duerbeck, H. W., Liller, W., Sterken, C., Benetti, S., van Genderen, A. M., Arts, J., Kurk, J. D., Janson, M., Voskes, T., Brogt, E., Arentoft, T., van der Meer, A., Dijkstra, R. 2002, *AJ*, 119, 2360
- [80] Dufour, P., Liebert, J., Fontaine, G., y Behara, N., 2007, *Nature*, 450, 522
- [81] Dufour, P., Fontaine, G., Liebert, James, Schmidt, G. D., Behara, N. 2008, *ApJ*, 683, 978
- [82] Eisenstein, D. J., Liebert, J., Harris, H., et al. 2006, *ApJS*, 167, 40
- [83] Espey, B. y Crowley, C. 2008, *APSC*, 401, 166
- [84] Evans, A., Geballe, T. R., Tyne, V. H., Pollacco, D., Eyres, S. P. S., Smalley, B. 2002, *MNRAS*, 332, L69

- [85] Faulkner, J. 2005, "The scientific legacy of Fred Hoyle", edited by Douglas Gough, ISBN 0-521-82448-6, p. 149
- [86] Faulkner, D. J. y Wood, P. R. 1985, Proceedings of the Astronomical Society of Australia, 62
- [87] Flemming, W. P. 1891, Astr. Nach. 126, 165
- [88] Flynn, C. 2004, Publication of the Astron. Soc. of Australia, 21, 126
- [89] Fontaine, G., y Wesemael, F., 1997, "White Dwarfs", Proc. of the 10<sup>th</sup> European Workshop on white dwarf stars, Eds.: J. Isern, E. García-Berro y M. Hernanz, (Dordrecht: Kluwer), 173
- [90] Fu, J.-N., Vauclair, G., Solheim, J.-E. et al. 2007, A&A, 467, 237 (FUEA07)
- [91] Fu, J.-N., Vauclair, G., Dolez, N., O'Brien, M. S., y Chevreton, M. (2002), in Observational Aspects of Pulsating B- & A stars, eds. C. Sterken y D.W. Kurtz, ASP Conf. Ser., 256, 51
- [92] Fujimoto, M. Y. 1977, PASJ, 29, 331
- [93] Freytag, B, Ludwig, H.-G. y Steffen, M. 1996, A&A, 313, 497
- [94] Gautschy, A. 1997, A&A, 320, 811
- [95] Gautschy, A y Saio, H. 1995, ARA&A, 33, 75
- [96] Gautschy, A y Saio, H. 1996, ARA&A, 34, 551
- [97] Gautschy, A., Althaus, L. G., y Saio, H. 2005, A&A, 438,1013
- [98] Gonzalez, G., Lambert, D., Wallerstein, G., Rao, N. Kameswara, Smith, V. V.; McCarthy, J. K. 1998, 114, 133
- [99] Gorny, S. K., y Stasinska, G. 1995, A&A, 303, 893
- [100] Grauer, A. D., Bond, H. E., Liebert, J., Fleming, T. A., & Green, R. F. 1987, ApJ, 323, 271
- [101] Green, R. F. 1977, Ph.D. Thesis, California Inst. of Tech.
