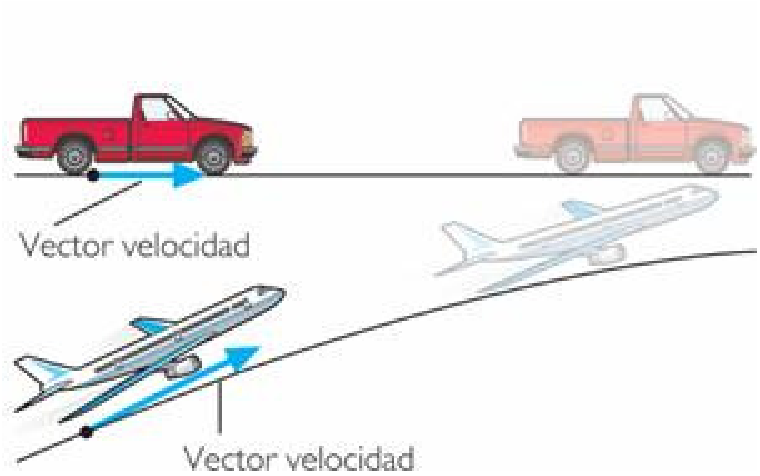
CURSO DE NIVELACIÓN - 2020

Vectores



Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas
UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

Práctica 6

1. Completa el siguiente cuadro y representa los vectores en un sistema de ejes cartesianos:

Vector	Punto Inicial	Punto Final	Componentes del vector
$\vec{A}$	(1;3)	(3;5)	
$\vec{B}$	(2;-1)		(3;5)
$\vec{C}$		(-3;1/2)	(0;3/2)
$\vec{D}$		(-1;-3)	(-1;-3)
$\vec{E}$	(-2;1;-2)	(0;-1;-3)	
$\vec{F}$		(1;0;-3)	(2;-1;2)
$\vec{G}$	(2/3;-1/2;1)		(1;3/4;-2)

2. Determina el módulo y los ángulos de posición de los siguientes vectores. Grafique.

   a) $\vec{A} = (2; 4)$
   b) $\vec{G} = (3; 1; 2)$
   c) $\vec{C} = (-4; -3)$
   d) $\vec{D} = (8; -6)$
   e) $\vec{E} = (4; 4; -7)$
   f) $\vec{F} = (2/3; -5/2; 1)$
   g) $\vec{G} = (0, 0, 25)$
   h) $\vec{H} = (0, -3, 0)$

3. Determina las componentes de los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ sabiendo que:

   a) $\theta = \frac{\pi}{2}$, $\phi = \frac{\pi}{4}$ y $|\vec{A}| = 5$
   b) $B = \frac{2}{3}$, $\operatorname{sen}\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ y $\phi = 120°$

4. Dados los vectores $\vec{C} = (-1, 2, -3)$ y $\vec{D} = (0, 4, \frac{1}{2})$ realiza las siguientes operaciones en forma gráfica y analítica:

   a) $\frac{1}{2}\vec{D} - \vec{C}$

b) $-\vec{D} + (-2)\vec{C}$

5. Calcula el producto $\vec{A} \cdot \vec{B}$ con los datos que se indican en cada caso (α es el ángulo comprendido entre $\vec{A}$ y $\vec{B}$):

   a) $\vec{A} = (1; 5)$; $|\vec{B}| = \sqrt{6}$ y $\alpha = 45°$

   b) $|\vec{A}| = |\vec{B}| = 3$ y $\alpha = 150°$

6. Determina cuáles de estos vectores son perpendiculares:
   $\vec{H} = (1, -2, -1)$, $\vec{I} = (-2, 1, -2)$, $\vec{J} = (-\frac{11}{2}, -3, \frac{1}{2})$

7. Calcula el producto $\vec{A} \times \vec{B}$ con los datos que se indican en cada caso:

   a) $\vec{A} = 2\vec{B}$ y $\vec{A} = 3\,\breve{i} - \frac{3}{2}\,\breve{j} - 1\,\breve{k}$

   b) $\vec{A} = (4; -1; 2)$ y $\vec{B} = (1; 2; -1)$

8. Dados los vectores $\vec{A} = (-1; -2; 3)$, $\vec{B} = (1; 0; -2)$ y $\vec{C} = (1; 2; -3)$ calcula, de ser posible, las siguientes operaciones (en caso de no ser posible justificar la desición):

