Procesos de Mezcla en Estrellas de Masa Intermedia

Práctica de la especialidad de Marcelo Miguel Miller Bertolami

Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas Universidad Nacional de La Plata

Director: Dr. Leandro G. Althaus

La Plata, Marzo de 2004

Contenidos

1	\mathbf{Intr}	roducción	1
	1.1	Objetivo	1
	1.2	Motivación	2
2	Cód	ligo de Evolución Estelar y Física Considerada	4
	2.1	Ecuaciones de la Evolución Estelar	4
	2.2	Detalles Numéricos del Código de Evolución	8
	2.3	Física Constitutiva	14
	2.4	Detalle de los cálculos realizados y de algunos procesos físicos involuc rados $\ .$	15
3	\mathbf{Res}	ultados Obtenidos	18
			TO
	3.1	Mezcla Difusiva contra Mezcla Instantánea	18
	$3.1 \\ 3.2$	Mezcla Difusiva contra Mezcla Instantánea	18 18 20
	$\begin{array}{c} 3.1\\ 3.2 \end{array}$	Mezcla Difusiva contra Mezcla Instantánea	18 20 20
	$\begin{array}{c} 3.1\\ 3.2 \end{array}$	Mezcla Difusiva contra Mezcla Instantánea	18 20 20 21
	3.1 3.2	Mezcla Difusiva contra Mezcla Instantánea	18 20 20 21 23
	3.1 3.2	Mezcla Difusiva contra Mezcla InstantáneaModelos con y sin overshooting3.2.1Evolución durante la Secuencia principal3.2.2Primer Dredge up3.2.3Quema central del Helio y evolución durante la AGB Temprana3.2.4Pulsos Térmicos	18 20 20 21 23 26

Capítulo 1

Introducción

Tus indagaciones o preguntas no repruebo, porque el cielo es libro de Dios abierto a tus ojos, en el cual puedes leer sus maravillosas obras y aprender sus estaciones y sus cambios, o los días, los meses y los años; poco importa, para alcanzar este objeto, que el cielo o la tierra se muevan, mientras exacto seas en tus cálculos. El Supremo artífice ha obrado sabiamente en ocultar el resto al hombre o al ángel y no divulgar sus secretos a los que, mas bien que entrar en su examen, deben admirarlos. Pero si quieren aventurarse en conjeturas, el Criador ha dejado el edificio de los cielos libre a sus disputas, a fin quizás de excitar su risa, cuando con vanas y sutiles teorías, en los tiempos venideros, los cielos llegarán a modelar y el cálculo harán de las estrellas. Cuántos cambios harán en la poderosa fábrica! Cuántos edificios levantarán que volverán a derribar! Cuántos planes formarán para salvar apariencias! Como ceñirán la esfera de círculos concéntricos y excéntricos, de ciclos y epiciclos, orbes en orbes mal trazados!... El Paraiso Perdido, Libro VIII

(John Milton 1667)

1.1 Objetivo

El objeto de esta práctica es el estudio de la estructura química interna de estrellas de masa intermedia y de cómo ésta es afectada por las incertezas que existen en los fenómenos de mezcla que ocurren en su interior a lo largo de su evolución. Por estrellas de masa intermedia entendemos (siguiendo a Iben and Renzini (1983)) a aquellas que encienden el núcleo de He de manera no degenerada y que desarrollan, luego de la quema central de He, un núcleo de C y O. Ésto impone límites para la masa de estas estrellas, los cuales son aproximadamente: $2, 5M_{\odot} < M < 7, 5M_{\odot}$. Para ésto se estudió la evolución de una serie de masas entre 2,7 y $6,5 M_{\odot}$ desde la Secuencia Principal de Edad Cero (en adelante ZAMS) hasta la etapa de las inestabilidades térmicas que ocurren en la capa de quema de He al final de la Rama Asintótica de las Gigantes (de aquí en adelante AGB). En esta práctica se dará especial atención al tratamiento de los procesos responsables de los cambios químicos durante toda la evolución de la estrella. En particular haremos incapié en los procesos extra de mezcla como es el caso del sobreextendido de la región convectiva por encima (y por debajo) de lo indicado por el criterio de Schwarzschild (fenómemo conocido en la literatura como overshooting) o la semiconvección. El cambio de composición química se realiza sobre la base de un esquema de mezcla no instantánea.

Ésto es un gran avance respecto de la hipótesis de mezcla instantánea usada normalmente en evolución estelar. La utilización de un esquema de mezcla no instantánea permite un estudio realista de la evolución química, especialmente en las etapas donde las escalas de tiempo de algunas reacciones nucleares son comparables con la escala de tiempo en la que tienen lugar los procesos de mezcla. De manera, que en este trabajo, la atención está centrada en las diferencias que surgen en la composición química de la estrella y de la estructura química de su núcleo como consecuencia de diferentes tratamientos de los procesos de mezcla.

1.2 Motivación

Ademas del interés propio de las estrellas de masa intermedia para la comprensión de la evolución estelar, la importancia del estudio de la estructura química de estos objetos es múltiple. Baste por ahora mencionar que estas estrellas son las mas abundantes y que su destino final, el de enanas blancas de C-O, es de especial interés para la astronomía moderna. Así, por ejemplo, el estudio de la estructura química de estos objetos es relevante para el entendimiento de las edades de cúmulos globulares, la formación de la Galaxia e incluso la generación de elementos pesados en los llamados procesos lentos de captura de neutrones.

En los últimos años, el interés en el estudio de las enanas blancas ha crecido gracias al mejoramiento en la calidad de las observaciones. Ésto ha permitido utilizar a estas estrellas como laboratorios para testear diversas teorías de manera totalmente independiente; entre estos usos podemos mencionar:

- La utilización de enanas blancas, mediante modelos de enfriamiento como cronómetros independientes para determinar edades del disco y del halo de la galaxia como así también de cúmulos globulares. (von Hippel and Gilmore (2000)),Hansen and Liebert (2003))
- Los intentos de determinar la tasa de la reacción ${}^{12}C(\alpha, \gamma){}^{16}O$ mediante la utilización del espectro de pulsaciones de las Enanas Blancas (técnica conocida como Astrosismología) (Metcalfe et al. (2002), Fontaine and Brassard (2002))
- O las posibilidades que la astrosismología promete aportar para el entendimiento de la física de partículas o de la evolución estelar misma.

Tanto las propiedades pulsacionales que aprovecha la astrosismología, como las propiedades térmicas relacionadas con los tiempos de enfriamiento de las enanas blancas dependen crucialmente de la estructura química del objeto y, en consecuencia, de los procesos de mezcla que ocurren en las estrellas progenitoras a lo largo de su evolución (ver por ejemplo Fontaine and Brassard (2002), Althaus et al. (2003), Metcalfe et al. (2002) para el primer tema y Salaris et al. (1997) para el segundo).

Es bien conocido sobre bases tanto teóricas como observacionales que deben existir procesos adicionales de mezcla mas allá de lo predicho por la aplicación directa del criterio de estabilidad de Schwarzschild . Estos procesos, particularmente el overshooting, tienen efectos significativos sobre la estructura y la evolución estelar. En efecto, simulaciones hidrodinámicas de Freytag et al. (1996) y de Canuto (1992) demuestran, convincentemente, la ocurrencia de overshooting; ésto es, de una ampliación de la región de convección formalmente predicha por el criterio de Schwarzschild en la cual ocurre una mezcla parcial. Evidencia observacional sobre la ocurrencia de overshooting en estrellas de masa intermedia lo constituyen el ancho de la secuencia principal, las elevadas abundancias de oxígeno en estrellas post-AGB deficientes en H (por ejemplo en pre-enanas blancas PG1159) (Herwig et al. (1999)) y la existencia de estrellas de carbono poco masivas estudiadas por Herwig (2000). También dentro de este último rubro puede mencionarse las determinaciones de edades de cúmulos globulares realizados por von Hippel and Gilmore (2000) mediante dos métodos independientes, las cuales indican la necesidad de la ocurrencia de overshooting para explicar las edades obtenidas mediante el ajuste de isocronas.

Además de la importancia de los procesos de mezcla para la composición del núcleo de C-O de las enanas blancas, hay otros fenómenos que se ven afectados por las incertezas en los procesos de mezcla, al nivel de afectar incluso la existencia misma de éstos fenómenos. Entre ellos podemos citar, especialmente, los siguientes:

- La posibilidad de contaminación de la superficie de la estrella con elementos generados en la quema del He dentro de la estrella o la quema de elementos de la superficie de la estrella en el fondo de la envoltura convectiva que ocurre durante el fin de la AGB. Estos procesos son conocidos como 3^{er} dredge-up y hot bottom burning respectivamente (ver Blöcker et al. (2000) y Herwig (2000))
- La nucleosíntesis de elementos pesados mediante procesos lentos de captura de neutrones los cuales, se supone, ocurren en situaciones muy similares a las que podrían darse al final de la AGB, donde existen mecanismos propuestos mediante los cuales podrían generarse neutrones al ritmo requerido para la formación de elementos pesados (ver por ejemplo Lugaro et al. (2003))

Todos estos fenómenos estan intimante ligados con la extensión de las zonas convectivas y, en consecuencia, con el tratamiento que se hace de la convección. Los efectos mencionados no son los únicos; existen otros mas evidentes como, por ejemplo, la prolongación de la vida de la estrella causada por el overshooting al ampliar su núcleo convectivo y así aumentar la cantidad de combustible disponible en esa etapa.

El propósito de esta práctica es, entonces, calcular secuencias evolutivas considerando diferentes tratamientos para los procesos de mezcla que ocurren en los interiores estelares. Ésto nos permitirá analizar la dependencia, respecto de estos tratamientos, de características tales como tamaño y abundancia de oxígeno del núcleo dejado por la quema de helio, el perfil químico de este núcleo (que como ya vimos posee gran importancia en la astrosismología) o estudiar la generación de abundancias superficiales del tipo de las observadas en estrellas de carbono.

Capítulo 2

Código de Evolución Estelar y Física Considerada

En este capítulo se presentan las ecuaciones de la evolución estelar y se explica de manera resumida el tratamiento numérico mediante el cual fueron resueltas, haciendo especial énfasis en las ecuaciones que gobiernan el cambio químico de las capas de la estrella. Se hace, además, una descripción de los ingredientes físicos considerados en el código utilizado para la realización de esta práctica y, por último, se da cuenta de los cálculos realizados.

2.1 Ecuaciones de la Evolución Estelar

Los cálculos realizados en este trabajo están todos basados en la hipótesis de simetría esférica, la cual, a la luz a los éxitos que ha tenido en el estudio de la evolucion estelar, puede considerarse una muy buena aproximación a dicho problema. La imposición de dicha hipótesis introduce una gran simplificación de las ecuaciones matemáticas que rigen este problema. Éstas ecuaciones, escritas en la formulación lagrangiana (con m y t como variables independientes) resultan:

$$\frac{\partial r}{\partial m} = \frac{1}{4\pi r^2 \rho} \tag{2.1}$$

$$\frac{\partial P}{\partial m} = -\frac{Gm}{4\pi r^4} - \frac{1}{4\pi r^2} \frac{\partial^2 r}{\partial t^2}$$
(2.2)

$$\frac{\partial l}{\partial m} = \epsilon_{nuc} - \epsilon_{\nu} - c_P \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\delta}{\rho} \frac{\partial P}{\partial t}$$
(2.3)

$$\frac{\partial T}{\partial m} = -\frac{GmT}{4\pi r^4 P} \nabla \tag{2.4}$$

donde las otras cantidades que allí aparecen son: el tiempo t, la distancia radial al centro de la estrella r(m, t), la luminosidad l(m, t) (definida como el flujo total de energía a través de una capa esférica menos el flujo de energía debida a los neutrinos), la temperatura T(m, t), la presión P(m, t) y las cantidades que se obtienen de éstas: la densidad de masa ρ , ϵ_{nuc} la liberación de energía nuclear por unidad de masa y de tiempo, ϵ_{ν} la pérdida de energía por emisión de neutrinos por unidad de masa y de tiempo, c_P el calor específico a presión constante por unidad de masa, $\delta = \left(\frac{\partial ln\rho}{\partial lnT}\right)_P$, y $\nabla = \left(\frac{\partial lnT}{\partial lnP}\right)$ el gradiente adimensional de temperatura. Además G es la constante de gravitación universal, c la velocidad de la luz en el vacío y a la constante de densidad de radiación. Vale la pena observar que todas las cantidades que hemos mencionado son funciones de T, P, r y de la composición química de la estrella, la cual está descripta por las abundancias en masa X_i , que supondremos conocida por el momento, y cuya descripción se hará mas adelante.

De estas cuatro ecuaciones, la primera corresponde a la definición de m, las dos siguientes representan leyes físicas bien conocidas, a saber: la ecuación de Euler en simetría esférica (y escrita en funcion de la variables masa m y t como variables independientes) y la conservación de la energía. La cuarta, por otra parte, está relacionada con el transporte de la energía ya que éste determina el valor de ∇ . Cuando el transporte es por radiación, ∇ debe ser reemplazado por el gradiente radiativo:

$$\nabla_{rad} = \frac{3}{16\pi acG} \frac{\kappa l P}{mT^4},\tag{2.5}$$

donde κ es la opacidad radiativa y/o conductiva. Cuando el transporte de la energía es por medio de fenómenos de convección, el valor de ∇ (su expresión funcional) depende de la teoría de convección utilizada. En esta cantidad reside una gran fuente de incerteza que está relacionada con los temas desarrollados en esta práctica, ya que si bien es cierto que en las regiones más internas de la estrella, debido a la alta densidad, la convección es muy eficiente y ∇ coincide con el valor adiabático ∇_{ad} (que es conocido), en las regiones más externas de la estrella (como, por ejemplo, en la envoltura de las estrellas que están realizando los pulsos térmicos en la AGB) ésto no es cierto, ya que hay un grado apreciable de superadiabaticidad, pues los elementos de masa pierden cantidades apreciables de calor en su trayectoria. En estos casos debe recurrirse a alguna teoría de convección para obtener ∇ , y es aquí donde nos encontramos con una situación no resuelta aún satisfactoriamente en la astrofísica teórica. Vale la pena mencionar que la incerteza no solo reside en la expresión de nabla sino también en el criterio para determinar qué regiones se encuentran en uno u otro régimen de transporte de energía.

A continuación, describimos las condiciones de borde bajo las cuales debe resolverse este conjunto de ecuaciones.

