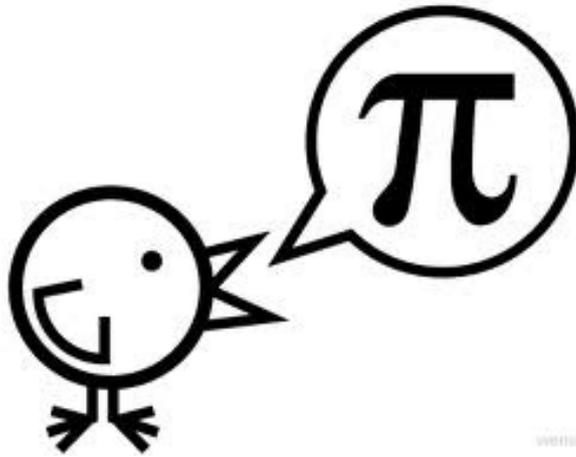


CURSO DE NIVELACIÓN - 2020

Números Reales



Facultad de Ciencias
**Astronómicas
y Geofísicas**
UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

Práctica 1

1. Dado el conjunto $A = \{1, 2, 3, \{3, 4\}, a, \{a, c\}\}$ determina cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas.

- a) $3 \in A$
- b) $3 \subset A$
- c) $\{3\} \in A$
- d) $\{3\} \subset A$
- e) $\{a, c\} \subset A$
- f) $\{1, 2, 3\} \subset A$
- g) $\emptyset \in A$
- h) $\emptyset \subset A$
- i) $\{3, 4, a\} \in A$

2. Sean A , B y C tres conjuntos cualesquiera. Hallá los siguientes conjuntos utilizando diagramas de Venn.

- a) $A \cap C$
- b) $C \cup B$
- c) $A \cap B \cup C$
- d) $(A \cap B) \cup C$
- e) $A \cap (B \cup C)$
- f) $(C \cap A) - C$

3. Cuáles de los siguientes números racionales son fraccionarios:

$$\frac{2}{3} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{10}{3} \quad \frac{262}{1} \quad \frac{15}{10} \quad \frac{0}{15847} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{12}{9} \quad \frac{229}{90}$$

4. Pasá los siguientes números racionales a fracción:

- a) 35.26
- b) 0.0034
- c) $12.\widehat{2}$

d) $3.\widehat{9}$

e) $50.0\widehat{25}$

f) $0.25\widehat{7}$

5. Expresa las siguientes desigualdades en notación de intervalos y represéntalos en la recta numérica (El símbolo \vee significa “o”, o sea, $A \vee B$, se lee A o B , mientras que el símbolo \wedge significa “y”, por lo tanto, $A \wedge B$ se lee: A y B .):

a) $\{x / 0 \leq x < \frac{3}{4}\}$

b) $\{x / -3.1 < x \leq 2\}$

c) $\{x / 2 < x < 6 \vee 3 < x \leq 7\}$

d) $\{x / 0 \leq x < 1 \wedge 1 < x < 2\}$

6. Representa en la recta numérica los siguientes conjuntos:

a) $(-1; 4)$

b) $(5; \frac{17}{2}]$

c) $(-2; 6) \cup [4; 9.7]$

d) $(\sqrt{2}; 5] \cap [3.2; 7]$

7. Calcula aplicando propiedades, sin utilizar calculadora:

a) $(-\frac{3}{5}) \cdot (2 - \frac{5}{2}) + \frac{(\frac{1}{9} - \frac{5}{12})}{(-\frac{1}{6})} =$

b) $\frac{[\frac{0.6}{(-0.3)} + 0.3 - \frac{13}{10}]}{0.5 \cdot \frac{15}{30}} =$

