CURSO DE NIVELACIÓN - 2020

Trigonometría

Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas
UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

Práctica 5

1. Escribe verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

   a) $15°\,24' \;=\; 924^{\mathrm{m}}$

   b) $162°5 \;=\; 162°\,5'$

   c) $\dfrac{5}{4}\,\pi \;=\; 225°$

2. Completá con V (verdadero) o F (falso) según corresponda. Justificá.

   a) Si el coseno de un ángulo es negativo, el ángulo pertenece al tercer o cuarto cuadrante.

   b) Si el coseno de un ángulo es negativo y el seno del mismo ángulo es positivo, el ángulo pertenece al segundo cuadrante.

   c) Si la tangente de un ángulo es positiva, se puede asegurar que dicho ángulo pertenece al primer cuadrante.

   d) Si un ángulo pertenece al tercer cuadrante, el seno de dicho ángulo es positivo.

   e) Si el seno de un ángulo es positivo y la tangente es positiva, el ángulo pertenece al primer cuadrante.

3. Hallar el seno, el coseno y la tangente del ángulo β, en función de las funciones trigonométricas del ángulo $\alpha \in$ I cuadrante, sabiendo que:

   a) α y β son ángulos complementarios.

   b) α y β son ángulos suplementarios.

4. Demuestre, utilizando las relaciones fundamentales, las siguientes identidades:

   a) $\tan(\alpha + \beta) = \dfrac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan(\alpha)\,\tan(\beta)}$

   b) $\operatorname{sen}\gamma = \dfrac{\cos\gamma}{\cot\gamma}$

   c) $|\sec\delta| = \sqrt{1 + \tan^2\delta}$

   d) $1 - \operatorname{sen}\theta = (\operatorname{sen}\theta/2 - \cos\theta/2)^2$

   e) $\sec(2\epsilon) = \dfrac{-1}{1 - 2\cos^2\epsilon}$

5. Completa la siguiente tabla.

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\dfrac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\,\pi$	$\frac{3}{4}\,\pi$	$\frac{5}{6}\,\pi$	π	$\frac{7}{6}\,\pi$	$\frac{5}{4}\,\pi$	$\frac{4}{3}\,\pi$	$\dfrac{3}{2}\,\pi$	$\frac{11}{6}\,\pi$	$\frac{7}{4}\,\pi$	$\frac{5}{3}\,\pi$	$2\,\pi$
sen x																	
cos x																	
tan x																	
csc x																	
sec x																	
cot x																	

A estos ángulos se les conoce con exactitud el valor de sus funciones trigonométricas. Esto quiere decir que en la resolución de problemas los podemos tomar como datos conocidos.

6. Encuentra el valor de los ángulos, pertenecientes al intervalo $[0, 2\pi)$, que satisfacen las siguientes condiciones:

   a) $\tan(\gamma) = 1$

   b) $\operatorname{sen}(\epsilon) = \sqrt{3}\,\cos(\epsilon)$

   c) $\arccos 1 = \theta$

   d) $\operatorname{sen}(\delta) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