Condiciones de Borde Centrales: Dado que la densidad debe poseer en el centro de la estrella un valor finito, entonces este punto corresponde al valor $r_{(m=0)} = 0$. De igual forma, como las fuentes de luminosidad en el centro de la estrella deben ser finitas, el flujo neto de energía debe ser cero l = 0, de manera que allí deben satisfacerse m = 0, l = 0, r = 0. Como las ecuaciones para la estructura estelar poseen divergencias en dicho punto, conviene utilizar allí un desarrollo de potencias. Este desarrollo nos lleva a expresiones: (ver por ejemplo Kippenhahn and Weigert (1990))

$$r = \left(\frac{3}{4\pi\rho_c}\right)^{\frac{1}{3}} m^{\frac{1}{3}} \tag{2.6}$$

$$l = (\epsilon_{nuc} - \epsilon_{\nu} + \epsilon_{grav})_c m \tag{2.7}$$

$$\frac{dP}{dm} = -\frac{G}{4\pi} \left(\frac{4\pi\rho_c}{3}\right)^{\frac{1}{3}} m^{\frac{2}{3}}$$
(2.8)

y por último la ecuación para el gradiente de temperaturas dependerá de si estamos en el caso radiativo o en el caso convectivo (la cual en esta región de la estrella puede tratarse perfectamente en la aproximación adiabática). Las expresiones resultan:

$$T^{4} - T_{c}^{4} = -\frac{1}{2ac} \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{\frac{2}{3}} \kappa_{c} (\epsilon_{nuc} - \epsilon_{\nu} + \epsilon_{grav})_{c} \rho_{c}^{\frac{4}{3}} m^{\frac{4}{2}} \qquad (\text{Caso Radiativo})$$
(2.9)

$$lnT - lnT_c = -\left(\frac{\pi^{\frac{1}{3}}}{6}\right)G\frac{(\nabla_{ad})_c\rho^{\frac{4}{3}}}{P_c}m^{\frac{2}{3}} \qquad (\text{Caso Convectivo})$$
(2.10)

Condiciones de Borde Superficiales: Para obtener las ecuaciones de borde superficiales lo que se hace es imponer que las soluciones del interior se ajusten suavemente con las soluciones del problema en la atmósfera estelar. De manera que nuestro interés reside en conocer el comportamiento de las cantidades termodiámicas en el fondo de la atmósfera. Claramente allí se tiene: $M_{at} \sim M$, $r_{at} \sim R$, $l_{at} \sim L$. Falta, entonces, obtener los valores de P y T. La resolución de este problema puede realizarse (a fin de obtener condiciones de borde apropiadas para el interior estelar) mediante la aproximación de atmósfera gris de Eddington; en ella:

$$T^{4} = \frac{3}{4} \left(\frac{L}{4\pi\sigma R^{2}}\right) \left(\tau + \frac{2}{3}\right)$$
(2.11)

y la estratificación de la presión esta dada por:

$$\frac{dr}{dP} = \kappa R^2 / GM \tag{2.12}$$

con $P = P_{rad}$ en el borde externo de la atmósfera (i.e. $\tau = 0$)

Como el borde de la estrella corresponde a $T = T_{ef}$ entonces en esta aproximación el borde queda caracterizado por $\tau = \frac{2}{3}$. Luego integrando la expresión de P desde $\tau = 0$ a $\tau = \frac{2}{3}$ con L,M y R constantes se llega a expresiones $T = T_{ef}(L,R)$ y P = P(R,L) para el fondo de la atmósfera. Ocurre que, por razones relacionadas con el hecho de que en el fondo de la atmósfera la situación no es todavía aquella característica de los interiores estelares, es preferible realizar el ajuste de la solución interior con la exterior no en el fondo de la atmósfera sino más adentro, por ejemplo (como se aconseja en Kippenhahn et al. (1967)) en 0,97M. Denominaremos con m_f a la ubicacion en masa donde se realiza este ajuste. Para obtener, entonces, las condiciones que deben cumplir las cantidades termodinámicas en dicho punto lo que se hace es integrar las ecuaciones del interior estelar aprovechando que en esta región $L \sim cte$. Ésto nos permite tratar solo con un sistema de ecuaciones ordinarias, el cual puede ser fácilmente resuelto (por ejemplo mediante un método de Runge-Kutta-Felberg). La integración de estas ecuaciones en función de los parámetros T_{ef} y L (siempre pensando que la composición química ($X_i(m)$ es conocida) define los valores de las cantidades termodinámicas en el punto m_f . Estas relaciones pueden escribirse, esquemáticamente, como:

$$0 = B_1(L_f, P_f, T_f) (2.13)$$

$$0 = B_2(r_f, P_f, T_f) (2.14)$$

Lamentablemente las expresiones de B_1 y B_2 no pueden ser obtenidas analíticamente. Y, si bien podrían calcularse numéricamente para cada par de valores R y L (que son los parámetros libres con los que describimos la solución de la atmósfera), lo que se hace es aproximarlas linealmente en una región de R y L consistente con el valor final del modelo.

Composición química: Un punto importante en los análisis realizados en esta práctica está en los cambios químicos que se producen en el interior de la estrella.

A grandes rasgos, los cambios en la composición química de las capas de la estrella se deben a dos motivos: por un lado, la ocurrencia de reacciones nucleares, las cuales convierten unos elementos en otros dentro de la misma capa y, por otro lado, se tienen los fenómenos de mezcla, los cuales producen un acoplamiento entre los cambios químicos de las diferentes capas. Es decir, si denominamos con n_i al número de partículas de una especie nuclear i, el cambio de n_i en dicha capa puede escribirse:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = \left(\frac{\partial n_i}{\partial t}\right)_{nuclear} + \left(\frac{\partial n_i}{\partial t}\right)_{mezcla}, \qquad i = 1, \dots, I \qquad (2.15)$$

(I es el número de especies químicas)

Vemos que en cada capa se tienen I ecuaciones diferenciales acopladas, las cuales a su vez están acopladas con las ecuaciones de las capas vecinas por el término de mezcla. Los cambios debidos a la mezcla se deben a diferentes procesos que ocurren en la estrella; como son: la convección —donde entra en juego la consideración o no del overshooting mecánico—, las inestabilidades vibracionales que surgen al satisfacerse el criterio de Ledoux y no satisfacerse el criterio de Schwarzschild (fenomeno usualmente denominado semiconvección), el overshooting inducido (tambien denominado semiconvección, aunque corresponde a un proceso muy diferente del anterior), la difusión microscópica y la inestabilidad de Rayleigh-Taylor (fenómenos de saltfinger) (ver Kippenhahn and Weigert (1990) y Castellani et al. (1985) para una descripción de estos procesos).

Analicemos el primero de los términos de la ecuación de cambio químico. Cada especie nuclear puede ser creada y destruída por una serie de reacciones nucleares con otras especies presentes en la capa considerada. Si anotamos con $\langle v\sigma \rangle_{ij}$ a la tasa de reacciones nucleares por par de partículas entre las especies i y j y anotemos por $\langle v\sigma \rangle_{km}$ a la tasa de reacciones entre las especies k y m que producen partículas i, entonces tenemos que el término de las variaciones debidas a reacciones nucleares puede escribirse:

$$\left(\frac{\partial n_i}{\partial t}\right)_{nuc} = -\sum_j \langle v\sigma \rangle_{ij} n_i n_j + \sum_{k,m} \langle v\sigma \rangle_{km} n_k n_m$$
(2.16)

El segundo término que aparece en la ecuación 2.15 corresponde a los cambios químicos que pueden ocurrir en la capa analizada debido a alguno de los fenómenos de mezcla mencionados más arriba (convección, etc). Todos los fenómenos de mezcla pueden modelarse como procesos de difusión de la composición química, lo que dentro de la hipótesis de simetría esférica implica proponer para cada proceso de mezcla, una ecuación:

$$\left(\frac{\partial n_i}{\partial t}\right)_{mezcla_l} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 D_{mezcla_l} \frac{\partial n_i}{\partial r}\right)$$
(2.17)

donde D_{mezcla_l} representa el coeficiente de difusión apropiado para describir el proceso de mezcla "l". Ahora, si más de un proceso de mezcla está actuando en simultáneo en la misma capa, gracias a la linealidad de las ecuaciones, es posible definir un único valor efectivo D_{total} como sigue:

$$\sum_{m} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 D_{mezcla_m} \frac{\partial n_i}{\partial r} \right) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \underbrace{\sum_{m} (D_{mezcla_m})}_{D_{total}} \frac{\partial n_i}{\partial r} \right)$$
(2.18)

Este tratamiento es mucho más realista que la suposición de mezcla instantánea y permite la determinación de perfiles químicos consistentes que dan lugar a un correcto análisis de las propiedades observadas de diversos tipos de estrellas. El tratamiento numérico que se hace de la composición química será descripto en la próxima sección.

2.2 Detalles Numéricos del Código de Evolución

El código de evolución estelar mediante el cual se obtuvieron los modelos analizados en esta práctica es el LPCODE, el cual ha sido desarrollado integramente en la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas de La Plata. Este código en su forma actual ha sido empleado por Althaus et al. (2003) para calcular modelos detallados de enanas blancas, a fin de utilizarlos para el estudio de las propiedades pulsacionales de estas estrellas.

Dicho código, a grandes rasgos, está basado en el método descripto por Kippenhahn et al. (1967), el cual se basa, para integrar las ecuaciones del interior, en un esquema de tipo Henyey, totalmente implícito, lo que da una mayor estabilidad numérica. De igual forma, las variables utilizadas por el LPCODE no son las mencionadas en la descripción de las ecuaciones de estructura, sino otras que permiten una mayor estabilidad. Los cambios de variables implementados en el LPCODE son:

$$\xi = \ln\left(1 - m_r/M_*\right) \tag{2.19}$$

$$\theta = \ln T/T_o \qquad T_o \equiv 10^{\circ} K \tag{2.20}$$

$$p = \ln P/P_o$$
 $P_o \equiv 10^{15} din cm^{-2}$ (2.21)

$$x = \ln r / r_o$$
 $r_o \equiv 10^{10} \ cm$ (2.22)

$$\lambda = l/\Delta L_o \qquad \qquad L_o \equiv 10^{33} \ erg \ s^{-1}. \tag{2.23}$$

de manera que la variable independiente utilizada en el código no es ya m sino ξ y las variables dependientes son los logaritmos de las cantidades fisicas relevantes, salvo en el caso de la luminosidad en la cual el tamaño de λ es controlado mediante la cantidad Δ , la cual se reajusta automaticamente para mantener a λ por debajo de 10. Esta diferencia en el trato de la luminosidad reside en que debe permitirse a dicha cantidad tomar valores negativos, pues el gradiente de temperatura puede ser negativo y, por lo tanto, puede aparecer un flujo neto de energía hacia el interior de la estrella. Esta situación suele ocurrir en los interiores estelares, tanto debido al enfriamiento por neutrinos como cuando suceden combustiones violentas en algunas capas de la estrella (como aquellas que dan lugar a los pulsos térmicos del final de la AGB).

Descripción del Metodo de Diferencias Finitas: Las ecuaciones 2.1, 2.2, 2.3, 2.4 se resuelven mediante un esquema de diferencias finitas; la expresión que toman estas ecuaciones en las variables $x, p, \lambda, \theta, \psi$ definidas más arriba es, en las unidades elegidas [CGS]:

$$G_1^j = p_{j+1} - p_j - (\xi_{j+1} - \xi_j) \, 530.98 \, M_\star^2 \, (1 - e^{\xi_{j+1/2}}) \, e^{(\xi - p - 4x)_{j+1/2}} \tag{2.24}$$

$$G_2^j = x_{j+1} - x_j - (\xi_{j+1} - \xi_j) \, 79.57 \, M_\star^2 \, \frac{e^{(\xi - 3x)_{j+1/2}}}{\rho_{j+1/2}}$$
(2.25)

$$G_{3}^{j} = l_{j+1} - l_{j} + (\xi_{j+1} - \xi_{j}) M_{\star} \Delta^{-1} e^{\xi_{j+1/2}} \left((\theta^{j+1/2} - \theta^{(0)j+1/2}) - \nabla_{ad}^{j+1/2} (p^{j+1/2} - p^{(0)j+1/2}) \right) (2.26)$$

$$\Xi = \theta_{j+1} - \theta_{j} - (\xi_{j+1} - \xi_{j}) M_{\star} \kappa_{j+1/2} \Delta l_{j+1/2} e^{(\xi - j+1/2 - 4(x_{j+1/2} + \theta_{j+1/2}))}$$

$$G_{4}^{j} = \bigvee_{conv.}^{rad.} = \theta_{j+1} - \theta_{j} - (\xi_{j+1} - \xi_{j}) M_{\star} \kappa_{j+1/2} \Delta t_{j+1/2} C$$

$$= \theta_{j+1} - \theta_{j} - (\xi_{j+1} - \xi_{j}) M_{\star}^{2} 530, 98 (1 - e^{\xi_{j+1/2}}) e^{(\xi - 4x - p)_{j+1/2}} \nabla_{conv}^{j+1/2}$$

donde j = 1, ..., N - 2.