c) $(1 - 0.\widehat{6}) \cdot 0.\widehat{3} - (1 - 0.\widehat{5}) =$

d) $\frac{(|-5| + \frac{4}{10})}{(-|-2.5|)} =$

e) $\frac{100!}{99!} - \frac{99}{0!} - \frac{14+2}{2 \cdot 8} =$

8. Escribe V (Verdadero) o F (Falso) según corresponda y justifica tu respuesta.

a) $a^3 \cdot a^2 = a^6$

b) $m \cdot m \cdot m = 3m$

c) $(b \cdot b^2)^3 = b^9$

9. Resuelve aplicando **propiedades** de la potenciación:

-
- a) $\frac{4}{9} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} - \left(\frac{3}{2}\right)^{16} : \left(\frac{3}{2}\right)^{18} - 1^5 =$
- b) $\left(-\frac{3}{5}\right)^{-6} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)^7 + \left(\frac{5}{2}\right)^{-1} - \left[\left(-\frac{6}{5}\right)^{-2}\right] : \left(-\frac{1}{4}\right)^{-1} =$
- c) $\frac{(a \cdot a^2)^2}{a^5} =$
- d) $(b \cdot b^{-2})^3 \cdot b^2 =$
- e) $\left(\frac{m}{n^3}\right)^5 \cdot \left(\frac{m}{n}\right)^{-3} =$

10. Calcula sin utilizar calculadora:

- a) $9.5 \times 10^{-12} + (-5.28 \times 10^{-11}) =$
- b) $\frac{(-9.8 \times 10^{15})}{(-1.4 \times 10^{-9})} =$
- c) $10^{26} \cdot \left(\frac{5.1}{10^{23}}\right) \cdot (-2.5) =$

11. Calculá utilizando propiedades, sin usar calculadora. Dejá expresado el resultado en notación científica.

- a) $\left(\frac{8.4 \times 10^{19}}{10^{28}}\right) \cdot 5 =$
- b) $-8.13 \times 10^{14} - (-3.17 \times 10^{15}) =$
- c) $(7.3 \times 10^{-12}) : (2.5 \times 10^{-24}) =$

12. Primero expresá los números decimales como fracción y luego calculá utilizando propiedades, sin usar calculadora.

- a) $\sqrt[3]{2,16 \cdot 0,1} \div (0,3^2 - 0,1 \cdot 0,3) =$
- b) $0,\widehat{2} + 2,\widehat{15} - \sqrt[3]{0,\widehat{6} \cdot 12} =$
- c) $\frac{0,05 + 0,75}{0,01 + 0,03} - \frac{0,2^3}{\sqrt[4]{0,0016}} =$
- d) $\sqrt{(0,1 \cdot 0,3)^2} : (0,2 - 0,1)^2 - \sqrt{0,81} =$
- e) $\frac{0,7 + 1,\widehat{3}}{1,22} + 0,\widehat{12} \cdot 3,3 - 0,9 \cdot 0,1\widehat{7} + \sqrt{1,\widehat{7} \cdot 0,25} =$

13. Escribe V (Verdadero) o F (Falso) según corresponda y justifica tu respuesta.

- a) $\sqrt{a + b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$
- b) $\sqrt{a^3} = a^{\frac{2}{3}}$
- c) $\sqrt{x^2} = x$

14. Resuelve aplicando propiedades de la radicación especificando para qué valores son válidas las expresiones:

$$a) \sqrt{a^3} \sqrt{a} \sqrt{a^4} =$$

$$b) \sqrt[9]{\frac{x^{12}}{x^{15}}} =$$

$$c) 3\sqrt{x} + 5\sqrt{x} - \sqrt{4x} =$$

$$d) \sqrt[3]{8x} + \sqrt[6]{x^4} - 5\sqrt[3]{x} =$$

$$e) \frac{4x}{\sqrt[5]{x^3}} =$$

$$f) \frac{b-c}{\sqrt{b}-\sqrt{c}} =$$

15. Calculá utilizando propiedades, sin usar calculadora.

$$a) \frac{2^5}{2^3} + 3^{-1} - \sqrt{2}\sqrt{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} =$$

$$b) 3^{-2} \cdot \frac{1}{3^3} \cdot 3^6 + \sqrt{\sqrt{\frac{625}{81}}} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} =$$

$$c) \frac{2}{3} - 2 \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot (-12) + 2^{-2} =$$

$$d) \sqrt[3]{\left(\frac{3}{2}\right)^9} : \left(-\frac{2}{9}\right)^{-1} + \frac{15}{2} : (-30) + \frac{4}{9} =$$