- [102] Greenstein, J. L. 1940, ApJ, 91, 438
- [103] Grevesse, N y Sauval, A. J. 1998, Space Science Reviews, 85, 161
- [104] Grossman, S, Narayan, R. y Arnett, D. 1993, ApJ, 407, 284
- [105] Grossman, S y Taam, R. 1996, MNRAS, 283, 1165
- [106] Groth, H. G., Kudritzky, R. P. y Heber, U. 1985, A&A 152, 107
- [107] Haft, M., Raffelt, G. y Weiss, A. 1994, ApJ, 425, 222
- [108] Hajduk, M., Zijlstra, A., Herwig, F., et al. 2005, Science, 308, 231
- [109] Hajduk, M., Zijlstra, A., van Hoof, P. A. M., Lopez, J. A., Drew, J. E., Evans, A., Eyres, S. P. S., Gesicki, K., Greimel, R., Kerber, F., Kimeswenger, S., Richer, M. G. 2007, MNRAS, 378, 1298
- [110] Hansen, C.J. y Kawaler, S. D. 1994, Stellar Interiors, Springer
- [111] Hansen, B. 2005, ApJ, 635, 522
- [112] Heber, U., Hirsch, H., Ströer, A., O'Toole, S., Haas, S. and Dreizler, S. 2005, Balt. Astron., 15, 91
- [113] Herbig, G. H., Boyarchuk, A. A. 1968, ApJ, 153, 397
- [114] Herwig, F. 2000, A&A, 360, 952
- [115] Herwig, F. 2001a, ApSS, 275, 15

- [116] Herwig, F. 2001b, *ApJ*, 554, L71
- [117] Herwig, F. 2004, *ApJS*, 155, 651
- [118] Herwig, F. 2005, *ARA&A*, 43, 435
- [119] Herwig, F., Blöcker, T., Schönberner, D., El Eid, M. 1997, *A&A*, 324, L81
- [120] Herwig, F.; Schoenberner, D.; Blöcker, T. 1998, *A&A*, 340, L43
- [121] Herwig, F., Blöcker, T., Langer, N., y Driebe, T 1999, *A&A*, 349, L5
- [122] Herwig, F., Freytag, B., Werner, K. 2006, *IAU Symp*, 234 (astro-ph/0606603)
- [123] Herwig F., Freytag B., Hueckstaedt R., Timmes F., 2006 *ApJ*, 642, 1057
- [124] Herwig, F., Freytag, B, Fuchs, T., Hansen, J., Hueckstaedt, R., Porter, D., Timmes, F. y Woodward, P. 2007, *ASPC*, 378, 43
- [125] Hirsch, H., Heber, H. and O'Toole, S. 2008, *ASP Conference Series*, 392, 175
- [126] Huang K. ,*Statistical Mechanics*, Wiley, 1987
- [127] Iben, I. 1976, *ApJ*, 208, 165
- [128] Iben, I., Kaler, J., Truran, J., Renzini, A. 1983, *ApJ*, 264, 605
- [129] Iben, I. 1984, *ApJ*, 277, 333
- [130] Iben, I., Tutukov, A. 1984, *ApJ*, 284, 719
- [131] Iben, I. Jr. 1995, *Physics Reports*, 250, 1
- [132] Iben, I. y MacDonald, J. 1995, *Lecture Notes in Physics* (Berlin: Springer Verlag), 443, 48
- [133] Iglesias, C. A., y Rogers, F. J. 1996, *ApJ*, 464, 943
- [134] Iglesias, C. A., Wilson, B. G., Rogers, F. J., Goldstein, W. H., Bar-Shalom, A., y Oreg, J. 1995, *ApJ*, 464, 943
- [135] Itoh, N., Mutoh, H., Hikita, A., y Kohyama, Y. 1992, *ApJ*, 395, 622
- [136] Itoh, N., Adachi, T., Nakagawa, M., Kohyama, Y., y Munakata, H. 1989, *ApJ*, 339, 354
- [137] Jeffery, C. S. 1994, *CCP7 Newsletter*, 21, 33
- [138] Jeffery, C. S. 2008, *ASP Conference Series*, 391, 3
- [139] Jeffery, C. S. y Saio, H. 2006, *MNRAS*, 372, L48
- [140] Jeffery, C. S. y Schöberner, D. 2006 *A&A*, 459, 885