   e) $\cos(\beta) = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

   f) $\tan(\alpha) = 10^{10000}$

   g) $\operatorname{arc\,sen} 0 = x$

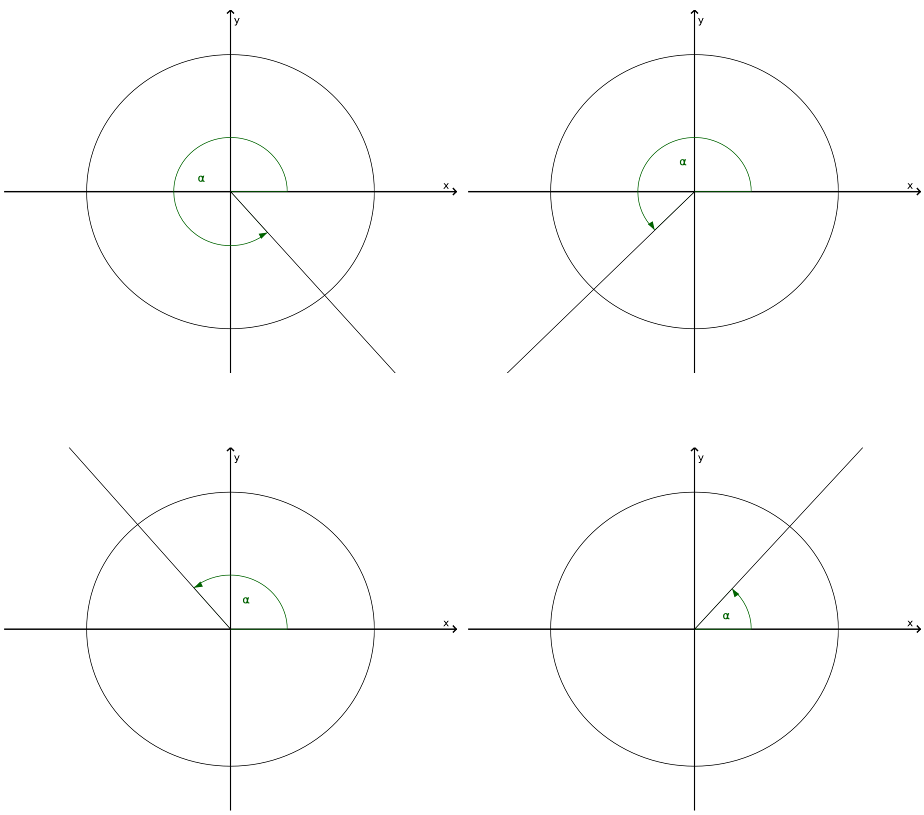
7. Calcula, en grados sexagesimales, el valor aproximado de cada uno de los siguientes ángulos: $\alpha = 1$ rad, $\beta = 8\pi$, $\gamma = \dfrac{\pi}{3}$ y $\delta = 3.5$.

8. Expresa los siguientes ángulos en radianes, dando las respuestas en función de π: $\rho = 150°$, $\epsilon = 210°$, $\lambda = 60°$ y $\mu = 315°$.

9. Completa el siguiente cuadro:

Sistema horario	Sistema sexagesimal	Sistema circular
	$270°$	
		$\frac{\pi}{6}$
12^{h}		
		$\frac{2}{3}\pi$
		$\frac{3}{4}\pi$
3^{h}		
	$20°$	
84^{h}		

10. Dibuja en cada una de las circunferencias trigonométricas los segmentos que representan al sen α, cos α y tan α.



11. Calcula el valor de las restantes funciones trigonométricas, sin hallar el ángulo x, teniendo en cuenta los siguientes datos:

    a) sen $x = \dfrac{1}{2}$ y $x \in$ I

    b) tan $x = -\sqrt{3}$ y $x \in$ II

    c) cos $x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ y $x \in$ IV

12. Marca con una cruz la opción correcta. Justifica.

a) Si $f(x) = \operatorname{sen}^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, entonces $f(\pi/3)$ es igual a:

$\square\ \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad$ $\square\ -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad$ $\square\ \frac{1}{4}$ $\quad$ $\square\ \frac{1}{2}$

b) Si $f(x) = -2\tan(-\pi - x)$, entonces $f(-\pi/6)$ es igual a:

$\square\ -2\frac{\sqrt{3}}{3}$ $\quad$ $\square\ 2\frac{\sqrt{3}}{3}$ $\quad$ $\square\ \frac{-\sqrt{3}}{3}$ $\quad$ $\square\ -\sqrt{3}$

c) Si $f(x) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, entonces $f(-\pi/3)$ es igual a:

$\square\ -\sqrt{3}$ $\quad$ $\square\ \frac{\sqrt{3}}{3}$ $\quad$ $\square\ \sqrt{3}$ $\quad$ $\square\ -\frac{\sqrt{3}}{3}$