$$e) \left(-\frac{3}{4}\right)^{-4} : \left(-\frac{1}{18}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right)^6 : \left(-\frac{1}{3}\right)^7 + \sqrt[3]{\left(\frac{7}{8} - 1\right) \cdot (-3)^3} =$$

$$f) \frac{\frac{4}{5} : \frac{6}{25}}{\left(\frac{1}{10}\right)^{-2}} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + \frac{2 - \frac{1}{3}}{\left(1 + \frac{1}{2}\right)^{-1}} =$$

$$g) \left(\frac{1}{3}\right)^{-1/3} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^{1/3} \cdot \frac{3^{3-1}}{3^{-13}} \cdot \left(-\frac{7}{3} + 2\right)^{-2/(-3)} \cdot \sqrt[3]{27^{-2/3}} + \frac{(-3^4)^3}{\sqrt{(-3)^3 \cdot 2^3}} =$$

$$h) \frac{\sqrt{(-2)^2}}{\sqrt{-2^2 + 2^3}} \cdot \frac{\left(\frac{4}{5} - \frac{2}{3}\right)}{\left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-1/3}\right]^{-3}} \cdot \frac{2^{2^3}}{2^{3^2}} \cdot \frac{\sqrt{3^2 + 0^2 + 4^2}}{\left[\left(\sqrt{(3+0+4)^2}\right)^2\right]^0} =$$

16. Calcula los siguientes logaritmos aplicando la definición:

$$a) \log_4 64 =$$

$$b) \log_3 \frac{1}{3} =$$

$$c) \ln 1 =$$

$$d) \log 0.001 =$$

e) $\log_{\frac{2}{3}} \frac{27}{8} =$

17. Utilizando la definición de **antilogaritmo**, despeja y halla con calculadora el valor de x .

a) $\log x = \frac{1}{2}$

b) $\log_2 x = 7.1$

c) $\log_x 8 = 3$

18. Indica si las siguientes igualdades son verdaderas o falsas justificando tu respuesta:

a) $(\log_3 4)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_3 4$

b) $\log_3 4^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_3 4$

c) $\frac{\log_3 2}{\log_3 5} = \log_3 2 - \log_3 5$

d) $\log_3 \frac{2}{5} = \log_3 2 - \log_3 5$

e) $\ln 2 = \frac{\log 2}{\log e}$

19. Sabiendo que $\log a = 2$, $\log b = 3$ y que $\log c = 4$, calcula los siguientes logaritmos:

a) $\log(a^2 \cdot b) =$

b) $\log \sqrt{\frac{b}{c^3}} =$

c) $\log \left(\frac{b^3}{\sqrt{a}} \cdot c \right) =$

20. Sabiendo que $\log_a(x) = 2$, $\log_a(t) = 13$, $\log_a(y) = 3$ y $\log_a(z) = 3/2$ calculá:

a) $\log_a(x \cdot y^2) =$

b) $\log_a \sqrt{x^3 \cdot y} =$

c) $\log_a \left(\frac{x}{yz} \right)^5 =$

d) $\log_z \left(\frac{\sqrt{x}}{y^3 z^4} \right)^6 =$

e) $\log_t \left(\frac{t^3 x^5 \sqrt{y}}{xyt} \right) =$

21. Calculá, sin utilizar calculadora, suponiendo que las variables toman valores permitidos.

-
- a) $\log_4 \left(\frac{\sqrt[5]{16}}{\sqrt{64}} \right) =$
- b) $\frac{4 \log_2 4}{3 \log_3 3} \cdot (\log_5 25)^{-1} - \frac{1}{3} =$
- c) $\frac{(\log_2 8)^2}{\log_2 \sqrt{2} + \frac{1}{2}} =$
- d) $\log_3 \left[\frac{3a + 9}{a + 3} \right]^3 =$
- e) $\frac{(\log_3 a)^2 + \frac{\log_9 a^2}{\log_a 9}}{\log_{2+1}(2a - a)} \cdot e^{\ln(\frac{1}{3})} =$
- f) $\log_a(a \cdot b) + \log_{\frac{1}{a}}(b) =$
- g) $\log_2 w - \log_2 \left(\frac{w}{q} \right) + (\log_{q^2}(4^{-1}))^{-1} - 2^{2 \log_2 1} =$
- h) $\ln e^2 + \frac{1}{2} (\log_a a^8)^{1/3} =$
- i) $\log_3(27)^{2/3} - \log_{4^3} 4 =$
- j) $\frac{\log_{11}(1/11)}{\log_b(b^{-2})} - \log_3 \sqrt{3} =$
- k) $\frac{\log_5 15}{\log_5 3} + \log_3 \left(\frac{1}{5} \right) + \left(5^{\frac{1}{2} \log_5 3} \right)^2 \log_{a+b} \sqrt[3]{a + b} =$