Observar que estas ecuaciones no valen para la capa N - 1 pues, esta capa, involucra a la capa N donde las ecuaciones de estructura divergen y deben ser tratadas de otra manera . Podemos escribirlas entonces, de manera esquemática, como:

$$G_i^j(l_j, p_j, \theta_j, x_j, l_{j+1}, p_{j+1}, \theta_{j+1}, x_{j+1}) = 0 \qquad i = 1, 2, 3, 4 \ y \ j = 1, 2, ..., N - 2$$
(2.27)

Este sistema se completa con las expresiones en diferencias finitas de las 4 condiciones de borde en el centro que relacionarán las incógnitas de las capas $N \ge N - 1 \ge 2$ condiciones de borde en el punto m_f (que introducen dos relaciones entre las incógnitas de la capa 1). Estas expresiones pueden representarse como:

$$C_i(p_{N-1}, \theta_{N-1}, x_{N-1}, l_{N-1}, p_N, \theta_N) = 0 \qquad i = 1, 2, 3, 4 \text{ (ya que } x_N = 0 \text{ y } l_N = 0) \quad (2.28)$$

$$B_i(l_1, p_1, \theta_1, x_1) = 0 \qquad i = 1, 2 \tag{2.29}$$

Una vez definidas todas las ecuaciones de nuestro sistema, el cual consiste en 4N - 2 ecuaciones con 4N - 2 incógnitas, podemos proceder a encontrar los valores de p, l, θ, r en cada capa de la estrella. Para ello se realiza una aproximación lineal de las expresiones funcionales G_i^j, B_i, C_i alrededor de los valores de las cantidades p^0, l^0, θ^0, r^0 correspondientes al modelo estelar computado en el paso previo; es decir, planteamos:

$$\frac{\partial B_i}{\partial l_1}\delta l_1 + \frac{\partial B_i}{\partial p_1}\delta p_1 + \frac{\partial B_i}{\partial x_1}\delta x_1 + \frac{\partial B_i}{\partial \theta_1}\delta \theta_1 = -B_i \qquad i = 1,2$$
(2.30)

$$\frac{\partial G_i^j}{\partial l_j} \delta l_j + \frac{\partial G_i^j}{\partial p_j} \delta p_j + \frac{\partial G_i^j}{\partial x_j} \delta x_j + \frac{\partial G_i^j}{\partial \theta_j} \delta \theta_j + \frac{\partial G_i^j}{\partial l_{j+1}} \delta l_{j+1}$$
(2.31)

$$+ \frac{\partial G_i^j}{\partial p_{j+1}} \delta p_{j+1} + \frac{\partial G_i^j}{\partial x_{j+1}} \delta x_{j+1} + \frac{\partial G_i^j}{\partial \theta_{j+1}} \delta \theta_{j+1} = -G_i^j \qquad i=1,2,3,4 \text{ y} \quad j=1,2,\dots,N-2$$

$$\frac{\partial C_i}{\partial l_j} \delta l_j + \frac{\partial C_i}{\partial p_j} \delta p_j + \frac{\partial C_i}{\partial x_j} \delta x_j + \frac{\partial C_i}{\partial \theta_j} \delta \theta_j + \frac{\partial C_i}{\partial p_{j+1}} \delta p_{j+1} + \frac{\partial C_i}{\partial \theta_{j+1}} \delta \theta_{j+1} = -C_i \qquad i = 1, 2, 3, 4$$
(2.32)

que es el sistema de ecuaciones lineales que debemos resolver para encontrar las correcciones a las cantidades p, l, θ , r en cada capa de la estrella. Este sistema puede escribirse matricialmente como:

$$H \bullet \begin{bmatrix} \delta l_1 \\ \delta p_1 \\ \delta \alpha_1 \\ \delta \theta_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \delta \theta_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ G_i^j \\ G_i^j \\ \vdots \\ G_i^j \\ G_i^j \\ \vdots \\ G_i^j \\ G_$$

donde, dado que las ecuaciones para cada capa (j) involucran cantidades en esa capa (j) y en la vecina (j + 1), la matriz H posee la siguiente forma por bloques:



Las dos primeras filas corresponden a las expresiones de B_1 y B_2 mientras que las últimas cuatro corresponden a las condiciones de borde en el centro de la estrella C_1 , C_2 , C_3 , C_4 . Esta forma por bloques es explotada a la hora de buscar la solución del sistema.

La resolución del sistema de ecuaciones linealizado procede de manera iterativa corrigiendo en cada iteración i las cantidades obtenidas hasta alcanzar la precisión deseada

$$y_k^{(i)} = y_k^{(i-1)} + \delta y_k^{(i-1)} \tag{2.34}$$

Vale la pena mencionar que en el código utilizado dicho esquema iterativo se aplica sobre las diferencias de las cantidades físicas (luminosidad, presión, radio y temperatura) entre el modelo calculado y el modelo anterior. Ésto es a fin de mejorar la estabilidad del método, ya que permite evitar los errores de redondeo que surgirían de la resta de dos cantidades muy similares (especialmente en la ecuación (2.26)) cuando $\Delta t \rightarrow 0$. De manera que las cantidades iteradas no son θ , p, x, λ , sino u_{θ} , u_p , u_x y u_l definidas como sigue:

$$\theta^{(n+1)} = \theta^{(n)} + \ln(1+u_{\theta})$$
(2.35)

$$p^{(n+1)} = p^{(n)} + \ln(1+u_p)$$
(2.36)
(2.37)

$$x^{(n+1)} = x^{(n)} + \ln(1+u_x)$$
(2.37)

$$l^{(n+1)} = l^{(n)} + u_l (2.38)$$

donde n representa el paso temporal.

Tratamiento de la Ecuación de Cambio Químico: Como ya se ha mencionado, el tratamiento correcto de los cambios químicos es fundamental para los objetivos de esta práctica. Los cambios en la composición química de una región de la estrella se deben, como fue mencionado antes, a dos motivos: las reacciones nucleares y los fenómenos de mezcla. Analicemos el tratamiento numérico del primero de estos procesos.

Las variables utilizadas en el código para describir la composición química son las cantidades:

$$Y_i = \frac{X_i}{A_i} \left(\alpha \; \frac{n^\circ \; de \; particulas}{unidad \; de \; masa} \right) \tag{2.39}$$

donde X_i es la fracción en masa del elemento considerado y A_i es el peso atómico de esa misma especie, introduciendo λ_{ij} como $\lambda_{ij} = \rho/m_p < \sigma v >_{ij}$ los cambios químicos debido a las reacciones nucleares resultan:

$$\left(\frac{\partial Y_i}{\partial t}\right)_{nuclear} = -\sum_j \lambda_{ij} Y_i Y_j + \sum_{k,l} \lambda_{kl} Y_k Y_l \qquad \qquad i = 1, \dots, I$$
(2.40)

esta ecuación en LPCODE es tratada mediante un esquema implícito de diferencias finitas (Método de Arnett y Truran (1969)), es decir, se propone:

$$\frac{Y_i^{(n+1)} - Y_i^{(n)}}{\Delta t} = -\sum_j \lambda_{ij} Y_i^{(n+1)} Y_j^{(n+1)} + \sum_{k,l} \lambda_{kl} Y_k^{(n+1)} Y_l^{(n+1)}$$
(2.41)

donde utilizando $Y_i^{(n+1)} = Y_i^{(n)} + \Delta Y$ y aproximando a primer orden los productos

$$Y_i^{(n+1)}Y_j^{(n+1)} = Y_i^{(n+1)}Y_j^{(n)} + Y_i^{(n)}Y_j^{(n+1)} - Y_i^{(n)}Y_j^{(n)} + \mathcal{O}(\Delta Y^2)$$
(2.42)

se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones algebraicas para los cambios químicos por reacciones nucleares:

$$\frac{Y_i^{(n+1)} - Y_i^{(n)}}{\Delta t} = -\left(\sum_j \lambda_{ij} Y_i^{(n+1)} Y_j^{(n)} + Y_i^{(n)} Y_j^{(n+1)} - Y_i^{(n)} Y_j^{(n)}\right) + \left(\sum_{k,l} \lambda_{kl} Y_k^{(n+1)} Y_l^{(n)} + Y_k^{(n)} Y_l^{(n+1)} - Y_k^{(n)} Y_l^{(n)}\right) + \mathcal{O}(\Delta Y^2), \quad (2.43)$$
para $i = 1, \dots, I$

el cual puede ser escrito de manera compacta utilizando la siguiente notacion vectorial (que nos será útil más adelante):

$$\left(\frac{\vec{Y}^{n+1} - \vec{Y}^n}{\Delta t}\right)_{\text{nuc}} = -\Gamma \vec{Y}^{n+1} + \vec{\Lambda}$$
(2.44)

donde Γ es una matriz de $I \times I$ (con I el número total de especies nucleares consideradas) y Λ un vector columna de dimensión I cuyos elementos involucran a las abundancias $(Y_i^{(n)})$ y las tasas de las reacciones nucleares en el paso previo (i.e. a tiempo t^n) (observar que en todas estas ecuaciones los supraíndices denotan el paso temporal de la integración). Falta analizar el tratamiento de los cambios químicos que se producen por la ocurrencia de procesos de mezcla entre las capas de la estrella. La acción de los procesos de mezcla fueron calculados en esta práctica en dos aproximaciones diferentes. Una es la llamada aproximación de mezcla instantánea. En ésta se supone que la mezcla es muy eficiente en toda la zona convectiva y, en consecuencia, como las escalas de tiempo de los fenómenos de convección son mucho menores que las escalas de tiempo asociadas a la quema nuclear, se supone a la región convectiva como una región químicamente homogénea. En esta aproximación, la composición química de dicha región se calcula haciendo un promedio de las composiciones químicas de todas las capas involucradas. Numéricamente, ésto en el programa se realiza considerando para toda la capa convectiva una colección de tasas efectivas de reacciones nucleares las cuales se calculan como:

$$\lambda_{ij_{ef}} = \frac{1}{M_{ZC}} \int_{M_{ZC}} \lambda_{ij} \, dm \tag{2.45}$$

de modo que los cambios químicos es esas capas se obtienen mediante

$$\frac{\partial Y_i}{\partial t} = -\sum_j \lambda_{ij_{ef}} Y_i Y_j + \sum_{k,l} \lambda_{kl_{ef}} Y_k Y_l \qquad i = 1, \dots, I$$
(2.46)

Sin embargo, bajo ciertas condiciones en que la escala de tiempo evolutivo se ve reducida considerablemente, la aproximación de mezcla instantánea no resulta adecuada. Vale la pena destacar que tales situaciones ocurren en los interiores estelares; tal es el caso de los pulsos térmicos al final de la AGB. Incluso este problema puede presentarse en situaciones normales para determinados elementos cuyas escalas de tiempo para la quema son muy cortas (de manera que son quemados antes de llegar a ser reditribuidos en toda la capa convectiva), como es el caso del deuterio o los neutrones durante los fenómenos de dredge up en los pulsos térmicos, para los cuales la aproximación de mezcla instantánea no resulta adecuada. Por ello, en la mayoría de los cálculos realizados para esta práctica, la aproximación utilizada no es la de mezcla instantánea sino que se resuelve el problema dependiente del tiempo para los cambios químicos. Ésto se realiza modelando a los procesos de mezcla como procesos difusivos. Específicamente se considera:

$$\left(\frac{d\vec{Y}}{dt}\right) = \left(\frac{\partial\vec{Y}}{\partial t}\right)_{\rm nuc} + \frac{\partial}{\partial M_r} \left[(4\pi r^2 \rho)^2 D \frac{\partial\vec{Y}}{\partial M_r} \right]$$
(2.47)

donde el primer término de la derecha tiene en cuenta los cambios debidos a las reacciones nucleares y el segundo los cambios por procesos de mezcla. Aquí, \vec{Y} es el vector columna formado por las fracciones número de las especies (Y_i) nucleares consideradas y D es el valor efectivo, del coeficiente de difusión, necesario para tener en cuenta todos los fenómenos de mezcla, ya sea convección, semiconvección, inestabilidades de Rayleigh Taylor (salt-fingers) u overshooting. En el LPCODE el tratamiento numérico de esta ecuación se realiza mediante un esquema implícito similar al descripto para el término de reacciones nucleares, solo que ahora además de considerar ese término se realiza un desarrollo en diferencias finitas de la ecuacion de difusión, la cual puede ser aproximada, como se describe en Serenelli (2002), por:

$$\left\{\frac{\partial}{\partial M_r} \left[(4\pi r^2 \rho)^2 D \frac{\partial \vec{Y}}{\partial M_r} \right] \right\}_j^{n+1} \approx \mathcal{A} \vec{Y}_{j-1}^{n+1} + \mathcal{B} \vec{Y}_j^{n+1} + \mathcal{C} \vec{Y}_{j+1}^{n+1}$$
(2.48)

donde los subíndices, a diferencia de lo que ocurría en las ecuaciones anteriores, aquí indican la capa de la estrella. Las matrices \mathcal{A} , \mathcal{B} y \mathcal{C} son múltiplos de la identidad de dimensión $I \times I$ cuyos elementos diagonales están dados por

$$a_{ii} = \frac{(4\pi)^2 (\rho^2 r^4 D)_{j-1/2}}{(m_{j-1/2} - m_{j+1/2})(m_{j-1} - m_j)}$$
(2.49)

$$c_{ii} = \frac{(4\pi)^2 (\rho^2 r^4 D)_{j+1/2}}{(m_{j-1/2} - m_{j+1/2})(m_j - m_{j+1})}$$
(2.50)

$$b_{ii} = -(a_{ii} + c_{ii}). (2.51)$$

en todos los casos un +1/2 (-1/2) en el subíndice denota que la cantidad es evaluada en el punto medio entre la capa j y la capa j + 1 (j - 1). Es interesante notar que aquí se realiza un tratamiento simultáneo de los cambios químicos por reacciones nucleares y por procesos de difusión. Las expresiones anteriores son válidas en todas las capas de la estrella salvo en los bordes. Allí, haciendo uso de la condición de contorno de flujo de masa nulo se obtienen las ecuaciones que cierran el sistema de ecuaciones. De manera que, colocando todas estas ecuaciones junto a las anteriores y junto a aquellas asociadas a los cambios químicos por reacciones nucleares, se obtiene el sistema de ecuaciones a resolver, el cual puede representarse esquematicamente por:

Donde \mathcal{F}_j y $\mathcal{\vec{M}}_j$, en esta matriz, estan definidas como $\mathcal{F}_j = \mathcal{T}_j^{-1} + \Gamma_j - \mathcal{B}_j$ y $\mathcal{\vec{M}}_j = \vec{\Lambda}_j + \vec{Y}_j^n / \Delta t$, donde $\vec{\Lambda}_j$ y Γ_j son aquellas cantidades que aparecen en la ecuación 2.44 para los cambios por reacciones nucleares (en este caso en la capa j). La matriz \mathcal{T}_j^{-1} es un múltiplo de la identidad (también de $N \times N$).

Por último, vale la pena mencionar que los cambios químicos en el LPCODE no son tratados de una manera totalmente consistente con los cambios en la estructura estelar, ya que las ecuaciones de cambio químico no son resueltas en simultáneo con las ecuaciónes de estructura sino que la composición química es obtenida antes de resolverlas. Si bien un tratamiento consistente sería deseable esto no es necesario si el paso temporal se mantiene suficientemente pequeño como para que los cambios en las variables de estructura no sean muy grandes entre paso y paso. Este control se realiza en el código de evolución pidiendo que los cambios en T, P, r, l de un modelo a otro se mantengan debajo de determinados valores fijados con anterioridad.