- [141] Kalirai, J., Bergeron, P., Hansen, B., Kelson, D., Reitzel, D., Rich, R., Richer H. 2008, *ApJ*, 676, 594
- [142] Karakas, A. 2006, *PhD Thesis*, Monash University
- [143] Kawaler, S. D., Winget, D. E., Hansen, C. J., et al. 1985, *ApJ*, 295, 547
- [144] Kawaler, S. D. y Bradley, P. A. 1994, *ApJ*, 427, 415
- [145] Kawaler, S. D., Potter, E. M., Vuckovic, M., et al. 2004, *A&A*, 428, 969
- [146] Kawaler, S. D., O'Brien, M. S., Clemens, J. C. et al. 1995, *ApJ*, 450, 350
- [147] Kawaler, S. D. 1986, *Ph.D. Thesis*, University of Texas

- [148] Kawaler, S. D. 1987, in *Stellar Pulsation*, Ed. A. N. Cox, W. M. Sparks, y S. G. Starrfield (Berlin: Springer), 367
- [149] Kawaler, S. D. 1988, in *IAU Symposium 123, Advances in Helio- and Asteroseismology*, ed. J. Christensen-Dalsgaard y S. Frandsen (Dordrecht: Reidel), 329
- [150] Kawaler, S. D. 1988, *ApJ*, 334, 220
- [151] Kawaler, S. D., Winget, D. E., Hansen, C. J., & Iben, I. 1986, *ApJL*, 306, L41
- [152] Kawaler, S. D., Dahlstrom, M. 2000, *American Scientist*, vol. 88, 498
- [153] Kerber, F., Köppen, J., Roth, M. y Trager, S. 1999, *A&A*, 344, L79
- [154] Kepler, S. O., Costa, J. E. S., Castanheira, B. G., Winget, D. E., Mullally, F., Nather, R. E., Kilic, M., von Hippel, T., Mukadam, A. S., Sullivan, D. J. 2005, *ApJ*, 634, 1311
- [155] Kimeswenger, S. 2002, *ApSS*, 279, 79
- [156] Kippenhahn, R. and Weigert, A., 1990, Springer-Verlag, Berlin , *Stellar Structure and Evolution*
- [157] Kippenhahn, R., Weigert, A. y Hofmeister, E., 1967, *Methods of Computational Physics 7*, Interscience, New York
- [158] Kitsikis, A. y Weiss, A. 2007, *ASP Conference Series*, 378, 99
- [159] Kitsikis, A. 2008, PhD Thesis, Ludwig-Maximilians-Universität München
- [160] Koester, D, Chanmugam 1990, *Rep. Prog. Phys.*, 53, 837
- [161] Koesterke, L. 2001, *Ap&SS*, 275, 41
- [162] Koesterke, L., y Werner, K. 1998, *ApJ*, 500, L55
- [163] Koesterke, L., Dreizler, S., y Rauch, T. 1998, *A&A*, 330, 1041
- [164] Lee, U., y Bradley, P. A. 1993, *ApJ*, 418, 855
- [165] Langer, N., El Eid, M. F. y Fricke, K. J. 1985, *A&A*, 145, 179
- [166] Langer, N., Heger, A., Wellstein, S., y Herwig, H., 1999, *A&A*, 346, L37
- [167] Lanz, T., Brown, T., Sweigart, A., Hubeny, I., Landsman, W. 2004, *ApJ*, 602, 342
- [168] Lawlor T. M., MacDonald J., 2002, *ApSS*, 279, 123
- [169] Lawlor, T. M. y MacDonald, J. 2003, *ApJ*, 583, 913
- [170] Lawlor, T. M. y Mac Donald, J. 2006, *MNRAS*, 371, 263
- [171] Lemke, M., Heber, U., Napiwotzki, R., Dreizler, S. y Engels, D. 1997, *Third Conference on Faint Blue Stars*, L. Davis Press, 375
- [172] Lechner, M. y Kimeswenger, S. 2004, *A&A*, 426, 145
- [173] Lisker, T., Heber, U., Napiwotzki, R., Christlieb, N, Han, Z., Homeier, D. y Reimers, D. 2005, *A&A*, 430, 223
- [174] Ludendorff H., 1906 *Astr. Nach.* 173, 3
- [175] Ludendorff H., 1908 *Publ. Astr. Obs. Postdam*, 57, 1
