PROGRAMA DE LA ASIGNATURA

DINÁMICA NO LINEAL

CARRERA: LICENCIATURA EN ASTRONOMÍA / DOCTORADO EN ASTRONOMÍA
CARGA HORARIA SEMANAL: 64 HORAS DE TEORÍA Y 35 HORAS DE PRÁCTICA / 110 HORAS DE TEORÍA Y 45 HORAS DE PRACTICA
CARÁCTER: SEMESTRAL (SE DICTA EN AMBOS SEMESTRES) / ANUAL
PROFESOR A CARGO: PABLO CINCOTTA

OBJETIVOS

Abordar tópicos específicos de Dinámica No Lineal, resonancias, caos y difusión en sistemas Hamiltonianos, enfocado desde el concepto de interacción de resonancias no lineales.

CONTENIDO TEMÁTICO

1) Revisión de la mecánica Hamiltoniana. Transformaciones canónicas. Problema de Kepler. Variables ángulo-acción. Variables de Delaunay. Sistemas integrables I.
2) Hamiltoniano del péndulo, soluciones exactas y aproximadas. Frecuencia del péndulo. Separatriz. Puntos fijos: análisis de estabilidad. Variedades estables e inestables. *Whiskered torus.* Concepto de linealidad y no linealidad.
3) Oscilador cuártico. Soluciones exactas y aproximadas. Frecuencia del oscilador no lineal. Variables ángulo acción para el problema.
4) Perturbaciones a Hamiltonianos integrables. Teorías clásicas de perturbaciones, series asintóticas, pequeños denominadores, convergencia de las series.
5) Método de *averaging* o promediado. Discusión del principio. Demostración para un sistema con una única frecuencia. Alcances de aplicación de método.
6) Resonancia no lineal. Formulación del problema. Resonancias entre un sistemas 1D y una perturbación periódica externa. Descripción general de la resonancia no lineal. Modelo de péndulo para la resonancia. Parámetros. Diferencias entre sistemas lineales y no lineales. Validez de la aproximación del péndulo.
7) Resonancias en sistemas multidimensionales. Sistemas integrables II. Descripción geométrica en el espacio de las acciones y en el espacio de frecuencias. Hamiltoniano resonante para una resonancia simple. Parámetros. Alcances de la formulación. Ejemplos.
8) Criterio de *overlap* o superposición de resonancias. Formulación del criterio. Ejemplos de aplicación. Red de Arnold. Concepto de la difusión de Arnold.
9) Mapa *standard*. Formulación. Hamiltoniano asociado al mapa. Resonancias de primer y segundo orden. *Overlap* de resonancias. Propiedades. Espacio de fases extendido.
10) Perturbaciones a la separatríz del péndulo: mapa de la separatriz. Derivación del mapa. Integral de Melnikov-Arnold. Resonancias. Estructura de la capa estocástica. Propiedades.
11) Estocasticidad e inestabilidad local. Exponentes de Lyapunov, entropía KS. Determinación numérica del máximo exponente de Lyapunov. Estabilidad en el mapa *standard* y el mapa de la separatriz.
12) Difusión, revisión de la ecuación de difusión y sus soluciones. Aplicación a sistemas dinámicos de baja dimensionalidad. Difusión en el mapa standard, modos acelerados e islas de estabilidad.

En la modalidad de Doctorado, se adicionan los siguientes temas:

13) Superconvergencia de Kolomogorov.

14)Formulación general del criterio de *overlap* y teoría de Kolmogorov-Arnold-Moser (KAM). Comparación entre las estimaciones que brindala teoría KAM y el criterio de *overlap* de resonancias.
15) Indicadores rápidos de la dinámica: MEGNO y FLI, relación entre ambos.
16) Hamiltoniano de Arnold. Discusión del modelo. Mecanismo de Arnold: toros de transición y cadena de transición. Variación de las integrales no perturbadas y difusión de Arnold. Experimentos numéricos para visualizar la difusión a lo largo de la resonancia. Coeficiente de difusión para el modelo de Arnold sobre sus resonancias de primer orden. Resonancias *guiding*, *layer* y *driving*. Discusión de los alcances de las aproximaciones.
17) Aplicaciones.

BIBLIOGRAFÍA

Notas completas del curso: accesibles en http://fcaglp.unlp.edu.ar/~pmc/DNL/

Arnold´d,V. 1989, Mathematical Methods of Classical Mechanics, Springer-Verlag.

Chirikov, B., 1979, A universal instability of many-dimensional os-cilator systems, Physics Reports, 52, p. 263

Cincotta, P. 2002, Arnold diffusion: an overwiew through Dynamical Astronomy, New Astronomy Reviews, 46, 13.

Cincotta, P., Efthymiopoulos, C., Giordano, C., Mestre, M., 2014, Chirikov and Nekhoroshev diffusion estimates: Bridging the two sides of the river, Physica D, 266, 49

Cincotta, P., Giordano, C., Martí, J, Beaugé, C, 2018, On the chaotic diffusion in multidimensional Hamiltonian systems, Celestial Mechanics & Dynamical Astronomy, 130, article id. 7.

Ferraz-Mello, S. 2007, Canonical Perturbation Theories, Degenerate Systems and Resonance, Springer.

Giorgili, A., 1990, New insights of the stability problem from re-cent results in classical perturbation theory, en Les méthodes mo-dernes de la Mécanique Céleste, editores C. Froeschlé y D. Benest, Frontiérs.

Goldstein, H., 1996, Mecánica Clásica, Editorial Reverté, S.A.

Gradshteyn I., Ryzhik, M., 2007, Table of Integrals, Series, and Products, Academic Press.

Lichtenberg, A. J., Lieberman, M. A., Regular and Chaotic Dynamics, Springer, 1992.