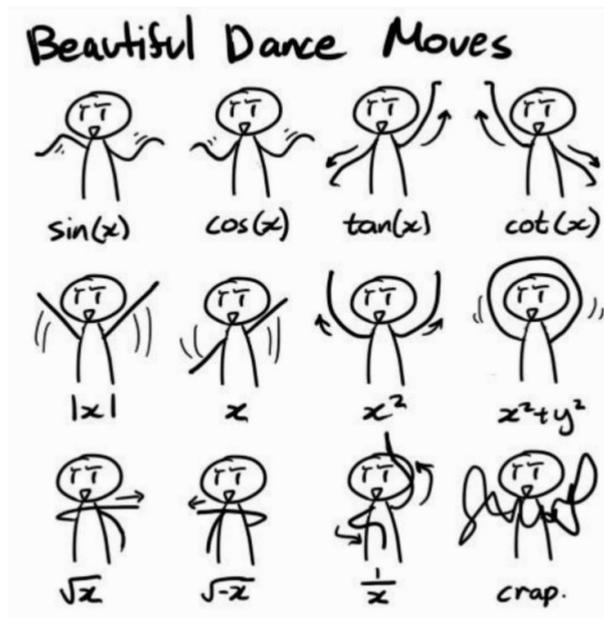


CURSO DE NIVELACIÓN - 2020

2da parte

Funciones



Facultad de Ciencias
**Astrómicas
y Geofísicas**
UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA



Práctica 4

1. ¿Cuáles de las siguientes expresiones son polinomios? Justificá tu respuesta.

a) $P(x) = 3x + 4x^2 - \sqrt{2}x^8$

b) $Q(z) = \frac{3}{5}z^{12} - z^{-6}$

c) $R(a) = 4$

d) $H(w) = -2.5w + 4 \times 10^{23}w^{67} - \sqrt{w^3}$

2. Identificá entre las siguientes funciones cuáles son lineales:

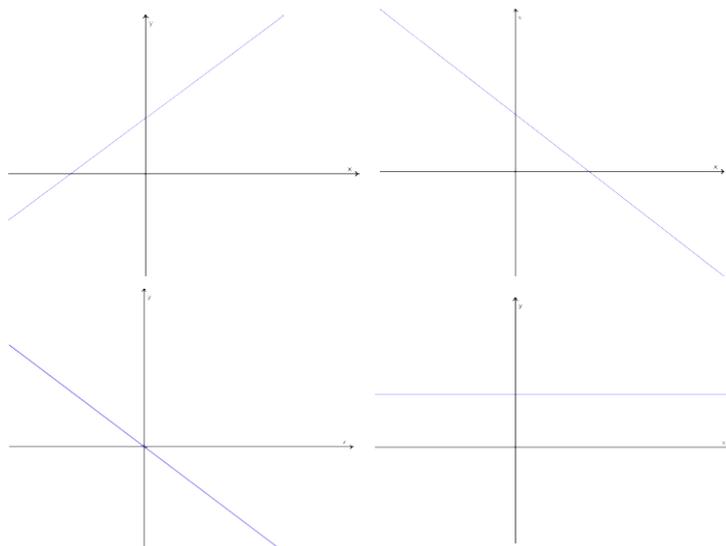
a) $f(h) = h^2 - (h - 3)^2$

b) $g(q) = \frac{1}{2}(q + 4) - 3q$

c) $h(r) = \frac{r^2 - 4}{r + 2}$

3. Uní con flechas los gráficos y las distintas condiciones que deben cumplir las funciones que pueden representarlos y justificá tu respuesta.

$y = mx + b$ con $b > 0$ y $m < 0$
$y = mx + b$ con $b = 0$ y $m < 0$
$y = mx + b$ con $b > 0$ y $m = 0$
$y = mx + b$ con $b > 0$ y $m > 0$