- [176] Lundmark, K. 1921, *PASP*, 33, 314
- [177] Magni G. y Mazzitelli, I. 1979, 72, 134

- [178] McGraw, J. T., Starrfield, S. G., Angel, J. R. P., Carleton, N. P. 1979, "The MMT and the future of ground based astronomy", Ed. Trevor C. Weekes, SAO special report #385, 1979, 125
- [179] McGraw, J. T., Starrfield, S. G., Liebert, J., Green, R. F. 1979, in: White dwarfs and variable degenerate stars. (Rochester, NY) 377
- [180] Michaud, G., Bergeron, P., Heber, U. y Wesemael, F. 1989, ApJ 338, 417
- [181] Miksa, S., Deetjen, J. L., Dreizler, S., Kruk, J. W., Rauch, T., y Werner, K. 2002, A&A, 389, 953
- [182] Miller Bertolami, M. M. 2004, Práctica de la Especialidad, Biblioteca de la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas
- [183] Miller Bertolami, M. M., Althaus, L. G., Serenelli, A. M., & Panei, J. A. 2006, A&A, 449, 313
- [184] Miller Bertolami, M. M. y Althaus, L. G. 2006, A&A, 454, 845
- [185] Miller Bertolami, M. M., y Althaus, L. G. 2007a, MNRAS, 380, 763
- [186] Miller Bertolami, M. M., y Althaus, L. G. 2007b, A&A, 470, 675
- [187] Miller Bertolami, M. M., y Althaus, L. G., 2008, ASP Conf. Ser., 391, 203
- [188] Miller Bertolami, M. M., Althaus, L. G., Unglaub, K. y Weiss, A. 2008, A&A, 491, 253 A&A, 454, 845
- [189] Moehler, S., Sweigart, A., Landsman, W. and Dreizler, S. 2002, A&A, 395, 37
- [190] Moehler, S., Sweigart, A., Landsman, W., Hammer, N., and Dreizler, S. 2004, A&A, 415, 313
- [191] Moehler, S., Dreizler, S., Lanz, T., Bono, G., Sweigart, A., Calamida, A., Monelli, M., and Nonino, M. 2007, A&A, 475, L5
- [192] Moehler, S., Bono, G. 2008, arXiv: 0806.4456v1
- [193] Monachessi, A. 2003, Tesis de Licenciatura, Biblioteca de la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas
- [194] Montgomery, M. H., Metcalfe, T. S., y Winget, D. E. 2003, MNRAS, 344, 657
- [195] Motch, C., Werner, K., y Pakull, M. W. 1993, A&A, 268, 561
- [196] Nagel, T., y Werner, K. 2004, A&A, 426, L45
- [197] Nagel, T., Schuh, S. Kusterer, D.-J. et al. 2006, A&A, 448, L25
- [198] Nather, R. E., Winget, D. E., Clemens, J. C., Hansen, C. J., y Hine, B. P. 1990, ApJ, 361, 309
- [199] Nakano, S., Sakurai, Y., Hazen, M., McNaught, R. H., Benetti, S., Duerbeck, H. W., Cappellaro, E., Leibundgut, B. 1996, IAU Circ., 6322, 1
- [200] Norris, J. E. 2004, ApJ, 612, L25
- [201] O'Brien, M. S. 2000, ApJ, 532, 1078
- [202] O'Brien, M. S., Kawaler, S. D. 2000, ApJ, 539, 372
- [203] O'Brien, M. S., Clemens, J. C., Kawaler, S. D., y Dehner, B. T. 1996, ApJ, 467, 397
- [204] O'Brien, M. S., et al. 1998, ApJ, 495, 458
- [205] Paczynski, B. 1970, Acta Astronomica, 20, 47
- [206] Pauldrach, A., Puls, J., Kudritzki, R. P., Mendez, R. H., y Heap, S. R. 1988, A&A, 207, 123
- [207] Piggot, E. 1797, Phil. Trans. Roy. Soc. Lon. 87, 133