2.3 Física Constitutiva

El LPCODE utiliza opacidades radiativas OPAL las cuales son las opacidades más nuevas disponibles y pueden dar cuenta de un amplio rango de metalicidades. Estas opacidades se completan con las opacidades moleculares de Alexander and Ferguson (1994) para bajas temperaturas. A bajas temperaturas la ecuación de estado utilizada por el LPCODE tiene en cuenta el fenómeno de ionización parcial (lo cual se realiza considerando una mezcla de helio e hidrógeno) y de la presión de radiación. La ecuación de estado para el régimen de alta densidades tiene en cuenta los fenómenos de degeneración electrónica e interacciones coulombianas. La emisión de neutrinos es tenida en cuenta siguiendo a Itoh et al. La red de reacciones nucleares que utiliza actualmente el LPCODE da cuenta explícitamente de 16 elemento químicos y considera las siguientes reacciones nucleares para describir los procesos de quema de H y He (y el encendido del C):

Para la quema de hidrógeno:

$$\begin{array}{ll} p+p \rightarrow \ ^{2}\mathrm{H} + e^{+} + \nu & p+p+e^{-} \rightarrow \ ^{2}\mathrm{H} + \nu \\ ^{2}\mathrm{H} + p \rightarrow \ ^{3}\mathrm{He} + \gamma & ^{3}\mathrm{He} + ^{3}\mathrm{He} \rightarrow \alpha + 2p \\ ^{3}\mathrm{He} + \alpha \rightarrow \ ^{7}\mathrm{Be} + \gamma & ^{3}\mathrm{He} + p \rightarrow \ ^{4}\mathrm{He} + \gamma \\ ^{7}\mathrm{Be} + e^{-} \rightarrow \ ^{7}\mathrm{Li} + \nu & ^{7}\mathrm{Li} + p \rightarrow \ ^{2}\mathrm{C} + p \rightarrow \ ^{14}\mathrm{N} + \gamma & ^{12}\mathrm{C} + p \rightarrow \ ^{13}\mathrm{C} + e^{+} + \nu \\ ^{13}\mathrm{C} + p \rightarrow \ ^{14}\mathrm{N} + \gamma & ^{14}\mathrm{N} + p \rightarrow \ ^{15}\mathrm{N} + e^{+} + \nu \\ ^{15}\mathrm{N} + p \rightarrow \ ^{12}\mathrm{C} + \alpha & ^{15}\mathrm{N} + p \rightarrow \ ^{16}\mathrm{O} + \gamma \\ ^{16}\mathrm{O} + p \rightarrow \ ^{17}\mathrm{O} + e^{+} + \nu & ^{17}\mathrm{O} + p \rightarrow \ ^{18}\mathrm{O} + e^{+} + \nu \\ ^{17}\mathrm{O} + p \rightarrow \ ^{14}\mathrm{N} + \alpha & ^{18}\mathrm{O} + p \rightarrow \ ^{15}\mathrm{N} + \alpha \\ ^{18}\mathrm{O} + p \rightarrow \ ^{19}\mathrm{F} + \gamma & ^{19}\mathrm{F} + p \rightarrow \ ^{16}\mathrm{O} + \alpha \\ ^{19}\mathrm{F} + p \rightarrow \ ^{20}\mathrm{Ne} + \gamma \end{array}$$

Para la quema de helio:

$$\begin{array}{rcl} 3\alpha \rightarrow \ \ ^{12}\mathrm{C} + \gamma & \ \ ^{12}\mathrm{C} + \alpha \rightarrow \ \ ^{16}\mathrm{O} + \gamma \\ ^{13}\mathrm{C} + \alpha \rightarrow \ \ ^{16}\mathrm{O} + n & \ \ ^{14}\mathrm{N} + \alpha \rightarrow \ \ ^{18}\mathrm{O} + e^+ + \nu \\ ^{15}\mathrm{N} + \alpha \rightarrow \ \ ^{19}\mathrm{F} + \gamma & \ \ ^{16}\mathrm{O} + \alpha \rightarrow \ \ ^{20}\mathrm{Ne} + \gamma \\ ^{17}\mathrm{O} + \alpha \rightarrow \ \ ^{20}\mathrm{Ne} + p & \ \ ^{18}\mathrm{O} + \alpha \rightarrow \ \ ^{22}\mathrm{Ne} + \gamma \\ ^{20}\mathrm{Ne} + \alpha \rightarrow \ \ ^{24}\mathrm{Mg} + \gamma & \ \ ^{22}\mathrm{Ne} + \alpha \rightarrow \ \ ^{25}\mathrm{Mg} + n \\ ^{22}\mathrm{Ne} + \alpha \rightarrow \ \ ^{26}\mathrm{Mg} + \gamma \end{array}$$

Y las reacciones para el encendido de carbono:

$$^{12}C + ^{12}C \rightarrow ^{20}Ne + \alpha \quad ^{12}C + ^{12}C \rightarrow ^{24}Mg + \gamma$$

y las tasas de reacciones nucleares son las de Caughlan y Fowler (1988) salvo por las reacciones ${}^{15}N(p,\gamma){}^{16}O$, ${}^{15}N(p,\alpha){}^{12}C$, ${}^{18}O(p,\alpha){}^{15}N$, ${}^{18}O(p,\gamma){}^{19}F$, ${}^{12}C(\alpha,\gamma){}^{16}O$, ${}^{16}O(\alpha,\gamma){}^{20}Ne$, ${}^{13}C(\alpha,n){}^{16}O$, ${}^{18}O(\alpha,\gamma){}^{22}Ne$, ${}^{22}Ne(\alpha,n){}^{25}Mg$ y ${}^{22}Ne(\alpha,\gamma){}^{26}Mg$, las cuales corresponden a las dadas por Angulo et al. (1999). Especialmente, vale la pena mencionar que la tasa para la reacción ${}^{12}C(\alpha,\gamma){}^{16}O$ dada por Angulo et al. es aproximadamente el doble de la de Caughlan y Fowler. Ésto tiene implicancias directas respecto de lo analizado en esta práctica. Esta reacción, que ocurre durante la quema de He, se vuelve especialmente importante cuando la abundancia de He disminuye y modela la proporción de ${}^{12}C$ y 16 que poseerá el núcleo degenerado que dará lugar a la enana blanca.

El poseer una red detallada de reacciones nucleares permite un seguimiento de las abundancias de subproductos los cuales pueden dar lugar a rasgos observables en la estrella. Específicamente, durante la etapa de los pulsos térmicos, la combinación de ésto con la utilización de un esquema de mezcla no instantánea permite un seguimiento de los cambios químicos que allí ocurren como aquellos que dan lugar a la formación de depósitos de ¹³C y ¹⁴N (denominados pockets), generación de neutrones (especialmete interesantes ya que estan relacionados con la nucleosíntesis de elementos pesados mediate procesos lentos de captura de neutrones) o la generación de ⁷Li.

Overshooting: El criterio usualmente utilizado para determinar la extensiones de las regiones convectivas del modelo estelar es el criterio de estabilidad de Schwarzschild. Este criterio surge de comparar el peso y la fuerza de empuje sobre un elemento de masa que es desplazado de su posición de equilibrio. Como consecuencia de estar basado en una condición sobre la aceleración del elemento de masa, no tiene en cuenta los efectos de la inercia. Ocurre que, cuando los elementos de masa en movimiento durante la convección alcanzan los bordes de la región definida por el criterio de Schwarzschild, poseen aceleración nula mas su velocidad es distinta de cero. Como consecuencia de ésto, los elementos de masa recorrerán un trayecto fuera de la región convectiva antes de frenarse. Este fenómeno es denominado en la literatura como *overshooting* (u overshooting mecánico). En las regiones adyacentes a los bordes convectivos ocurrirá, en consecuencia, una mezcla adicional a la predicha por el criterio de Schwarzschild.

Los cálculos realizados en este trabajo incluyen tanto modelos con overshooting como sin él. El tratamiento del overshoting dentro del esquema de mezcla no instantánea se realiza siguiendo el formalismo desarrollado por Herwig et al. (1997), el cual está basado en las simulaciones hidrodinámicas de Freytag et al. (1996). Ésto significa la adopción de un esquema de overshooting difusivo, el cual es más realista que el overshooting que suele implementarse en modelos con mezcla instantánea. Específicamente, lo que se realiza es la adopción de un coeficiente de difusión (D_{os}) dependiente de la profundidad, como sigue:

$$D_{os} = D_0 exp \frac{-2z}{H_v}$$

$$\tag{2.53}$$

y las cantidades que allí aparecen son: D_0 es el coeficiente de difusión en el borde de la región convectiva (es decir que D_0 corresponde al caso de convección), z es la distancia radial al límite de la zona de convección, $H_v = H_P f$, donde el parámetro libre f es una medida de la extensión de la región de overshooting y H_P es la altura de escala de la presión en el borde de la región convectiva. El valor usado de f en este trabajo fue de f = 0,015, el cual ajusta correctamente el ancho observado de la Secuencia Principal. El valor de D_0 esta dado por:

$$D_0 = l\sigma \tag{2.54}$$

donde $l = \alpha H_p$ es la longitud de mezcla y σ la velocidad de turbulencia. Donde σ surge de la teoría de mezcla y el parámetro libre α se eligió como 1,5.

2.4 Detalle de los cálculos realizados y de algunos procesos físicos involucrados

Para la realización de esta práctica, se siguió la evolución de las estrellas desde la ZAMS hasta la etapa de los pulsos térmicos, donde se calcularon de 4 a 14 pulsos según la estrella.

Esta última etapa ocurre al final de la AGB debido a que la capa que está quemando He se vuelve demasiado delgada y, en consecuencia (ver Kippenhahn and Weigert (1990) para una descripción detallada de este mecanismo), la liberación de energía en dicha capa produce un aumento de la temperatura (lo que, a su vez, produce un aumento en la tasa de liberación de energía). Es por ésto que la capa de quema de He se vuelve inestable. Finalmente, la expansión producida por el aumento de temperatura termina con la inestabilidad y la capa de quema de helio continúa una quema estable hasta que el proceso se repite nuevamente.

Los cálculos que se realizaron involucran modelos de 2,7 - 4 - 5 - 6 - 6,5 M_{\odot} considerando en éstos a las regiones convectivas con y sin overshooting. Ésto nos permite hacer un análisis detallado de los efectos del overshooting sobre la evolución de la estrella. Este efecto no solo altera sensiblemente la evolución estelar sino que produce consecuencias observacionales. En particular, podemos mencionar que los tiempos de vida en las diferentes etapas se ven modificados. Esto último ha sido utilizado por algunos autores (Straniero et al. (2003)) mediante la comparación con las abundancias estelares en las distintas regiones del los diagramas color magnitud para inferir que deben existir dentro de la estrella fenómenos de mezcla extra a los predichos por el criterio de Schwarzschild. Otras características observacionales relacionadas a los procesos de mezcla surgen de los fenómenos de 1^{er}, 2^{do} y 3^{er} Dredge Up como así también del denominado Hot Bottom Burning. Mencionaremos a continuación las características principales de éstos mecanismos (para una explicación detallada de los mismos referimos al lector a Iben and Renzini (1983) y Kippenhahn and Weigert (1990)):

- El primer dredge up es un proceso que ocurre en todas las estrellas luego del agotamiento del H central justo antes del encendido de la quema de He en el centro. Entonces se genera una envoltura convectiva que penetra hasta regiones de la estrella donde hay material que fue procesado por la quema de H.
- El segundo dredge up, a diferencia del primero, no ocurre en todas las estrellas sino solo en aquellas más masivas (la masa límite para la ocurrencia de este proceso depende del tratamiento de la convección adoptado). Este fenómeno sucede cuando la estrella asciende por la AGB y se ha apagado la capa que quemaba H en He. Entonces, por segunda vez se genera una envoltura convectiva capaz de llevar a la superficie los residuos de las reacciones nucleares en el interior.
- El tercer dredge up es, al igual que los anteriores, un mecanismo por el cual se puede transportar los residuos nucleares de las capas más internas de la estrella a la superficie (donde, dicho sea de paso, pueden observarse). A diferencia de los dos anteriores, su mecanismo es más delicado ya que involucra las extensiones de dos zonas convectivas de la estrella: una la envoltura convectiva y la otra, una región convectiva de muy corta duración que ocurre durante los pulsos térmicos en el máximo de la luminosidad del He. Debido a ésto, su existencia es totalmente dependiente del tratamiento que se haga de la convección y ha sido propuesto, junto al hot bottom burning, y en favor de la existencia de overshooting, como un mecanismo por medio del cual explicar las abundancias inusuales de carbono que se observan en estrellas de masas demasiado bajas (ver por ejemplo el artículo de Herwig et al. (1999)).
- El hot bottom burning (HBB) es un proceso que compite con el anterior y esencial en la determinación de la abundancia de carbono de las estrellas de la AGB. A diferencia del tercer dredge up, que tiende a aumentar la abundancia de carbono, el HBB tiende a disminuir su abundancia, de manera que la abundancia superficial de carbono real surge como

consecuencia de la interacción de estos dos fenómenos. El HBB ocurre luego de los pulsos térmicos durante una fase relativamente lenta cuando la base de la envoltura convectiva alcanza regiones suficientemente profundas y calientes como para que en ellas ocurra la quema de hidrógeno, transfomando en consecuencia casi todo el carbono disponible en nitrógeno (ésto ocurre vía las reacciones ${}^{12}C + p \rightarrow {}^{13}C + e^+ + \nu$; ${}^{13}C + p \rightarrow {}^{14}N + \gamma$, por lo que un rasgo distintivo de este proceso es que la relación ${}^{12}C/{}^{13}C$ disminuye). Claramente, como la profundidad que alcanza la envoltura convectiva depende fuertemente de la intensidad del overshooting, este fenómeno es altamente dependiente del tratamiento de la mezcla

Además de los cálculos mencionados se realizaron algunas secuencias evolutivas más breves para estrellas de 2,7 - 5 - 6,5, desde la ZAMS hasta el fin de la etapa de quema de helio en el centro de la estrella, mediante un esquema de mezcla instantánea a fin de analizar los efectos de esta hipótesis simplificatoria (ampliamente usada en modelos de evolución estelar) sobre dichas etapas. En particular, como ya se mencionó, ésto resulta interesante en lo relativo a aquellas especies químicas como el deuterio cuya quema ocurre en tiempos suficientemente rápidos como para ser comparables a los tiempos de convección. No se realizaron cálculos con el esquema de mezcla instantánea para etapas posteriores a la quema de He, en especial en los pulsos térmicos del final de la AGB, porque dicha hipótesis no es aceptable en esas etapas.

Cabe destacar que cada evolución completa (incluyendo la etapa de los pulsos térmicos) involucra el cálculo de 60000-90000 modelos estelares en los casos en que se consideró el overshooting y de 30000-40000 modelos, aproximadamente, cuando éste no fue considerado. En la etapa de los pulsos térmicos, que es la que realmente conlleva el cálculo de tantos modelos (pues el paso de tiempo puede llegar a ser de meses e incluso días) para poder alcanzar la precisión deseada, los modelos consisten de 1500-2000 capas, por lo que los cálculos en esta etapa resultan particularmente complicados y lentos. Aquí se hace evidente la utilidad de las variables descriptas en las ecuaciones (2.35-2.38). Pues al ser el paso de tiempo tan pequeño ($\Delta t \rightarrow 0$) el cálculo de las derivadas temporales en la ecuación 2.36 implicaría la resta de cantidades muy similares ($\theta^j \sim \theta^{(0)j}$ y $p^j \sim p^{(0)j}$), lo que llevaría a errores de redondeo que dificultarían enormemente la convergencia. Creemos interesante notar que en dichas etapas la luminosidad se eleva a valores enormes ($L \sim 10^7 L_{\odot}$) en una región muy pequeña (de un $\Delta m \sim 0.005 M_{\odot}$) de la estrella y es lo que vuelve necesario un gran aumento en el número de capas con las que se modela la estrella.

