



**PROGRAMA DE LA ASIGNATURA  
ELEMENTOS DE ASTRONOMÍA COMPUTACIONAL**

CARRERA: LICENCIATURA EN ASTRONOMÍA

CARGA HORARIA SEMANAL: 64 HORAS DE TEORÍA Y 48 HORAS DE PRÁCTICA

CARÁCTER: SEMESTRAL

PROFESOR A CARGO: MARIO DANIEL MELITA

**OBJETIVOS**

El curso consiste en primer lugar, en una introducción a la resolución numérica de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias y de la formulación de cotas de error. Luego se revisan los métodos más usualmente utilizados para resolver problemas de N-Cuerpos, desde los más simples, Euler y Euler-modificados, hasta métodos de extrapolación como el de Bullirsch-Stoer, incluyendo métodos multipaso y Runge-Kutta. También se relee la teoría de métodos simplécticos y en particular los referidos a problemas de N-cuerpos con una masa dominante. Se estudian métodos para problemas con un gran número de cuerpos, a saber, métodos de grilla y de árbol. También generación de números aleatorios, condiciones iniciales y modelos Monte-Carlo y cadenas de Markov de tipo Metropolis-Hastings. Finalmente se estudia la resolución de problemas de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, con aplicaciones simple a la ecuación de Poisson.

**CONTENIDO TEMÁTICO**

- 1 Métodos de resolución de problemas de valores iniciales de interés en Astronomía Dinámica.
1. Presentación de la Materia y de sus ejes temáticos generales. Repaso de astrofísica: Las ecuaciones a resolver para cada tipo de problema. Leyes de conservación. [1, 2]
2. Repaso de los conceptos básicos de la teoría de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. Casos de orden superior y de arbitrario número de variables. Condición de Lipschitz y unicidad de la solución. [3, 4, 5, 6, 7]
3. Errores de redondeo y de truncamiento locales y globales. Ecuaciones variacionales y propagación de error. Teorema de Gragg. [3, 4, 5, 6]
4. Métodos basados en la expansión en Serie de Taylor. Métodos de un paso básicos: Euler, Euler modificado de paso intermedio o Leap-Frog. Ecuaciones algebraicas de construcción de métodos de paso intermedio para bajo orden. [3, 4, 5]
5. El método de Runge-Kutta. Diagramas de Butcher. Discusión general de propiedades de las ecuaciones algebraicas de construcción para métodos de orden superior. [5]
6. Control de error y ajuste de paso de integración. Métodos de Runge-Kutta-Fehlberg, Runge-Kutta-Nystrom y Runge-Kutta-Dormand-Prince (\*). [3, 4, 5]
7. Ejemplos de resolución de problemas específicos con métodos de tipos Runge-Kutta [8].
8. Métodos basados en integración numérica: Métodos multi-step explícitos e implícitos. Predictor-corrector: Adams-Bashford y Adams-Moulton. [3, 4]
9. Propagación de error para métodos multistep y nociones de estabilidad global y local. Derivación de la ecuación de autovalores para los polinomios característicos de las ecuaciones variacionales en casos simples. [3, 4]
10. Métodos basados en polinomios de extrapolación. Extrapolación de Richardson. Nociones de la derivación de relaciones de recurrencia en polinomios extrapolantes. Método de Bullirsch-Stoer (\*). [3, 4]
11. Método de Hermite. Descripción breve de las relaciones de recurrencia y de las estrategias de regularización para encuentros cercanos de 2 y 3 cuerpos. Diagramas de flujo del integrador de N-cuerpos y discusión de las jerarquías de pasos de integración (\*). [9]