- [208] Pollaco, D. 1999, MNRAS, 304, 127
- [209] Quirion P. O., Fontaine G., y Brassard, P. 2004, ApJ, 610, 436
- [210] Quirion, P.-O., Fontaine, G., y Brassard, P. 2007, ApJS, 171, 219
- [211] Raffelt, G. 1996, "Stars as Laboratories for Fundamental Physics", Univ. of Chicago Press
- [212] Rauch, T., y Werner, K. 1997, in The Third Conference on Faint Blue Stars, ed. A. G. D. Philip, J. Liebert, y R. A. Saffer (L. Davis Press, Schenectady, NY), 217
- [213] Rauch, T., Dreizler, S., y Wolff, B. 1998, A&A, 338, 651
- [214] Rauch, T., Reiff, E., Werner, K., et al. 2004, astro-ph/0410698
- [215] Rauch, T., Köppen, J., y Werner, K. 1994, A&A, 286, 543
- [216] Rauch, T., Reiff, E., Werner, K., Herwig, F., Koesterke, L., & Kruk, J. W. 2006, ASP, 348, 194
- [217] Reed, M. D., Kawaler, S. D., O'Brien, M. S. 2000, ApJ, 545, 429
- [218] Renzini, A. 1979, Stars and Star Systems, Bengt Westerlund (ed.), 155
- [219] Rogers, F. J. y Iglesias, C. A. Science, 263, 50
- [220] Romero, A. 2007, Tesis de Licenciatura, Universidad de Buenos Aires
- [221] Rufus, W. C. 1915, Pub. Michigan Obs. 2, 103
- [222] Saio, H. 1996, ASP Conf. Ser. 96: Hydrogen Deficient Stars, 96, 361
- [223] Saio, H. y Jeffery, S. 2000, MNRAS, 313, 671
- [224] Saio, H. y Jeffery, C. S. 2002, MNRAS, 333, 121
- [225] Salaris, M., Serenelli, A., Weiss, A. y Miller Bertolami, M. M. 2009, ApJ, 692, 1013
- [226] Schlattl, H., Cassisi, S., Salaris, M. y Weiss, A. 2001, ApJ, 559, 1082
- [227] Schönberner, D. 1979, A&A, 79, 108
- [228] Schönberner, D. 1983, ApJ, 272, 708
- [229] Schönberner, D. y Böcker, T. 1992, Lecture Notes in Physics (Berlin: Springer-Verlag), 401, 305
- [230] Schönberner, D. 2008, ASP Conf. Ser.
- [231] Schuh, S., Beeck, B., y Nagel, T. 2009, J. Phys. Conf. Ser. 172, 012065
- [232] Schröder, K.-P. y Cuntz, M. 2005, ApJ, 630, L73
- [233] Serenelli, A. 2003, Tesis Doctoral, Biblioteca de la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas
- [234] Serenelli, A., Fukugita, M. 2007, ApJS, 172, 649
- [235] Sikivie, P. 1996, Physics Today, 12, 22
- [236] Silvotti, R., Dreizler, S., Handler, G., y Jiang, X. J. 1999, A&A, 342, 745
- [237] Stancliffe, R., Tout, C., Pols, O. 2004, MNRAS, 352, 984
- [238] Stanghellini, L., Cox, A. N., y Starrfield, S. 1991, ApJ, 383, 766
- [239] Starrfield, S., Cox, A. N., Hodson, S. W., y Pesnell, W. D. 1983, ApJ, 268, L27
- [240] Starrfield, S., Cox, A. N., Kidman, R. B., y Pesnell, W. D. 1984, ApJ, 281, 800



- [241] Starrfield, S., Cox, A. N., Kidman, R. B., y Pesnell, W. D. 1985, *ApJ*, 293, L23
- [242] Straniero, O., Domínguez, I., Imbriani, G., y Piersanti, L. 2003, *ApJ*, 583, 878
- [243] Ströer, A., Heber, U., Lisker, T., Napiwotzki, R. and Dreizler, S. 2005, *ASP Conference Series*, 334, 309
- [244] Stroerer, A., Heber, U., Lisker, T., Napiwotzki, R., Dreizler, S., Christlieb, N., Reimers, D. 2007, *A&A*, 462, 269
