

## DINÁMICA NO LINEAL

### Materia de grado y posgrado

**Profesor: Pablo M. Cincotta**

**Carga horaria: 64 hs. de teoría y 35 de práctica (grado); 110 hs. de teoría y 45 de práctica (posgrado)**

- 1) Revisión de la mecánica Hamiltoniana. Transformaciones canónicas. Problema de Kepler. Variables ángulo-acción. Variables de Delaunay. Sistemas integrables I.
- 2) Hamiltoniano del péndulo, soluciones exactas y aproximadas. Frecuencia del péndulo. Separatriz. Puntos fijos: análisis de estabilidad. Variedades estables e inestables. *Whiskered torus*. Concepto de linealidad y no linealidad.
- 3) Oscilador cuártico. Soluciones exactas y aproximadas. Frecuencia del oscilador no lineal.
- 4) Perturbaciones a Hamiltonianos integrables. Teorías clásicas de perturbaciones, series asintóticas, pequeños denominadores, convergencia de las series. Superconvergencia de Kolomogorov.
- 5) Método de averaging o promediado. Discusión del principio. Demostración para un sistema con una única frecuencia. Alcances de aplicación de método.
- 6) Resonancia no lineal. Formulación del problema. Resonancias entre un sistemas 1D y una perturbación periódica externa. Descripción general de la resonancia no lineal. Modelo de péndulo para la resonancia. Parámetros. Diferencias entre sistemas lineales y no lineales. Validez de la aproximación del péndulo.
- 7) Resonancias en sistemas multidimensionales. Sistemas integrables II. Descripción geométrica en el espacio de las acciones y en el espacio de frecuencias. Hamiltoniano resonante para una resonancia simple. Parámetros. Alcances de la formulación. Ejemplos.
- 8) Criterio de *overlap* o superposición de resonancias. Formulación del criterio. Ejemplos de aplicación. Red de Arnold. Concepto de la difusión de Arnold.
- 9) Mapa standard. Formulación. Hamiltoniano asociado al mapa. Resonancias de primer y segundo orden. Overlap de resonancias. Propiedades. Espacio de fases extendido.
- 10) Perturbaciones a la separatriz del péndulo: mapa de la separatriz. Derivación del mapa. Integral de Melnikov-Arnold. Resonancias. Estructura de la capa estocástica. Propiedades.
- 11) Estocasticidad e inestabilidad local. Exponentes de Lyapunov, entropía KS. Caos e indicadores.
- 12) Difusión, revisión de la ecuación de difusión y sus soluciones. Aplicación a sistemas dinámicos de baja dimensionalidad. Difusión en el mapa standard, modos acelerados.

### Posgrado

- 13) Hamiltoniano de Arnold. Discusión del modelo. Mecanismo de Arnold: toros de transición y cadena de transición. Variación de las integrales no perturbadas y difusión de Arnold. Experimentos numéricos para

visualizar la difusión a lo largo de la resonancia.

14) Coeficiente de difusión para el modelo de Arnold sobre sus resonancias de primer orden. Resonancias *guiding*, *layer* y *driving*. Discusión de los alcances de las aproximaciones.

15) Descripción general de la difusión de Arnold para Hamiltonianos N-dimensionales. Coeficiente de difusión. Descripción de Chirikov y Nekhoroshev.

16) Teoría KAM (no rigurosa). Comparación entre las estimaciones que aporta la teoría KAM y el criterio de overlap de resonancias.

17) Aplicaciones: Órbitas en sistemas sin simetría central. Resonancias de 3 cuerpos. Difusión en diversos sistemas astronómicos y físicos.

## BIBLIOGRAFÍA

- Arnold, V. 1989, *Mathematical Methods of Classical Mechanics*, Springer-Verlag.
- Chirikov, B., 1979, A universal instability of many-dimensional oscillator systems, *Physics Reports*, 52, p. 263
- Cincotta, P. 2002, Arnold diffusion: an overview through Dynamical Astronomy, *New Astronomy Reviews*, 46, 13.
- Cincotta, P., Efthymiopoulos, C., Giordano, C., Mestre, M., 2014, Chirikov and Nekhoroshev diffusion estimates: Bridging the two sides of the river, *Physica D*, 266, 49
- Cincotta, P., Giordano, C., Martí, J., Beaugé, C., 2018, On the chaotic diffusion in multidimensional Hamiltonian systems, *Celestial Mechanics & Dynamical Astronomy*, 130, article id. 7, pp.
- Ferraz-Mello, S., 1990, *Canonical Perturbation Theories, Degenerate Systems and Resonance*, Springer, 2007.
- Giorgili, A., 1990, New insights of the stability problem from re-cent results in classical perturbation theory, en *Les méthodes modernes de la Mécanique Céleste*, editores C. Froeschlé y D. Benest, Frontiers.
- Goldstein, H., 1996, *Mecánica Clásica*, Editorial Reverté, S.A., Barcelona.
- Gradshteyn I., Ryzhik, M., 2007, *Table of Integrals, Series, and Products*, Academic Press.
- Lichtenberg, A. J., Leiberman, M. A., *Regular and Chaotic Dynamics*, Springer, 1992.
- Maffione, N. Gómez, F. Cincotta, P. & coauthors, 2015-2018, On the relevance of chaos for halo stars in the solar neighbourhood I - II, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 453, 2830 - 478, 4052.
- Notas completas del curso: accesibles en <http://fcaglp.unlp.edu.ar/~pmc/DNL/>