22. Problemas con logaritmos

- a) Una de las aplicaciones de la función logarítmica es el cálculo del pH de una sustancia a partir de la concentración de iones positivos de Hidrógeno ($[H]^+$). Así, $\text{pH} = -\log [H]^+$.
- 1) Calculá el pH de una solución cuya concentración de iones de hidrógeno es: $[H]^+ = 10^{-8}$; $[H]^+ = 0.03 \times 10^{-4}$; $[H]^+ = 5 \times 10^{-14}$; $[H]^+ = 5 \times 10^{-7}$ y $[H]^+ = 3 \times 10^{-3}$.
 - 2) Calculá $[H]^+$ para soluciones cuyo pH es: $\text{pH} = 7$, $\text{pH} = 11$, $\text{pH} = 3$ y $\text{pH} = 6$.
- b) La magnitud R (en la escala de Richter) de un terremoto de intensidad I se define como: $R = \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$, donde I_0 es la intensidad mínima utilizada como referencia.
- 1) Un terremoto tiene una intensidad de 4×10^8 veces I_0 ¿Cuál es su magnitud en la escala Richter?
 - 2) El terremoto de Anchorage, Alaska, del 27 de marzo de 1964, tuvo una intensidad de 2.5×10^8 veces I_0 ¿Cuál es su magnitud en la escala Richter?
 - 3) ¿Cuál es la intensidad de un terremoto que en la escala Richter llega a los 5 puntos? ¿Y uno que llega a los 7,8 puntos?

-
- c) Una escala utilizada para medir la magnitud de un sismo es la escala de Richter. La cantidad de energía liberada en un movimiento sísmico está dada por la fórmula: $\log E = 1.5R + 11.8$, donde E es la energía liberada medida en ergios y R es la magnitud del sismo en grados en la escala de Richter.
- 1) Expresá la energía liberada en su forma exponencial.
 - 2) ¿Qué cantidad de energía se libera en un temblor de grado 4?, ¿y en uno de grado 5?
 - 3) ¿Cuál es la relación numérica entre ambos valores?
 - 4) El aumento de un grado en la escala Richter, ¿Qué aumento representa, aproximadamente, en la cantidad de energía liberada? Y si el aumento fuera de dos grados, ¿qué incremento se produce en la energía liberada?
 - 5) Desde que se dispone de instrumentos de medición sísmica, el terremoto de mayor magnitud registrada es el de Valdivia en el año 1960, que tuvo una magnitud de 9,5 grados en la escala de Richter. Compará la energía liberada en este terremoto con la de Cauçete del año 1977 que fuera de 7,4 grados de la misma escala.
- d) La magnitud aparente, m , de una estrella mide el brillo observado de la misma, mientras que la magnitud absoluta, M , mide el brillo que observaríamos si la estrella estuviera a 10 pc¹ de distancia. Cuanto más chica es la magnitud (absoluta o aparente), más brillante será la estrella. Conociendo ambas magnitudes se puede calcular la distancia, d , a la estrella como $m - M = -5 + 5 \log(d)$.
- 1) Calculá la distancia al Sol sabiendo que su magnitud aparente es igual a -26.7 y su magnitud absoluta es 4.9.
 - 2) Sabiendo que la magnitud absoluta de Sirio es 1.4 y se encuentra a una distancia aproximada de 2.7 pc y que para la estrella Antares $M = -4.8$ y $d = 130$ pc. ¿Cuál de las dos estrellas se ve más brillante?

¹El parsec (pc) es una medida astronómica de distancia, es aproximadamente igual a 3.26 años luz (3.09×10^{13} km)