Los modelos iniciales en la ZAMS fueron obtenidos mediante el método de shooting (Clayton (1968)) el cual es aceptable para esta etapa de la estrella y posee la ventaja de no depender de un modelo previo, como es el caso del método de Henyey. Para todos los modelos utilizados, las abundancias iniciales elegidas fueron de tipo solar, mas específicamente: X = 0.705, Y = 0.275, Z = 0.02

Por último, es importante mencionar que durante la AGB no se tuvieron en cuenta los procesos de pérdida de masa. Ésto es poco realista ya que la estrella sufre en dicha etapa procesos de pérdida de masa bastante importantes (por ejemplo Bloecker (1995)). Estos procesos, de hecho, son los que llevan a la finalización de la etapa de los pulsos térmicos. A pesar de ésto para el fin perseguido en esta práctica, estudiar los efectos principales de utilizar diferentes esquemas para los fenómenos de mezcla, puede ser obviado.

Capítulo 3

Resultados Obtenidos

3.1 Mezcla Difusiva contra Mezcla Instantánea

En esta sección se describirán los resultados obtenidos al realizar cálculos evolutivos con la aproximación de mezcla instantánea y con el esquema de mezcla difusiva dependiente del tiempo. Cabe aquí destacar que en ninguno de los dos conjuntos de modelos se tuvo en cuenta el overshooting.

Como se observa en la figura 3.1, lo primero que podemos mencionar es que el esquema de mezcla química adoptado no produce alteraciones importantes en la curva evolutiva de las estrellas en el diagrama de Hertzsprung-Russell (HR). Debe notarse, sin embargo, que ésto puede no ocurrir para estrellas de mayor masa como las estudiadas por Ventura et al. (1998), quienes encuentran diferencias apreciables en las curvas evolutivas de modelos con mezcla difusiva y con mezcla instantánea. Algo similar ocurre con la duración de la etapa de



Figura 3.1: Diagrama de Hertzsprung-Russell para modelos de 2,7, 5 y 6,5 M_{\odot} considerando esquemas de mezcla instantánea (curva oscura continua) y mezcla difusiva (curva clara de trazos)(en la AGB solo aparece una de las dos curvas (la de trazos) debido a que estan superpuestas). Como se observa, el recorrido de la estrella en el HR no es alterado por la implementación de uno u otro tratamiento.

quema central de H. En nuestros cálculos (realizados sobre modelos de 2, 7, 5 y 6, 5 M_{\odot}) las diferencias en la duración de esta etapa entre ambos grupos de modelos son menores al 1%(siendo mayor la duración de esta etapa en aquellos modelos en que consideran un esquema difusivo de mezcla) y quedan enmascaradas dentro de las incertezas del modelado. Ésto puede contraponerse a la diferencia de un 4% en la duración de esta etapa en modelos de 15 M_{\odot} encontrada por Ventura et al. (1998) para sendos tipos de mezcla. Esta diferencia en los resultados se debe a la mayor temperatura central que caracteriza a las estrellas de mayor masa. En efecto, el mecanismo descripto por Ventura et al. (1998) para explicar la diferencia de edades opera por encima de los 60×10^6 K. Este mecanismo se basa, principalmente, en que por encima de dicha temperatura el tiempo de vida media del ¹⁵N se vuelve comparable al de la convección y en consecuencia falla la aproximación de mezcla instantánea produciendo superabundancias centrales de ¹⁵N que llevan a un aumento en la liberación de energía del ciclo CNO y en consecuencia a una disminución de la vida de esta etapa. A diferencia de lo que ocurre en los modelos de mayor masa, las temperaturas centrales de nuestros modelos en esta etapa apenas alcanzan temperaturas centrales de 30×10^6 . Como consecuencia de ésto, a las temperaturas en que se produce la quema del H la vida media del ¹⁵N es todavía apreciablemente mayor que los tiempos de la convección y la aproximación de mezcla instantánea sigue siendo buena. Algo muy diferente ocurre con las abundancias de elementos con tiempos de vida más cortos como lo es el deuterio, el cual sí posee tiempos comparables a los de la convección. Como podemos observar el la figura 3.2 para estos elementos las abundancias derivadas del esquema de mezcla instantánea difieren de aquellas que se derivan de un esquema mas realista. En este último caso, debido a la corta vida del deuterio, éste se quema de manera casi local y por ello el perfil químico no es muy diferente del que se tiene en regiones donde la quema se realiza en condiciones de transporte radiativo. El buen acuerdo de los tiempos de vida calculados, como también el gran acuerdo de los recorridos evolutivos que se obtienen, pone de manifiesto que para estrellas de poca masa la aproximación de mezcla instantánea es buena. Sin embargo, lo observado respecto del deuterio hace notar que cuando los tiempos de vida de los elementos son comparables a los de la convección debe utilizarse un esquema de mezcla dependiente del tiempo si desean obtenerse resultados correctos. Ésto resulta de particular importancia en los fenómenos de Hot Bottom Burning y de 3^{er} dredge up que ocurren durante los pulsos térmicos, en los cuales las escalas de tiempo van de algunos años a decenas de miles de años.

Se analizó, también, la influencia del tratamiento de la mezcla química sobre la etapa de quema central del He. Cabe destacar que, debido a que esta etapa es muy inestable respecto de los fenómenos de convección, es de esperar que cualquier modificación en el tratamiento de la mezcla lleve a cambios en lo resultados. Se encontró en estos cálculos que las temperaturas centrales de ambos conjuntos de modelos eran prácticamente iguales (a igual masa), por lo que la duración de la quema de helio dependía, principalmente, del tamaño del núcleo en el que se la realizaba. Las diferencias encontradas en la duración de esta etapa fueron bastante mayores (hasta un 6%) que aquellas que se observaban en la quema de H. Esta diferencia, sin embargo, no se debe a la utilización o no de un esquema de mezcla realista. La diferencia surge de una inconsistencia en la comparación de los modelos. Ya que en aquellos calculados con la mezcla instantánea no se tienen en cuenta efectos de la semiconvección (derivada del no cumplimiento del criterio de Ledoux), el cual resulta apreciable en el borde externo del núcleo convectivo en la quema central de He, mientras que en los modelos de mezcla difusiva este efecto sí fue considerado.

Para finalizar esta sección, mencionemos que el primer dredge up, tal como se esperaba, no es afectado por la elección del esquema para la mezcla química. De igual manera la ocurrencia



Figura 3.2: Aquí se observa el perfil de la abundancia del D durante la quema de H en los modelos de 2,7 M_{\odot} considerando esquemas de mezcla instantánea (linea de trazos) y mezcla difusiva (linea continua).

de una vuelta al azul (Blue Loop) de la estella durante la quema central del helio no fue experimentada por ninguno de los modelos.

3.2 Modelos con y sin overshooting

En esta sección se presentan los resultados correspondientes al análisis del efecto de considerar la existencia de overshooting en las regiones convectivas de la estrella. Por claridad, la presentación se realiza separando la evolución de los modelos en etapas definidas arbitrariamente. Para comenzar, mencionemos que el recorrido de la estrella en el diagrama HR se ve alterado considerablemente por la existencia de overshooting (como puede observarse en la figura 3.3). Allí, la diferencia más notoria quizás, es la aparición de una vuelta al azul (blue loop) durante la quema central de He, de aquellos modelos que incluyen el overshooting, especialmente en los modelos de mayor masa (6 y 6,5 M_{\odot}).

3.2.1 Evolución durante la Secuencia principal

Una de las diferencias principales entre ambas secuencias de modelos es la diferencia en el ancho de la secuencia principal, la cual se ensancha en un 32% aproximadamente cuando se considera overshooting, como puede verse en la figura 3.3. Debemos observar, sin embargo, que esta diferencia no es una predicción de los modelos con overshooting; ya que el parámetro libre f del overshooting es ajustado mediante la imposición de que el ancho teórico de la secuencia principal se ajuste al valor observado.

Ademas de lo recién mencionado, el overshooting en la región convectiva central, produce un aumento del combustible disponible para la quema de H y en consecuencia tiene aparejado un aumento de la vida de la estrella en la Secuancia Principal. En la tabla 3.1 se listan los resultados obtenidos para la duración de esta etapa, para los diferentes modelos calculados. Allí puede observase que el aumento de la vida de los modelos en la secuencia principal debido



Figura 3.3: Diagramas de Hertzsprung-Russell para los modelos de 2,7, 4, 5,6 y 6,5 M_{\odot} utilizados en esta práctica. Las curvas continuas corresponden a aquellos modelos en los cuales el tamaño de las regiones convectivas fue calculado utilizando solamente el criterio de estabilidad de Schwarzschild mientras que a las curvas de puntos corresponden a la evolución de aquellos modelos donde fue considerada la presencia de overshooting. En esta figura también puede observarse el ensanchamiento de la Secuencia Principal como consecuencia de la consideración de overshooting en la región convectiva central de los modelos.

al aumento del tamaño del núcleo es de alrededor de 17%, si bien el efecto es mayor para las estrellas de menor masa.

3.2.2 Primer Dredge up

Como se mencionó en el capítulo anterior, luego de finalizada la quema de H, durante el encendido del He en las regiones centrales, se produce la aparición de una envoltura convectiva. Ésta alcanza en poco tiempo regiones muy profundas de la estrella, donde el material ya fue procesado principalmente vía el ciclo CNO (el cual recordemos transforma, en la región donde hay quema de H, casi todo el C y O en N). Como consecuencia de ésto, se alteran las abundancias superficiales de la estrella en lo que se conoce como el primer dredge up.

En nuestros cálculos se encontró que los cambios en las abundancias superficiales debidos a este fenómeno son altamente sensibles a la existencia de overshooting. Mencionamos a continuación los rasgos principales encontrados en nuestro análisis. En aquellos modelos que tratan el tamaño de la región convectiva simplemente mediante el criterio de estabilidad de Schwarzschild se encontró que la intensidad del primer dredge up es poco dependiente de la masa del modelo considerado, como puede apreciarse en la tabla 3.2. Mientras que en aquellos modelos que incorporan overshooting en el tratamiento de la región convectiva aparece una marcada dependencia de la intensidad del fenómeno con la masa de la estrella. Por otra parte el cociente

Masa del Modelo	$ au_{H}^{NOV}$	$ au_{H}^{OV}$	$\frac{\left(\tau_{H}^{OV} - \tau_{H}^{NOV}\right)}{\tau_{H}^{NOV}}$	${\tau_{He}}^{NOV}$	$ au_{He}^{OV}$	$\frac{\left(\tau_{He}^{OV} - \tau_{He}^{NOV}\right)}{\tau_{He}^{NOV}}$
$2,7 \mathrm{M}_{\odot}$	405.476	486.578	0.200018	200.043 (*)	162.125	-0.189548 (*)
$4 \mathrm{M}_{\odot}$	146.201	174.998	0.196970	36.69	36.257	-0.011787
$5~{ m M}_{\odot}$	85.244	100.546	0.179505	18.758	17.098	-0.088523
$6~{ m M}_{\odot}$	56.116	65.66	0.170083	$11.685 \ ^{(*)}$	9.733	- 0.166998 $^{(*)}$
$6,5~{ m M}_{\odot}$	47.229	54.9	0.162424	8.62	7.939	-0.079028

Tabla 3.1: Aquí τ_H^{NOV} , τ_H^{OV} , τ_{He}^{NOV} , τ_{He}^{OV} son las duraciones de la quema de H y de He para los modelos con overshooting (OV) y sin overshooting (NOV). En todos los casos las edades estan en millones de años .

^(*) Debido a que estos modelos experimentaron al final de la quema de He una serie de inestabilidades de la región convectiva central (conocidas como breathing pulses (BP)) que llevan a la ingestión de material fresco en el núcleo, estos valores no son muy significativos. En particular, si se comparan las duraciones de la quema de helio hasta el momento en que la abundancia central es de 0,15 el valor de $\frac{(\tau_{H_e}^{OV} - \tau_{H_e}^{NOV})}{\tau_{H_e}^{NOV}}$ es -0.029166

 $^{14}N/^{12}C$ resulta, como puede observarse en la tabla, altamente afectado por la incorporación del overshooting en el tratamiento de la convección. Este cociente resulta $^{14}N/^{12}C>1$ en los modelos con overshooting y $^{14}N/^{12}C<1$ en los modelos sin overshooting.

Modelo	$^{12}\mathrm{C}$	$^{12}{\rm C}/^{13}{\rm C}$	^{14}N	$^{16}\mathrm{O}$
$2.7 \mathrm{M}_{\odot}(\mathrm{OV})$	$0.225 \ 10^{-2}$	30,29	$0.228 \ 10^{-2}$	$0.913 \ 10^{-2}$
$4 M_{\odot} (OV)$	$0.219 10^{-2}$	30,59	$0.262 \ 10^{-2}$	$0.882 \ 10^{-2}$
$5 M_{\odot} (OV)$	$0.214 \ 10^{-2}$	29,18	$0.269 10^{-2}$	$0.884 \ 10^{-2}$
$6 M_{\odot} (OV)$	$0.208 \ 10^{-2}$	$23,\!06$	$0.282 \ 10^{-2}$	$0.876 \ 10^{-2}$
$6.5 M_{\odot} (OV)$	$0.208 \ 10^{-2}$	$21,\!65$	$0.281 \ 10^{-2}$	$0.878 \ 10^{-2}$
$2.7 M_{\odot} (NOV)$	$0.229 \ 10^{-2}$	$32,\!34$	$0.204 \ 10^{-2}$	$0.938 \ 10^{-2}$
$4 M_{\odot} (NOV)$	$0.237 \ 10^{-2}$	$32,\!07$	$0.202 \ 10^{-2}$	$0.931 \ 10^{-2}$
$5 M_{\odot} (NOV)$	$0.237 \ 10^{-2}$	31,73	$0.202 \ 10^{-2}$	$0.932 \ 10^{-2}$
$6 M_{\odot} (NOV)$	$0.239 \ 10^{-2}$	$29,\!98$	$0.200 \ 10^{-2}$	$0.934 \ 10^{-2}$
$6.5 M_{\odot} (NOV)$	$0.237 \ 10^{-2}$	29,53	$0.200 \ 10^{-2}$	$0.933 \ 10^{-2}$
Valores iniciales	$0.303 \ 10^{-2}$	82,32	$0.111 \ 10^{-2}$	$0.959 \ 10^{-2}$

Tabla 3.2: Abundancias superficiales después del primer dredge up según se consideren fenómenos de overshooting (modelos (OV)) o no (modelos(NOV)).