- [245] Struve, O. y Sherman F. 1940, *ApJ*, 91, 428
- [246] Sugimoto, D. 1970, *ApJ*, 159, 619
- [247] Sweigart, A. 1997, *Third Conference on Faint Blue Stars*, 3
- [248] Tassoul, M., Fontaine, G., y Winget, D. E. 1990, *ApJS*, 72, 335
- [249] Tyne, V. H., Evans, A., Geballe, T. R., Eyres, S. P. S., Smalley B., y Duerbeck H. W., 2002, *MNRAS*, 334, 875
- [250] Unglaub, K. 2005, *ASP Conference Series*, 334, 2005
- [251] Unglaub, K. 2008, *A&A*, 486, 923
- [252] Unglaub, K. y Bues, I. 1998, *A&A*, 338, 75
- [253] Unglaub, K. y Bues, I. 2000, *A&A*, 359, 1042
- [254] Unglaub, K. y Bues, I. 2001, *A&A*, 374, 570
- [255] van Hoof, P. A. M., Hajduk, M., Zijlstra, Albert A., Herwig, F., Evans, A., van de Steene, G. C., Kimeswenger, S., Kerber, F., Eyres, S. P. S. 2007, *MNRAS*, 471, L9
- [256] Vauclair, G., Belmonte, J. A., Pfeiffer, B., et al. 1993, *A&A*, 267, L35
- [257] Vauclair, G., Pfeiffer, B., Grauer, A., et al. 1995, *A&A*, 299, 707
- [258] Vauclair, G., Moskalik, P., Pfeifer, B., et al. 2002, *A&A*, 381, 122
- [259] Vauclair, G., Solheim, J.-E. y Østensen, R., 2005, *A&A*, 433, 1097
- [260] Vassiliadis, E. y Wood, P. 1993, *ApJ*, 413, 641
- [261] Vink, J. y Cassisi, S. 2002, *A&A*, 392, 553
- [262] Vink, J. S., de Koter, A., y Lamers, H. J. G. L. M. 2001, *A&A*, 369, 574
- [263] Watson, T. K. 1992, *IAU Circ.* 5603
- [264] Webbink, R. 1984, *ApJ*, 277, 355
- [265] Werner, K., Hammann, W.-R., Heber, U., Napiwotzki, R., Rauch, T., y Wessolowski, U. 1992, *A&A*, 259, L69
- [266] Werner, K., 2001, *APSS*, 275, 27
- [267] Werner, K.,& Herwig, F. 2006, *PASP*, 118, 183
- [268] Werner, K., Heber, U., Hunger, K. 1991, *A&A*, 244, 437
- [269] Werner, K., Dreizler, S., Heber, U., et al. 1996, *A&A*, 307, 860
- [270] Werner, K., Dreizler, S., Heber, U., Rauch, T. 1998, *ASP Conference Series*, 135, 130

- [271] Werner, K., Deetjen, J.L., Dreizler, S., Nagel, T., Rauch, T., y Schuh, S.L. 2003, in *Stellar Atmosphere Modeling*, ed. I. Hubeny, D. Mihalas, y K. Werner, ASP Conf. Ser., 288, 31
- [272] Werner, K., Rauch, T., Barstow, M. A., Kruk, J. W. 2004, *A&A*, 421, 1169
- [273] Wesemael, F., Green, R. F., Liebert, J. 1985, *ApJS*, 58, 379
- [274] Winget, D. E., Nather, R. E., Clemens, J. C., et al. 1991, *ApJ*, 378, 326
- [275] Wood, P. R., y Faulkner, D. J. 1986, *ApJ*, 307, 659
- [276] Woodward, C., Lawrence, G., Gehrz, R., Jones, T., Kobulnicky, A., Cole, J., Hodge, T., Thomson, H. 1993, *ApJL*, 408, 37
- [277] Woodward, P., Herwig, F., Porter, D., Fuchs, T., Nowatzki, A., Pignatari, M. 2008, *AIPC*, 990, 300
- [278] Yi, S. y Yoon, S. 2004, *ApSS*, 291, 205
- [279] Yoon, S.-C., Langer, N., van der Sluys, M. 2004, *A&A*, 425, 207
- [280] Zhang, E.-H., Robinson, E. L., y Nather, R. E. 1986, *ApJ*, 305, 740