13. Resuelve.

a) $\cos(-x)\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \operatorname{sen}(\pi + x)\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) =$

b) $\dfrac{\operatorname{sen}(\pi + x) - 2\operatorname{sen}(-x)}{4\cos(\pi + x) + \cos(2\pi - x)} =$

c) $\dfrac{\cos(\pi - x)\cos(\pi + x)}{2\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)} =$

d) $\operatorname{sen}^3(\pi + x) - \cos^3\left(\frac{\pi}{2} - x\right) =$

e) $\tan(-x)\cos(\pi + x)(\csc x)^{-1} + \operatorname{sen}^2(\pi + x) + 2\cos^2(-x) =$

f) $\dfrac{\cos(\pi + y)}{\operatorname{sen}(\pi/2 - y)}\,\dfrac{\operatorname{sen}(2y)}{\operatorname{sen}(4\pi + y)}\tan(-y)\arccos(-1) + \operatorname{sen}(-y + \pi) =$

14. Utilizando las fórmulas del seno y el coseno para la adición y sustracción y la tabla dada en la reducción al primer cuadrante, calcula en forma exacta (sin hacer la cuenta en la calculadora):

a) $\operatorname{sen}(75°)$

b) $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$

c) $\tan(15°)$

d) $\csc\left(-\frac{5\pi}{12}\right)$

e) $\sec\left(\frac{7}{12}\pi\right)$

15. Simplifica la expresión mediante la aplicación de una fórmula de ángulo doble o semiángulo según corresponda:

    a) $\operatorname{sen}(18°)\, 2\cos(18°) =$

    b) $\dfrac{1 - \cos(4\,\alpha)}{\operatorname{sen}(4\,\alpha)} =$

    c) $-\operatorname{sen}^2(5\,\beta) + \cos^2(5\,\beta) =$

    d) $\sqrt{\dfrac{1 - \cos(8\,\delta)}{2}} =$

16. Determina cuáles de las siguientes expresiones son identidades trigonométricas.

    a) $\cos^2 \alpha = 1 - \operatorname{sen}^2 \alpha$

    b) $\operatorname{sen} \alpha + \cos \alpha = \tan \alpha$

    c) $\tan \alpha \,.\, \cot \alpha = 1$

    d) $\operatorname{sen} \alpha = 1 - \csc \alpha$

    e) $\cos \alpha = (\sec \alpha)^{-1}$

    f) $\operatorname{sen} \alpha + \cos \alpha = 1$

17. Verifica las siguientes identidades trigonométricas.

    a) $\dfrac{1 + \cos \alpha}{\operatorname{sen} \alpha} + \tan \alpha = \dfrac{1 + \cos \alpha}{\operatorname{sen} \alpha \,.\, \cos \alpha}$

    b) $\dfrac{1 + \tan \beta}{1 + \cot \beta} = \tan \beta$

    c) $\dfrac{1}{\dfrac{1}{\cos^2 \beta}(1 - \operatorname{sen}^2 \beta)} + \tan^2 \beta = \sec^2 \beta$

    d) $\dfrac{\operatorname{sen}(x + y) - \operatorname{sen}(x - y)}{\cos(x + y) + \cos(x - y)} = \tan y$

18. Plantea y resuelve cada uno de los siguientes problemas.

    a) ¿Cuál es el ángulo de elevación del sol cuando un mástil de 24 m proyecta una sombra de 16 m?

    b) ¿Cuál es la altura de una antena si una persona que se encuentra a 250 m de su base, observa la punta bajo un ángulo de 22°?

    c) ¿Cuál es el área de un pentágono regular de 40 cm de perímetro?

    d) Un barrilete se encuentra a 40 m de altura y su cuerda tiene una longitud de 80 m. ¿Cuál es el ángulo que forma la cuerda con el piso?