12. Métodos simplécticos. Repaso de sistemas Hamiltonianos, Funciones generatrices y transformaciones canónicas. Ecuación de Hamilton-Jacobi y variables de Ángulo-Acción. [10]
13. Transformaciones simplécticas y Teorema de Poincaré. Análisis de la simplicidad de los mapas de Euler implícito y explícito. [10]
14. Aplicaciones a la dinámica de Sistemas Planetarios. Desarrollo de la función perturbadora en el problema de tres cuerpos restringido. Mapas simplécticos para resonancias orbitales en particular. Método de Henón para el cálculo del instante de intersección de la órbita con un plano (\*). [11, 12]
15. Métodos de reemplazo por una delta de Dirac: Mapas para el problema de N-Cuerpos con una masa dominante. Experimentos clásicos de evolución de largo plazo del Sistema Solar. [13, 14, 15]
16. Introducción al método de ‘corrección del defecto’ (deffect-correction) de Zadunaisky. Ejemplos con el cálculo de efemérides (\*). [16, 17]
17. Resumen de métodos especiales para problemas de tipo “stiff”. Ejemplos astrofísicos. Ejemplificación con la cadena p-p de combustión del hidrógeno en una estrella. [18] II. Generación de Condiciones Iniciales
18. Generación de números pseudo-aleatorios con distribución uniforme. Método de congruencia lineal. Detección de periodos y correlaciones en un conjunto de números pseudo-aleatorios con distribución uniforme. [18, 19]
19. Distribuciones específicas de Gauss y de Poisson. Método de Von-Neumann. Aplicaciones a sistemas físicos de interés: Politropas, Esfera de Plummer, Esfera de King, Flujo isotrópico de 2 estrellas. [18, 19]
20. Generación de condiciones iniciales. Modelos Monte-Carlo. Ejemplos astrofísicos relevantes, descripción de las limitaciones en cada caso. Cadenas de Markov-Monte Carlo: Método de Metropolis-Hastings (\*) [18, 19] III. Cómputo de la fuerza o la aceleración en sistemas autogravitantes compuestos por muchos cuerpos
21. Método partícula-partícula. Método partícula-malla Cálculo de costos. Breve descripción de métodos P3M y la necesidad de establecer criterios rigurosos para el truncado de la función perturbadora. [20]
22. Métodos basados en desarrollos multipolares. Método de árbol jerárquico. [21, 22]
23. Implementación computacional del árbol jerárquico y ejemplos de aplicación en astrofísica. [21, 22, 23] IV. Problemas de contorno
24. Ecuaciones diferenciales en derivadas parciales de segundo orden sujetas a condiciones de contorno. Métodos aproximados de resolución numérica y su implementación computacional. Tipos de condiciones de contorno. Problemas de interés en astrofísica y las ecuaciones a resolver en cada caso. [24, 25, 26]
25. Introducción al método de “Diferencias Finitas”. Aplicación a ecuaciones elípticas. [24, 25, 26]
26. Ecuación de difusión. Algoritmo de diferencias hacia adelante. Variantes y error de truncamiento y de la estabilidad. Algoritmo de Crank- Nicholson. [24, 25, 26]
27. Ecuaciones Hiperbólicas. Ecuaciones de ondas. Ecuación de advección. Soluciones analíticas. Métodos de Lax y Lax-Wendroff (\*). Viscosidad artificial (\*). Análisis de estabilidad de Von-Neumann (\*). [24, 25, 26]
28. La ecuación de Poisson tratada con métodos de relajación. [24, 25, 26]
29. La ecuación de Poisson tratada con métodos espectrales (\*). [24, 25, 26] V. Métodos especiales para ecuaciones lineales
30. Métodos especiales para ecuaciones lineales y su aplicación a la resolución de los problemas de contorno. Resolución de sistemas lineales especiales por métodos iterativos y directos. [24, 25, 26]



## BIBLIOGRAFÍA

1. Goldstein H. 1959. Classical Mechanics.
2. Murray C. & Dermott S. Solar System Dynamics. 1999. Cambridge University Press.
3. Stoer & Bulirsch. 1993. "Introduction to Numerical Analysis". 1980 Springer-Verlag.
4. Gear, G.W. "Numerical initial value problems in ordinary differential equations", 1971, Prentice-Hall.
5. Lapidus L. & Seinfeld S. "Numerical solution to ordinary differential equations". 1971. Academic Press.
6. Coddington E. & Levinson N. "Theory of Ordinary Differential Equations". 1952, Mc Graw Hill.
7. Henrici, P. "Elements of Numerical Analysis". John Wiley & sons. 1964.
8. Burden R.L. & Faires J.D. 2001. Numerical analysis 7nd Ed. Brooks-Cole.
9. Everhart E. Implicit single sequence methods for integratng orbits. 1974. Cel. Mech. 10, 35.
10. Aarseth, S. "Gravitational N-Body Simlations". 2003, Cambridge Monographs of Mathematical Physics. Cambridge University Press.
11. Hairer, E., Lubich C. & Wanner G. "Geometric Numerical Integration". 2006, Springer.
12. Hénon M. 1982. Physica D, 5, 412.
13. Ferraz Mello S. 2007. Canonical perturbation theories degenerate systems and resonance. Springer.
14. Wisdom J. & Holman M. 1991. Symplectic maps for the N-body problem. AJ. 102, 4, 1528.
15. Holman M. & Wisdom J. 1993. Dynmical stability in teh outer Solar System and teh delivrey of short period comets. AJ. 105, 1987.