   a) $2\vec{A} \times \vec{B} \cdot \vec{C}$

   b) $2\vec{A} \cdot (\vec{B} - \vec{C}) \times \vec{A}$

   c) $2\vec{A} \cdot \vec{C} \times (\vec{B} - \vec{C})$

   d) $\vec{C} \times (\vec{C} - |\vec{A}|\vec{B})$

   e) $\vec{A} \cdot (2\vec{B}) \times \vec{C}$

   f) $B + \vec{A} \cdot \vec{C} - |\vec{A} \times \vec{B}|$

9. Verifica las siguientes afirmaciones:

   a)
   - $\breve{i} \times \breve{j} = \breve{k}$
   - $\breve{j} \times \breve{k} = \breve{i}$
   - $\breve{k} \times \breve{i} = \breve{j}$

   b)
   - $\breve{k} \times \breve{j} = -\breve{i}$
   - $\breve{j} \times \breve{i} = -\breve{k}$
   - $\breve{i} \times \breve{k} = -\breve{j}$

10. Halla $(2; -3; 1) \times (\breve{i} + \breve{j} - 2\breve{k})$

11. Dados los vectores $\vec{A} = (2; 1; -3)$ y $\vec{B} = (1; 0; 2)$ determina:

    a) Un vector unitario perpendicular a $\vec{A}$ y $\vec{B}$ simultáneamente.

    b) El área del triángulo formado por los vectores $\vec{A}$ y $2\vec{B}$

12. Hallar el ángulo entre los vectores $\vec{P} = (-2, 2, 4)$ y $\vec{Q} = (5, 2, -3)$.

13. Dados dos vectores tales que $|\vec{A}| = \frac{1}{2}$ y $|\vec{B}| = 3$ calcule el producto escalar entre ambos suponiendo que éste es negativo, sabiendo que el módulo del producto vectorial es igual a $\frac{6}{5}$.

14. Halla el perímetro y la amplitud de los ángulos interiores del triángulo ABC cuyos vértices son $A = (5; 3; 0)$, $B = (2; -3; 1)$ y $C = (-5; -2; 1)$.

15. Un avión vuela en dirección S 30°O con una velocidad de 500 km/h ¿Cuáles son las componentes S y O de la velocidad?

16. Un río recto fluye al Este a una velocidad de 4 km/h. Un nadador cruza en dirección Sur a una velocidad de 2,5 km/h respecto al río. Determina la velocidad del nadador respecto a la orilla.

17. Encuentra la resultante de la actuación de las siguientes fuerzas sobre un punto P y explicita si el mismo se encuentra en equilibrio[1]:

    a) $\vec{F_1} = (3; 2)$ y $\vec{F_2} = (5; -4)$

    b) $\vec{F_1} = 2\breve{i} + 5\breve{j}$; $\vec{F_2} = -\breve{i} + 2\breve{j}$ y $\vec{F_3} = -\breve{i} - 7\breve{j}$

    c) $\vec{F_1} = (1; -2; 3)$; $\vec{F_2} = (2; 5; -4)$ y $\vec{F_3} = -3\breve{i} + 3\breve{j} - \breve{k}$

18. Un bloque que pesa 50 $\vec{\text{kg}}$ está sostenido por dos cuerdas que forman con el techo ángulos de 50° y 30° respectivamente. Encuentra las tensiones en ambas cuerdas.

19. Demuestre las siguientes propiedades considerando que $\vec{A} = (a_x, a_y, a_z)$, $\vec{B} = (b_x, b_y, b_z)$ y $\vec{C} = (c_x, c_y, c_z)$ son tres vectores cualesquiera.

    a) $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$

    b) $\vec{A} \cdot (\vec{B} \pm \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} \pm \vec{A} \cdot \vec{C}$

    c) $k(\vec{A} \cdot \vec{B}) = (k\vec{A}) \cdot \vec{B} = \vec{A} \cdot (k\vec{B})$ con $k \in \mathbb{R}$.

    d) $\vec{A} \cdot \vec{A} = (\vec{A})^2 = |\vec{A}|^2 = A^2$

    e) $\vec{A} \times \vec{B} = -(\vec{B} \times \vec{A})$

    f) $\vec{A} \times (\vec{B} \pm \vec{C}) = \vec{A} \times \vec{B} \pm \vec{A} \times \vec{C}$

    g) $k(\vec{A} \times \vec{B}) = (k\vec{A}) \times \vec{B} = \vec{A} \times (k\vec{B})$ con $k \in \mathbb{R}$.

    h) $\vec{A} \times \vec{A} = \vec{0}$

    i) $\vec{A} \times \vec{B} = \vec{C} \Longrightarrow \vec{C} \perp \vec{A}$ y $\vec{C} \perp \vec{B}$

[1]Un objeto se encuentra en equilibrio cuando la suma de todas las fuerzas que actúan sobre él es igual a cero.