e) ¿Cuál es el área de un rombo de 4 cm. de lado y un ángulo interior de 67°?

f) Un árbol está situado en la orilla de un río. El extremo superior del árbol, desde un cierto punto ubicado en la otra orilla del río, determina un ángulo de elevación de 17°. Si a 25 m de dicho punto y en dirección al árbol, el ángulo es de 35°, ¿cuál es la altura del mismo?

g) Tres pueblos X, W y Z, están unidos por carreteras rectas. La distancia entre X y W es de 6 km.; a los pueblos W y Z los separan 9 Km. El ángulo que forman las carreteras que unen X con W y W con Z es de 120°.¿Qué distancia hay entre X y Z?

h) En una plazoleta de forma triangular, los lados miden 60 m, 75 m y 50 m ¿Qué ángulos se forman en las esquinas de las mismas?

i) Un helicóptero viaja de una ciudad a otra, distantes entre si 40 Km. En un determinado momento, los ángulos que forman las visuales, desde el helicóptero, hacia las ciudades con la horizontal son de 14° y 26°, respectivamente. ¿Qué distancia hay en ese momento entre el helicóptero y las ciudades?

j) María está mirando por la ventana cómo llega su hijo de la escuela. Cuando está parado en el cordón de la vereda de enfrente, lo ve con un ángulo de 40°, y cuando llega al cordón de la vereda de su casa, lo ve con un ángulo de 28°. Si el ancho de la calle es de 15 m, ¿a qué altura está la ventana?

k) Claudio observa un árbol desde la orilla opuesta de un río, mide el ángulo que forma su visual con el punto más alto del árbol y obtiene 43°; retrocede 10 m y mide un nuevo ángulo, obteniendo un resultado de 35°.¿Qué altura tiene el árbol?

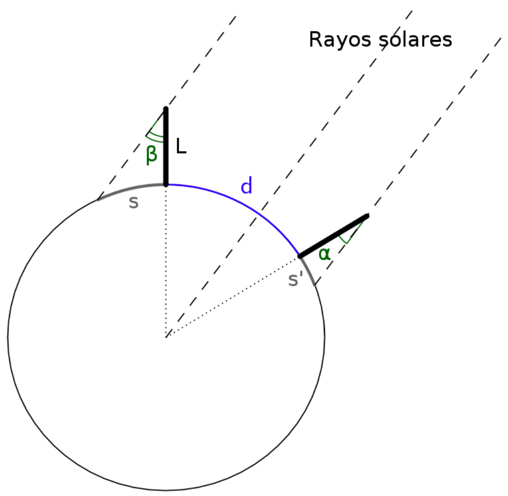
l) Desde un acantilado se ve un barco. El ángulo que forman la visual y la vertical es de 37°. Cuando el barco se aleja 200 m más desde el acantilado, se ve con un ángulo de 52°.¿Cuál es la altura del acantilado y a qué distancia se encontraba el barco del acantilado originalmente?

19. **Problema de Eratóstenes**

    Para poder realizar el cálculo de Eratóstenes tomando dos punto cualesquiera del mundo, lo que hay que tener en cuenta es que **ambos puntos deben tener la misma longitud.**

    Entonces, vamos a suponer que tomamos dos postes de longitud L y los ubicamos en dos puntos diferentes, separados por una distancia d, sobre la superficie de la Tierra de modo que ambos estén sobre el mismo meridiano. Luego a la misma hora se miden las longitudes de sus sombras, siendo la sombra de uno de los postes de longitud s y la otra de longitud s'. Siguiendo el razonamiento de Eratóstenes calcule la longitud del radio terrestre (expresado en función de los datos del problema)[1].

[1] Sugerencia: Primero relea y comprenda bien el ejemplo dado en la Teoría sobre el cálculo realizado por Eratóstenes. Luego, tenga en cuenta que los triángulos formados por el poste, su sombra y el rayo de sol son rectángulos.


Rayos solares
L
β
d
s
α
s'