Debido a que luego de esta etapa, la estrella permanecerá sin alterar sus abundancias superficiales durante toda la quema central del He y durante la AGB temprana, sería posible utilizar las abundancias observadas para estos tipos de estrellas para analizar la intensidad del overshoting en los interiores estelares.

Las abundancias superficiales obtenidas en este trabajo por los modelos sin overshooting coinciden con los mencionados por Iben y Renzini (1983). Por otra parte, los modelos con overshooting predicen una relación $^{14}N/^{12}C>1$ que está en acuerdo con los valores observados para este tipo de estrellas por Smith et al. (2002). (Vale la pena observar que los valores presentados en dicho trabajo corresponden a estrellas de menor metalicidad ([Fe/H]~-0,45) que los modelos aquí estudiados, por lo que no es de extrañar que existan diferencias en los valores absolutos de las abundancias presentadas en dicho trabajo y las obtenidas en nuestros cálculosl.)

3.2.3 Quema central del Helio y evolución durante la AGB Temprana

La quema central del helio es especialmente importante, pues es durante esta etapa que se determina como será la composición química, la estratificación y tamaño del núcleo de la futura enana blanca. Como se ha dicho anteriormente, estas características son importantes, pues de ellas dependen tanto las propiedades de enfriamiento como las propiedades pulsacionales de estas estrellas. Es bien sabido que la composición química que queda luego de esta etapa depende fuertemente de la competencia entre las dos reacciones principales que ocurren en la región de quema de helio; la 3α que produce carbono y la ${}^{12}C(\alpha,\gamma){}^{16}O$ que transforma carbono en oxígeno, esta competencia está naturalmente determinada por el valor adoptado en el cálculo para la tasa de la reacción ${}^{12}C(\alpha,\gamma){}^{16}O$ que como fue mencionado es altamente incierta. Como puede verse en Straniero et al. (2003) y Imbriani et al. (2001), la composición (y estratificación) química del núcleo de la estrella al finalizar esta etapa no solo depende del valor adoptado para la tasa de la reacción destructora de carbono sino que depende también del tratamiento de la mezcla convectiva. En esta sección analizaremos los efectos producidos por la adopción (o no) de overshooting en las regiones convectivas de nuestros modelos. Vale mencionar que esta etapa es particularmente complicada de calcular ya que es altamente inestable frente al tratamiento numérico debido a la alta sensibilidad del 3α a la temperatura. A causa de ésto, algunos de los modelos debieron ser calculados más de una vez, para evitar ciertas inestabilidades durante la quema de helio.

Como se ve en la tabla 3.1 la duración de esta etapa se altera levemente (de un 2 a un 8%) por la consideración del overshooting en la región convectiva central. Por otro lado, se observa que la ocurrencia de otro tipo de fenómenos, como el crecimiento del núcleo convectivo sobre el final de esta etapa (conocido como Breathing Pulses), llevan a un aumento notable en la duración de este período (como puede apreciarse en los modelos de 2,7 y 6 M_{\odot}). Vale la pena mencionar que, contra lo que pudiese sospecharse a priori, son los modelos con overshooting aquellos que permanecen *menos* tiempo en esta etapa. Ésto se debe a que, si bien los modelos con overshooting presentan un núcleo convectivo de mayor tamaño y en consecuencia mayor cantidad de combustible disponible para esta fase, éstos modelos desarrollan también temperaturas sensiblemente más altas lo que lleva, debido a la ya mencionada sensibilidad de la reacción triple alfa a la temperatura, a que éste se consuma a mayor velocidad acortando la duración de este período.

En la tabla 3.3 se detallan las abundancias centrales dejadas por la quema de He. Allí, entre otras, puede verse que las abundancias centrales no son afectadas en más de 0,04 de fracción de masa por la consideración de overshooting. Esta diferencia es la encontrada por Straniero et al. (2003) para modelos de $3M_{\odot}$ con igual tratamiento de la convección. Destaquemos que los valores obtenidos están en acuerdo con los encontrados por Imbriani et al. (2001). De igual forma, las abundancias centrales del modelo de $2,7 M_{\odot}$, como las del modelo de $6 M_{\odot}$, ambos sin overshooting, quienes muestran un exceso notorio de oxígeno y un déficit de carbono, están en acuerdo con lo encontrado en el mismo artículo. Allí se demuestra que cualquier aumento del tamaño del núcleo convectivo sobre el final de la quema central de helio lleva a abundancias centrales altas en O¹⁶ y bajas en ¹²C como consecuencia de que gran cantidad del helio es procesado vía la reacción ¹²C(α, γ)¹⁶O.

Además de ésto, vale la pena notar que las abundancias centrales en todos los cálculos se encuentran siempre entre los dos conjuntos de valores presentados por Imbriani et al. (2001) para cada masa. Estos valores corresponden a modelos con semiconvección (overshooting inducido)

Masa	^{12}C (OV)	$^{16}O(OV)$	^{12}C (NOV)	$^{16}O(NOV)$
$2,7 \ \mathrm{M}_{\odot}$	$0,23^{\dagger}$	$0,\!745$ †	$0,\!154^{\ddagger}$	$0,\!825$ ‡
$4 \mathrm{M}_{\odot}$	$0,\!37$	$0,\!606$	0,389	$0,\!586$
$5 {\rm M}_{\odot}$	0,382	$0,\!591$	0,418	$0,\!556$
$6 {\rm M}_{\odot}$	0,388	$0,\!586$	0,375	$0,\!6$
$6.5 \ \mathrm{M}_{\odot}$	0,382	$0,\!591$	0,422	0,55

Tabla 3.3: Abundancias Centrales de ¹²C y ¹⁶O luego de la quema de helio para las dos secuencias de modelos calculadas en esta práctica.

[†] Este modelo experimentó una reignición de la quema central de helio lo que produjo que gran cantidad del ¹²C fuese transformado en ¹⁶O. La abundancia de estos elementos antes de producirse la reignición era de 0,3 para el ¹²C y de 0,592 para el ¹⁶O. Cuando fue recalculado evitando que ocurriese la reignición se obtuvieron abundancias de 0,281 para ¹²C y de 0,694 para ¹⁶O.

[‡] Tanto la gran abundancia central de ¹⁶O y el déficit de ¹²C que presenta este modelo se deben a que, como se ha dicho, este modelo experimentó una serie de inestabilidades sobre el final de la quema de He las cuales producen un aumento del núcleo convectivo llevando He hacia el centro de la estrella, el cual es procesado en gran cantidad mediante la reacción ¹²C(α, γ)¹⁶O.

utilizando alternativamente para la tasa de la reacción ${}^{12}C(\alpha, \gamma){}^{16}O$ los valores de Caughlan y Fowler (1988) y Caughlan (1985) (esta última, aproximadamente, dos veces superior a la primera). Estas tasas representan, a juicio de los autores, dos valores extremos para dicha reacción. Agreguemos, además, que nuestros cálculos con overshooting, si bien entre ambos conjuntos de valores, resultan más parecidos a los que obtienen dichos autores al utilizar la tasa de Caughlan (1985). Ésto no es de extrañar en vista de que el valor utilizado en el LPCODE es el de Angulo et al. (1999) el cual es bastante más cercano al valor de Caughlan (1985) que al de Caughlan y Fowler (1988). Debe tenerse presente, sin embargo, que como veremos a continuación y se demuestra en Straniero et al. (2003), las abundancias centrales de ¹⁶O dependen del tratamiento de la convección y por lo tanto aún tasas muy diferentes de ¹² $C(\alpha, \gamma)^{16}O$ pueden llevar a resultados muy similares para las abundancias centrales, según el tratamiento que se haga de la convección.

Los perfiles químicos que quedan luego de la quema de helio se presentan en la figura 3.4, donde pueden verse para los diez modelos calculados en esta práctica justo antes del comienzo de la etapa de los pulsos térmicos. En dicha figura se observa claramente que, si bien las abundancias centrales no son fuertemente afectadas por la mezcla extra del overshooting, algo diferente ocurre con la estratificación. Los modelos con overshooting muestran una fuerte discontinuidad en las abundancias entre las regiones que fueron quemadas en la quema central del helio y aquellas donde se produjo la quema del He en capas durante la AGB temprena, mientras que los moldelos que tratan a la región convectiva simplemente mediante el criterio de estabilidad de Schwarschild desarrollan cambios suaves en las abundancias de 12 C v 16 O. La discontinuidad observada en los modelos con overshooting es similar a aquella que encuentran Straniero et al. (2003) en modelos con semiconvección. Esto está de acuerdo con lo encontrado en dicho artículo, donde se indica que la incorporación de un overshooting moderado lleva a perfiles similares a los que surgen de la semiconvección. Sin embargo, vale agregar que las abundancias centrales de ¹⁶O encontradas en nuestro caso (en el modelo de 2.7 M_{\odot}) son aproximadamente 0,1 (en fracción de masa) inferiores a la del modelo de 3 M_{\odot} con semiconvección descripto en Straniero et al. (2003). El perfil de estratificación química del modelo es importante pues, como va se ha mencionado, este rasgo, propio del modelado, es esperable que deje rastros en el espectro de pulsaciones de la enana blanca y permita decidir en favor de unos u otros modelos (Althaus et al. (2003)).



Figura 3.4: Perfiles químicos de 10 modelos calculados para 2,7, 4, 5, 6, 6,5 M_{\odot} con (OV) y sin overshooting (NOV). Se observa como la presencia de overshooting en el tratamiento del borde convectivo produce una discontinuidad marcada en las abundancias químicas. Además, se observa en los modelos de 2,7 y 6 M_{\odot} (NOV) el efecto de las inestabilidades del núcleo convectivo sobre el final de la quema de helio (mencionadas en el texto y conocidas como Breathing Pulses (BP)) las cuales producen un importante crecimiento de la abundancia de oxígeno en el centro de la estrella.

Respecto de la aparición o no de una vuelta al azul del color superficial de la estrella durante la quema de helio (conocido como blue loop) mencionaremos que éste solo aparece en nuestros cálculos para los modelos con overshooting y solo resulta importante ($log(T_{ef}) > 3,8$) para los modelos de mayor masa (6 y 6,5 M_{\odot}). Esto puede observase en la figura 3.3 donde se muestran las curvas evolutivas de los modelos estudiados en diagramas color magnitud. Segundo dredge up: Este fenómeno, como se mencionó en el capítulo anterior, ocurre cuando la estrella está subiendo por la AGB luego de terminar la quema central del helio en el centro. En ese momento, la capa que quema hidrógeno en helio se encuentra apagada y la envoltura convectiva penetra en regiones donde el material ya había sido procesado por la quema de H. Como se sabe, el segundo dredge up no ocurre en todas las estrellas sino que solo se manifiesta en aquellas más masivas y su intensidad resulta fuertemente dependiente de la masa de las estrellas.

Dos fenómenos se observan al analizar comparativamente el segundo dredge up sobre los dos conjuntos de modelos utilizados. En primer lugar, el límite inferior para la ocurrecia de este fenómeno es menor en aquellos modelos en que se consideró overshooting en la envoltura convectiva. Y en segundo lugar, podemos mencionar que la intensidad de este fenómeno es altamente dependiente de la existencia de una ampliación de la zona convectiva. Específicamente, el segundo dredge up ocurrió en los modelos de 4, 5, 6, 6,5 M_{\odot} cuando se consideró overshooting en la zona convectiva, siendo realmente importante solo en los últimos tres y más intenso cuanto mayor fuese la masa (llegando a producir una disminusión de 0,001 de la abundancia de oxígeno y un aumento del mismo valor en la abundancia de nitrógeno). Mientras que, cuando se consideró a los modelos con la región convectiva determinada solo por el criterio de Schwarzschild, solo se lo encontró en los modelos de 5, 6, 6,5 M_{\odot}. Y en ninguno de estos tres casos alcazó la intensidad que mostró en el modelo de 5 masas solares con overshooting.

3.2.4 Pulsos Térmicos

Antes de continuar, hagamos un breve repaso sobre el mecanismo de los pulsos que ocurren sobre el final de la AGB. La principal característica de los pulsos está dada por la aparición de una inestabilidad térmica en la región de quema de helio. Esta inestabilidad surge como consecuencia de que, a medida que la estrella sube por la AGB (en el HR), la región en que ocurre la quema de helio se hace cada vez más delgada. Como se demuestra en Kippenhahn and Weigert (1990) cuando la relación entre posición espacial (r) de la capa de quema de He y el ancho de la misma se hace demasiado pequeña, la región se vuelve inestable frente a la liberación de energía (es decir la liberación de energía en la región tiene aparejado un *aumento* de la temperatura, lo que a su vez conduce a una mayor liberación de energía). Como consecuencia de ésto, la energía liberada por la quema de He aumenta abruptamente alcanzando valores que superan en varios órdenes de magnitud a la luminosidad de la estrella (como puede verse en la figura 3.5). Esta abrupta liberación de energía tiene, principalmente, tres consecuencias: reducir la temperatura de la capa que está quemando hidrógeno en helio, apagándola (como puede verse en la luminosidad del H en la figura 3.5); terminar con la inestabilidad de origen geométrico que la causó y, por último, generar una región convectiva de corta duración (de decenas de años) la cual mezcla la composición química de la región entre el núcleo inerte de C-O y la discontinuidad de H-He. Terminada la inestabilidad (que ocurrió en aproximadamente un centenar de años) la capa que quema hidrógeno vuelve a encenderse y la estrella entra en una etapa mas lenta de aproximadamente 10^4 años, que dura hasta que ocurre el próximo pulso. Como se ha dicho, varios fenómenos ocurren durante esta etapa en las estrellas de masa intermedia. A continuación, se detallará lo encontrado en nuestros cálculos, colocando especial énfasis en cómo estos efectos dependen de la ocurrencia o no de overshooting, tanto en la envoltura convectiva como en la región convectiva de corta duración que se genera durante el pico de luminosidad del He en la zona de quema de He.



Figura 3.5: En el cuadro superior vemos la evolución de la luminosidad superficial durante los pulsos térmicos para el modelo de $5M_{\odot}$. En el cuadro inferior se detalla la evolución de las luminosidades totales de las quemas de He y de H comparadas con la luminosidad superficial. Observar el valor extremadamente alto (más de dos órdenes de magnitud por encima de la luminosidad superficial) que alcanza la luminosidad del He durante cada pulso térmico.

Antes de proseguir mencionemos que es esta sección no consideraremos los modelos de 6 y $6.5 \, M_{\odot}$ debido a que estos modelos al llegar a esta etapa no sufrieron los pulsos térmicos que se esperaban. Ésto, probablemente, está relacionado con la simplificación de no considerar la pérdida de masa que hemos utilizado, ya que al llegar a esta etapa el núcleo de C-O de estos modelos alcanzó temperaturas suficientes como para encender el carbono (en condiciones de semi-degeneración electrónica), lo cual alteró la evolución posterior de esos modelos.

Es bien sabido que, como consecuencia del apagado de la capa que está quemando hidrógeno en helio, puede producirse un hundimiento del borde inferior de la envoltura convectiva a regiones donde la zona convectiva que ocurre durante el pulso térmico ya había mezclado carbono y oxígeno. Podemos observar este mecanismo en al figura 3.6 que nos muestra la composición química de la región entre el núcleo de C-O y la envoltura convectiva en tres etapas evolutivas distintas durante los pulsos térmicos. Este fenómeno lleva a cambios en la composición superficial de la estrella en lo que se conoce como el "tercer dredge up". Tanto éste como el hot bottom burning, que estudiaremos después, son especialmente importantes para explicar la existencia de estrellas de carbono (i.e. con ${}^{12}C/{}^{16}O > 1$) de baja masa. Este problema, como se menciona en Herwig et al. (1997), consiste en que los modelos estándar de evolución estelar (sin overshooting) no predicen la existencia de estrellas de carbono de baja luminosidad (y por lo tanto baja masa) las cuales son observadas y predicen, en cambio, la existencia de estrellas de carbono de gran luminosidad, las cuales no se observan. Este doble problema es mencionado en la literatura como "carbon star mystery".



Figura 3.6: Secuencia temporal del perfil químico del modelo de $5M_{\odot}$ (OV) durante el 5^{to} pulso. En el primer cuadro se muestra la distribución química antes del pulso térmico. En el puede observarse el borde inferior de la envoltura (que se ubica cerca de 0,845 M_☉) y el borde superior del núcleo de C-O (por debajo de 0,84 M_☉). Entre ambos se ubica la región de intershell (entre 0,84 y 0,843 M_☉) dejada por el pulso previo con abundancias importantes de He/C/O y una zona compuesta casi exclusivamente por He, la cual fue producida por la quema de H durante el período de interpulso. En el segundo cuadro se muestran las abundancias de dicha región durante la máxima extensión de la zona convectiva generada por el flash de He, caracterizada por una redistribución homogénea de las abundancias en toda la región. Obsérvese que esta zona convectiva penetra hasta 0,839 M_☉ en masa, región donde se ubicaba el núcleo de C-O. Por último, el tercer cuadro corresponde a la misma región durante la máxima profundidad alcanzada por la envoltura convectiva. Allí puede observarse que la envoltura desciende hasta 0,8422 M_☉ aproximadamente, llevando a la superficie el material previamente recogido del núcleo por la zona convectiva descripta en el cuadro anterior.

Tercer dredge up: En acuerdo con lo demostrado en Herwig et al. (1997) y Herwig (2000) encontramos que este fenómeno solo ocurre para los modelos que consideran la presencia de overshooting. En estos modelos encontramos que el mecanismo del tercer dredge up es efectivo ya desde el primer pulso térmico (salvo en el modelo de 2,7 M_{\odot} el cual recién muestra



Figura 3.7: Aquí se detalla la evolución de las abundancias superficiales, durante los pulsos térmicos, de los cuatro modelos que sufrieron cambios en sus abundancias superficiales en esta etapa (2,7, 4 y 5 M_{\odot} de las secuencia con overshoot (OV) y el modelo de 6,5 M_{\odot} de la secuencia sin overshoot (NOV)). Notar como la ocurrencia del tercer dredge up lleva a la formación de estrellas de baja masa con una relación C/N>1. En los modelos de 5 y 6,5 M_{\odot} puede observarse el efecto de las altas temperaturas en el fondo de la envoltura convectiva (HBB) (en el caso del modelo 6,5 NOV este efecto es apenas incipiente). En el modelo de 2,7 M_{\odot} vemos como este proceso lleva, en estrellas de baja masa, a la formación de estrellas de carbono ($^{12}C/^{16}O > 1$) luego de varios pulsos.



Figura 3.8: Evolución temporal de la zona convectiva de corta duración y del borde inferior de la envoltura convectiva según se considere en overshooting (izquierda) o no se lo considere (derecha). Las regiones convectivas están marcadas con puntos oscuros y aquellas correspondientes al overshooting aparecen con cruces. Observar especialmente las escalas tanto de tiempo como la ubicación en masa de estos procesos (el tiempo se encuentra en *años* desde el primer modelo mostrado en cada caso). En estas figuras se aprecia claramente como la envoltura convectiva de corta duración llevó material desde el núcleo de CO. Respecto del comportamiento de esta última es importante notar la importante región de overshooting que se forma en el borde inferior de ésta y que alcanza el núcleo de C-O (observar las abundancias en la posición m=0,839 en el primer cuadro de la figura 3.6).

rastros de este proceso a partir del 7^{mo} pulso). Ésto puede observarse en la figura (3.7) que muestra la evolución temporal de las abundancias superficiales durante los pulsos térmicos. El porqué de esta fuerte diferencia de comportamiento de las abundancias superficiales, según se considere, o no, una ampliación de la envoltura convectiva, se hace evidente al contemplar las figuras 3.8 en las cuales vemos el comportamiento de las regiones convectivas durante el pico de luminosidad del He y en los momentos inmediatamente posteriores. Allí se observa que, mientras en el modelo sin overshooting el borde inferior de la envoltura convectiva permanece con una ubicación (en masa no en radio) casi constante durante el pulso térmico, en el modelo con overshooting el borde de la envoltura convectiva se hunde hasta el centro de la región en que ocurrió el pico de He. Vale destacar que no es la región "de overshooting" propiamente dicha la que produce el tercer dredge up sino que, como se observa en la figura 3.8, es la misma región convectiva la que se hunde en aproximadamente $0.003 \,\mathrm{M}_{\odot}$. El mecanismo por el cual ésto ocurre es, al parecer, el siguiente: en las capas inmediatamente por debajo del borde formal de la región convectiva (i.e. aquel definido por el criterio de estabilidad de Schwarzschild) el overshooting (región marcada con cruces en la figura 3.8) produce un aumento de la abundancia de hidrógeno de esas capas (que hasta ese momento era nulo, ya que ya había sido procesado por la capa de quema de hidrógeno). Ésto produce un aumento en la opacidad, la cual está dominada por el dispersión Thompson a altas temperaturas (recordemos que estamos cerca de la región que quema hidrógeno y por lo tanto las temperaturas son $> 10^6$ K y que la dispersión Thompson posee una sección eficaz altamente dependiente de la abundancia de hidrógeno va que es de la forma $\kappa = 0.20(1 + X)$ en cm² gr⁻¹). Como consecuencia de este aumento de la opacidad en el paso de tiempo siguiente, el gradiente radiativo (que es proporcional a la opacidad) en esa región habrá crecido y la región se vuelve inestable (es decir no satisface el criterio de Schwarzschild) y en consecuencia convectiva (la región de overshooting queda ahora ubicada debajo de ésta). De esta manera, el borde convectivo se hunde progresivamente hasta alcanzar un valor máximo al comienzo de la etapa entre pulsos durante la cual irá elevendose nuevamente a medida que avanza la capa de quema de hidrógeno. El mecanismo descripto explica porqué los modelos con overshooting son capaces de dar cuenta de la ocurrencia del tercer dredge up. Debe tenerse en cuenta también, que al considerar el overshooting, la energía liberada durante el pulso térmico por la quema de helio es mayor que cuando no se lo considera. Esto produce una mayor expansión (y enfriamiento) de las regiones por encima de la zona donde ocurre el flash del helio, lo que ayuda a la penetración de la envoltura convectiva. En Herwig (2000) se menciona que este proceso (a saber el hundimiento de la envoltura convectiva en las regiones debajo de la discontinuidad H-He) no es muy sensible a la magnitud del overshooting y que resulta eficiente aún para pequeños valores del parámetro f del mismo (siempre que el grillado utilizado para el modelo sea lo suficientemente fino como para permitir que el proceso descripto actúe). Es, sin embargo, otro proceso dependiente del overshooting, el cual sí depende de la magnitud del mismo, quien determina la intensidad del tercer dredge up. Este proceso es el hundimiento de la región convectiva de corta duración en el núcleo de C-O, y puede observarse en la figura 3.8 y en la secuencia temporal mostrada en la figura 3.6. Debido a que es la región de overshooting (indicada con cruces en 3.8) específicamente la que se interna en las regiones de alto contenido de C y O, la importancia de este proceso dependerá directamente del valor adoptado para el parámetro f de overshooting. La intensidad de este fénómeno afecta fuertemente las abundancias superficiales durante los pulsos térmicos ya que el mecanismo por medio del cual se produce el tercer dredge up es el siguiente (que puede ser observado en la secuencia temporal mostrada en 3.6): durante el pulso térmico la región convectiva de corta duración se interna en regiones en las cuales las abundancias de C y O son altas, redistribuyendo estos elementos en toda la región entre el núcleo inerte de C-O y la discontinuidad de H-He (región conocida en la literatura como intershell). Luego, cuando la envoltura convectiva penetra en la región de intershell, este material (con altas cantidades de C y O) es llevado a la superficie donde los cambios en las abundancias superficiales pueden ser observados. Todo ésto explica porqué los modelos sin overshooting son incapaces de dar cuenta de los cambios de las abundancias superficiales que se observan sobre el fin de la AGB. Por último destaquemos que, en acuerdo con Herwig (2000), nuestros cálculos muestran que, al considerar los efectos del overshooting, el tercer dredge up lleva la formación de estrellas de carbono de baja masa (figura 3.7).

Formación de depósitos de ¹⁴N y ¹³C. Procesos lentos de captura de neutrones: Otro fenómeno que ocurre como consecuencia de la existencia de una mezcla parcial (ineficiente), más allá del borde convectivo formal, es la formación de dos pequeñas regiones, con altas abundancias de ¹⁴N y de ¹³C respectivamente (mencionadas en la literatura como "pockets"). Estas regiones se forman exactamente en el punto masa de máxima profundidad alcanzado por el borde inferior de la envoltura convectiva en los momentos posteriores al pulso térmico (como puede observarse mirando la figura 3.8) junto a la figura 3.9. Ésto ocurre porque, en la región de overshooting inmediatamente por debajo del borde convectivo, la mezcla ineficiente deja abundancias con alto contenido de ¹²C e H lo que permite que, una vez que la región se calienta, se creen ¹³C y ¹⁴N mediante ¹²C(p, γ)¹³C y ¹³C(p, γ)¹⁴N. El hecho que este proceso dependa de la existencia de una mezcla ineficiente y de la presencia de ¹²C e hidrógeno en el intershell explica por qué estos depósitos de ¹⁴N y ¹³C solo aparecen al considerar el overshooting y no aparecen en los modelos estándar (ver por ejemplo Herwig (2000) y Herwig et al. (1997) para un resultado similar). La formación (y destrucción) de estas regiones se muestran en la secuencia temporal de la figura 3.9. Respecto de su ubicación vale mencionar que, como se puede apreciar en la figura recién mencionada, estas regiones ocupan una pequeñísima porción del intershell y que la región de ¹³C esta ubicada en profundides levemente mayores a la de ¹⁴N. Ésto es también encontrado por Herwig (2000), donde se explica que la región de ¹³C se origina allí donde la abundancia de H es suficientemente pequeña como para que el ¹³C generado mediante ¹²C(p, γ)¹³C no pueda ser destruido por ¹³C(p, γ)¹⁴N debido al agotamiento de los protones de la región.

En nuestros cálculos encontramos, en acuerdo con Herwig (2000), que el ¹³C es quemado radiativamente (como se ve en la misma figura 3.9) durante la etapa entre pulsos mediante la reacción¹³C(α, n)¹⁶O. Por otro lado el ¹⁴N creado junto al ¹³C sobrevive hasta que es ingerido por la zona convectiva de corta duración del proximo pulso, donde será procesado mediante las reacciones ¹⁴N(α, γ)¹⁸F(β^+, ν)¹⁸O(α, γ)²²Ne generando un exceso de ²²Ne en la región convectiva (cuyo interés veremos a continuación).

La creación de ambas regiones es importante debido a que están fuertemente relacionadas con la generación de elementos pesados por captura de neutrones en lo que se conoce como procesos s (del inglés "slow"; procesos de captura lentos respecto de los tiempos asociados a los decaimientos β , que son del orden de horas (Clayton (1968)). Esta relación se debe a que las reacciones señaladas como aquellas que permiten obtener el flujo necesario para estos procesos son ${}^{13}C(\alpha, n){}^{16}O$ y ${}^{22}Ne(\alpha, n){}^{25}Mg$. La primera de las reacciones hemos visto que ocurre entre los pulsos térmicos y lleva a la destrucción del depósito de ¹³C generado previamente. Mientras que la segunda de las reacciones podría activarse marginalmente, según Lugaro et al. (2003), en las regiones inferiores de la zona convectiva de corta duración durante su máxima extensión (si la temperatura supera los 3×10^8 °K), cuando el ²²Ne generado por la guema de ¹⁴N es llevado allí por la convección. Mencionemos aquí que en el pulso mostrado en la figura 3.9 durante la máxima extensión de esta zona convectiva (segundo cuadro) la temperatura en toda la región de overshooting (que se ve el la figura 3.8) alcanzaba temperaturas entre 2,87 y $3,01 \times 10^8$ °K. Según se describe en Lugaro et al. (2003) la importancia de sendas fuentes de neutrones es de diferente tipo. Por un lado la destrucción de ¹³C produce un fluio de neutrones bajo (poca densidad de neutrones) el cual, sin embargo, debido a que ocurre durante un largo período de tiempo lleva a una exposición importante del material al flujo de neutrones (este flujo opera como se ha dicho en el período interpulso, el cual dura del orden de decenas de miles de años). Por otro lado, la reacción ${}^{22}Ne(\alpha,n){}^{25}Mg$ produce altas densidades de neutrones (aproximadamente tres órdenes de magnitud por encima del anterior) durante un período muy breve de tiempo (del orden de años) ya que solo actúa durante la máxima penetración de la zona convectiva de corta duración. De manera que esta reacción produce una exposición total mucho menor que la anterior. Como consecuencia de ésto, la reacción ${}^{13}C(\alpha, n){}^{16}O$ es la principal responsable de la generación global de elementos pesados, mientras que la reacción $^{22}Ne(\alpha, n)^{25}Mg$ está asociada a la ocurrencia de "ramificaciones" durante los procesos s. Estas últimas ocurren cuando debido al alto flujo de neutrones un elemeto pesado puede capturar dos neutrones antes de experimentar un decaimiento beta y desembocar en un núcleo estable (el alto flujo de neutrones es necesario pues para que esto ocurra: la captura sucesiva de dos neutrones debe ocurrir en pocas horas si ha de ocurrir antes que el decaimiento beta). Este tipo de procesos ocurren por ejemplo con el Se⁷⁸ el cual si captura dos neutrones desemboca en Se^{78} el cual es, al parecer, un núcleo estable (ver por ejemplo Clayton pag. 576).



Figura 3.9: En esta figura se muestra una secuencia temporal de la región donde se formaron los depósitos de ¹³C y ¹⁴N luego del 5^{to} pulso para el modelo de 5 M_☉ (con overshooting). Observar la escala del eje x y compararla con la máxima profundidad alcanzada por la envoltura convectiva en el pulso inmediatamente anterior (figura 3.6). En el cuadro superior (10 años después de que la envoltura alcanzara esa región) observamos como ya se están formando las regiones de ¹³C y ¹⁴N. Debajo de él, en el segundo cuadro, podemos ver como poco tiempo después ya se han formado los depósitos de ¹³C y ¹⁴N. Notar que por encima de 0,8422165 M_☉ el ¹³C existente en la figura pasada ha sido casi totalmente destruido. De esta manera el ¹³C se ubica solo en las regiones inferiores del depósito de ¹⁴N. La última figura corresponde a 8000 años después del pulso y justo antes del próximo pulso. En ella puede notarse como el ¹³C ha sido destruido completamente durante la etapa de interpulso (por lo que fue destruido en un ambiente no convectivo). Por el contrario el depósito de ¹⁴N todavía persiste y por lo tanto será quemado durante el flash de helio en la región convectiva del próximo pulso.



Figura 3.10: Estas figuras muestran como el efecto de la quema en el fondo de la envoltura convectiva (HBB) afecta las abundancias superficiales de diferentes isótopos del carbono y el oxígeno. Como puede verse en las figuras el HBB comienza a ser efectivo, en el modelo graficado (el de $5M_{\odot}$ con overshooting, recién despues del cuarto pulso térmico. En especial notar la gran disminución del cociente ${}^{12}C/{}^{13}C$ que caracteriza a este proceso.

Hot Bottom Burning: Como fue mencionado anteriormente, durante la etapa de interpulso ocurre otro proceso que altera las abundancias superficiales de la estrella, es la quema en el fondo de la envoltura convectiva (HBB, del inglés Hot Bottom Burning). Este proceso modifica las abundancias superficiales de carbono en un sentido opuesto al del tercer dredge up, ya que la quema de hidrógeno en el fondo de la envoltura convectiva transforma el carbono en nitrógeno. Debe recordarse antes de continuar con la descripción de los resultados obtenidos en nuestros cálculos que, como se menciona en Bloecker (1995), este proceso depende de la pérdida de masa de la estrella, situación que no ha sido considerada en esta práctica. La ocurrencia o no de HBB está determinada por la temperatura que se alcance en el fondo de la envoltura convectiva. De los modelos analizados solo dos experimentaron HBB, el modelo de $5M_{\odot}$ con overshooting (a partir del 4^{to} pulso y recién a partir del 5^{to} pulso de manera eficiente) y el modelo de 6,5 M_{\odot} sin overshooting (luego del cuarto pulso y de manera apenas incipiente) (es decir los dos modelos de mayor masa de cada uno de los grupos analizados en esta etapa). El efecto del HBB sobre las abundancias superficiales de distintos isótopos del carbono. el nitrógeno y el oxígeno puede observarse el la figura 3.10. Esto pone de manifiesto que en presencia de overshooting el HBB puede ocurrir para estrellas de menor masa que cuando el tratamiento de la capa convectiva es estándar (baste mencionar que los modelos de 5 masas solares y 6 masas solares sin overshooting fueron calculados hasta el décimo pulso y el séptimo pulso, respectivamente, sin que experimentaran HBB). Encontramos que el HBB se producía cuando el borde de la envoltura convectiva superaba los 60×10^6 K lo que está en total acuerdo con la literatura (por ejemplo ver Blöcker et al. (2000)). Por último, vale la pena mencionar que este proceso está también asociado a la generación de estrellas ricas en ⁷Li (Mazzitelli et al. (1999)), problema que no fue analizado en esta práctica.

Modelo	He	$^{12}\mathrm{C}$	$^{16}\mathrm{O}$
$6.5~{ m M}_{\odot}~({ m NOV})$ †	0,76	0,22	~ 0
$6 \mathrm{M}_{\odot} (\mathrm{NOV})$	$0,\!73$	0,23	$0,\!01$
$5 \mathrm{M_{\odot}}$ (NOV)	0,72	0,25	$0,\!01$
$4~{ m M}_{\odot}$ (NOV) †	$0,\!73$	0,24	$0,\!01$
$2,7 \mathrm{M_{\odot}}$ (NOV)	$0,\!68$	0,28	$0,\!01$
$5 \mathrm{M_{\odot}}$ (OV)	$0,\!40$	$0,\!44$	$0,\!12$
$4~{ m M}_{\odot}~({ m OV})$ ‡	$0,\!31$	0,54	$0,\!12$
$2,7~{ m M}_{\odot}~{ m (OV)}$	$0,\!36$	0,50	$0,\!12$

Tabla 3.4: En esta tabla listamos los valores de las abundancias en la región entre el núcleo de C-O y la envoltura durante los pulsos térmicos. La mayoría de estos valores estan tomados luego del 6^{to} pulso, salvo en [†] y [‡] tomados luego del 5^{to} y 3^{er} pulso respectivamente.

Abundancias de la región entre el nucleo de C-O y la envoltura: Las abundancias de la región de intershell tienen una importancia que va mas allá de la mencionada sobre la intensidad del tercer dredge up. Esta importancia surge del estudio de estrellas PG1159 (ver por ejemplo Herwig et al. (1999)). Éstos objetos poseen abundancias superficiales fuertemente deficientes en hidrógeno (típicamente [He/C/O] = [0.33/0.50/0.17]). Según se cree, estas abundancias se deben a la ocurrencia de un pulso tardío, mientras la estrella es una enana blanca joven, que permite mezclar el material del intershell hasta la superficie. Como puede verse en la tabla 3.4, donde se muestran las abundancias de esta región para los diferentes modelos calculados, estas abundancias son fuertemente afectados por la consideración de overshooting en la región convectiva de corta duración. La causa de ésto, como ya ha sido explicado, es que al considerar este efecto la zona convectiva generada durante el pulso alcanza regiones mucho más internas de la estrella mezclando grandes cantidades de C y O en toda la región convectiva. Los valores obtenidos en nuestros cálculos para ambas secuencias de modelos (tabla 3.4), son similares a los encontrados por otros autores. Por ejemplo, los valores de Iben y Mac Donald para modelos sin overshooting son [0,76/0,15/0,01] y los valores obtenidos por Herwig et al. (1999) son [0,35/0,43/0,19], los que claramente coinciden con lo obtenido en nuestros cálculos en ambos casos (tabla 3.4). Claramente la comparación de estas abundacias con los valores típicamente observados en estrellas PG1159 (mencionados más arriba) conforman un fuerte indicio de la existencia de mezcla extra en los bordes de las regiones convectivas.

Capítulo 4

Conclusiones y trabajos posteriores.

En este trabajo se han analizado, principalmente, los efectos producidos por la incorporación del overshooting en el tratamiento de la convección, sobre la evolución de la composición química de la estrella. El tratamiento de la mezcla se realizó mediante un esquema dependiente del tiempo. Ésto permitió realizar un estudio realista de etapas (como la de los pulsos térmicos) en las que el esquema de mezcla instantánea, utilizado usualmente en evolución estelar, falla.

Durante el desarrollo de este trabajo hemos encontrado que el cociente ${}^{14}N/{}^{12}C$, luego del primer dredge up, se ve altamente afectado por la presencia de overshooting y que la relación ${}^{14}N/{}^{12}C > 1$ observada en estrellas sobre la AGB-Temprana o la RGB solo se consiguen, en nuestros modelos, cuando se incorpora el overshooting.

Por otra parte, durante la quema central de He hemos encontrado, en acuerdo con trabajos anteriores (Imbriani et al. (2001), Straniero et al. (2003)), que la estratificación química depende fuertemente de los procesos de mezcla adicional que ocurren durante esta fase. Hemos hallado, además, que un overshooting moderado, como el utilizado en esta práctica, produce perfiles químicos similares a los de modelos con semiconvección pero con abundancias centrales de oxígeno levemente inferiores.

Durante la etapa de los pulsos térmicos se estudió como son afectadas las abundancias superficiales y las abundancias en la región entre el núcleo de C-O y la envoltura. Se encontró, de acuerdo con Herwig (2000) que la incorporación de overshooting lleva a cambios apreciables en las abundancias superficiales en cada pulso, los cuales podrían llevar a la formación de estrellas de carbono de baja masa. Esto ocurrió con el modelo de 2,7 M_{\odot} , el cual luego de 14 pulsos térmicos se transformó en una estrella de carbono ($^{12}C/^{16}O > 1$). Por otra parte, en acuerdo a lo indicado en Blöcker et al. (2000), se encontró que a altas masas (5 M_{\odot}) el funcionamiento del HBB parece impedir la creación de estrellas de carbono por medio del tercer dredge up. También en esta etapa se encontro que la ocurrencia de overshooting en el borde inferior de la región convectiva, lleva a la creación de depósitos de 13 C y 14 N los cuales han sido asociados (Herwig (2000)) a la ocurrencia de procesos de captura de neutrones. Por último, mencionemos que las abundancias observadas en estrellas PG1159, pueden ser reproducidas por nuestros modelos solo si se incorpora overshooting en el borde inferior de la región convectiva de corta duración que se crea durante los pulsos térmicos.

De manera que los resultados obtenidos en todos los procesos estudiados, indican que la incorporación, en el modelado, de procesos adicionales de mezcla es necesaria para la obtención de una composición (y estratificación) química realistas.

Los trabajos futuros a realizar serían:

- incorporar la pérdida de masa durante el final de la AGB a fin de obtener un tratamiento realista de esta etapa de manera de obtener modelos de enanas blancas con un tratamiento consistente de toda su evolución previa
- incorporar al código de evolución estelar una serie de rutinas que permitan calcular el efecto de la semiconvección (overshooting inducido), como también de otros procesos de mezcla (como aquellos que surgen de la rotación), sobre la estratificación química de la estrella
- aprovechar los modelos detallados de enanas blancas así obtenidos para inferir, por medio del estudio de las propiedades pulsacionales de estas estrellas, la estructura interna de estos objetos. Esto permitiría aumentar nuestro entendimiento de los procesos físicos que sufrió la estrella durante su evolución
- por último destaquemos que la utilización de modelos detallados de enanas blancas para el estudio de las propiedades de partículas elementales poco masivas, parece ofrecer un campo importante de investigación, ya que estos objetos permitirían estudiar procesos físicos bajo condiciones extremas imposibles de reproducir en laboratorios terrestres.

Bibliografía

- Alexander, D. R. and Ferguson, J. W.: 1994, The Astrophysical Journal 437, 879
- Althaus, L. G., Serenelli, A. M., Córsico, A. H., and Montgomery, M. H.: 2003, Astron. Astrophys. 404, 593
- Blöcker, T., Herwig, F., and Driebe, T.: 2000, Memorie della Societa Astronomica Italiana 71, 711

Bloecker, T.: 1995, Astron. Astrophys. 297, 727

- Canuto, V. M.: 1992, The Astrophysical Journal 392, 218
- Castellani, V., Chieffi, A., Tornambe, A., and Pulone, L.: 1985, *The Astrophysical Journal* **296**, 204
- Clayton, D. D.: 1968, Principles of stellar evolution and nucleosynthesis, New York: McGraw-Hill, 1968
- Fontaine, G. and Brassard, P.: 2002, The Astrophysical Journal 581, L33
- Freytag, B., Ludwig, H.-G., and Steffen, M.: 1996, Astron. Astrophys. 313, 497
- Hansen, B. M. S. and Liebert, J.: 2003, Annual Review of Astronomy & Astrophysics 41, 465
- Herwig, F.: 2000, Astron. Astrophys. 360, 952
- Herwig, F., Blöcker, T., Langer, N., and Driebe, T.: 1999, Astron. Astrophys. 349, L5
- Herwig, F., Bloecker, T., Schoenberner, D., and El Eid, M.: 1997, Astron. Astrophys. 324, L81
- Iben, I. and Renzini, A.: 1983, Ann. Rev. Astron. Astrophys. 21, 271
- Imbriani, G., Limongi, M., Gialanella, L., Terrasi, F., Straniero, O., and Chieffi, A.: 2001, *The Astrophysical Journal* **558**, 903
- Kippenhahn, R. and Weigert, A.: 1990, *Stellar Structure and Evolution*, Springer-Verlag, Berlin
- Kippenhahn, R., Weigert, A., and Hofmeister, E.: 1967, Methods of Computational Physics 7, Interscience, New York
- Lugaro, M., Herwig, F., Lattanzio, J. C., Gallino, R., and Straniero, O.: 2003, The Astrophysical Journal 586, 1305

Mazzitelli, I., D'Antona, F., and Ventura, P.: 1999, Astron. Astrophys. 348, 846

Metcalfe, T. S., Salaris, M., and Winget, D. E.: 2002, The Astrophysical Journal 573, 803

- Salaris, M., Dominguez, I., Garcia-Berro, E., Hernanz, M., Isern, J., and Mochkovitch, R.: 1997, The Astrophysical Journal 486, 413
- Serenelli, A.: 2002, Tesis Doctoral, Facultad de Ciencias Astrnonómicas y Geofísicas de la Universidad Nacional de La Plata
- Smith, V. V., Hinkle, K. H., Cunha, K., Plez, B., Lambert, D. L., Pilachowski, C. A., Barbuy, B., Meléndez, J., Balachandran, S., Bessell, M. S., Geisler, D. P., Hesser, J. E., and Winge, C.: 2002, *The Astronomical Journal* 124, 3241
- Straniero, O., Domínguez, I., Imbriani, G., and Piersanti, L.: 2003, The Astrophysical Journal 583, 878
- Ventura, P., Zeppieri, A., Mazzitelli, I., and D'Antona, F.: 1998, Astron. Astrophys. 334, 953

von Hippel, T. and Gilmore, G.: 2000, The Astronomical Journal 120, 1384