4. Dadas las siguiente funciones lineales determiná cuáles son paralelas y cuáles son perpendiculares.

a) $f(x) = 3x + 1$; $g(x) = 3(x - 1)$

b) $y + 1 - 2x = x + \frac{1}{2}; 1 = y - \frac{1}{3}x$

c) $f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}; y - 1 = -2(-1 - x)$

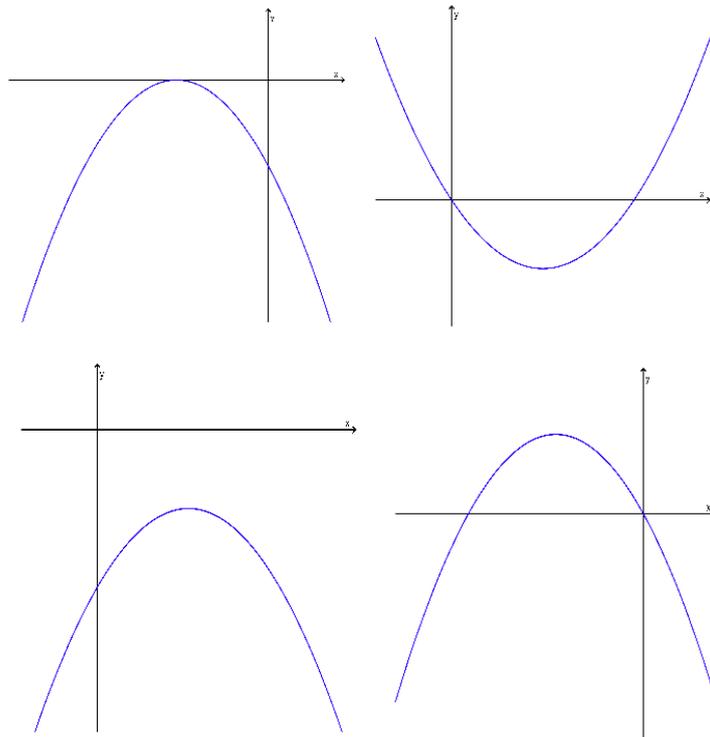
5. Encontrá la función lineal sabiendo que:

a) La recta pasa por los puntos $(0, 0)$ y $(1, 1)$.

b) La recta tiene una inclinación de 45° y pasa por el punto $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.

c) La recta pasa por el punto $(-2, -2)$ y es perpendicular a la recta $y = -x$

6. Identificá en cada caso si el discriminante, Δ , es mayor, menor o igual a cero.



7. Encuentra la expresión canónica de las siguientes funciones cuadráticas.

a) $y = 4x^2 - 8x + 5$

b) $y = -2x^2 - 2x - \frac{3}{2}$

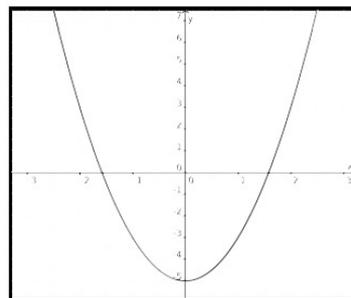
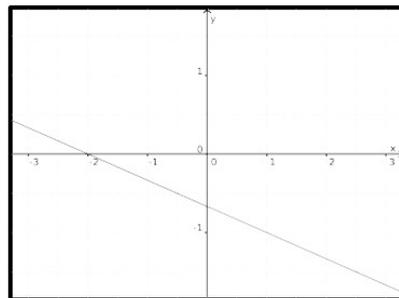
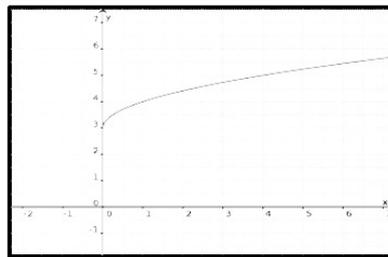
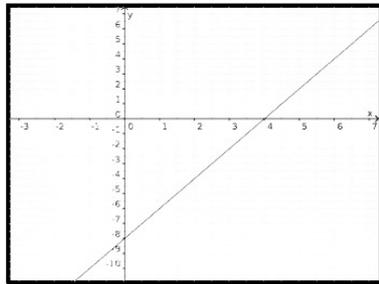
8. A continuación se presentan las fórmulas y gráficos de varias funciones. Vinculá cada gráfico con su fórmula.

$$y = 2x - 8$$

$$y = \sqrt{x} + 3$$

$$y = 2x^2 - 5$$

$$-3y - 2 = x$$



Funciones lineales

1. Para cada una de las siguientes funciones lineales determiná su ordenada al origen, su raíz, su pendiente y representa gráficamente.

a) $f(x) = x + 2$

b) $g(x) = -3x + 2$

c) $2x + 5 = 3y$

d) $y = -1$

e) $x - y = 0$

f) $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} = 1$

2. Dadas las siguientes funciones lineales decidí cuáles son paralelas, cuales corresponden a rectas perpendiculares y cuáles, a rectas que no son ni paralelas ni perpendiculares:

-
- a) $y = 2x + 1$
 - b) $4x - 2y = 1$
 - c) $8x - 4y = -1$
 - d) $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$
 - e) $x + 2y = 2$
 - f) $-4y + 1 = 2x$
 - g) $y = \frac{1}{2}x + 1$
 - h) $-x + 1 = 2y$

3. Encuentra la expresión de la función lineal que cumple en cada caso con las condiciones indicadas:

- a) Tiene pendiente -3 y raíz 4
- b) Pasa por los puntos $(-1; 2)$ y $(\frac{1}{2}; 5)$
- c) Tiene ordenada al origen $(0; -8)$ y pasa por $(1; 4)$
- d) Es una recta paralela a la que representa la función $f(x) = -3x + 5$ y que pasa por $(-3; 5)$.
- e) Pasa por el punto $(1; 3)$ y es perpendicular a la recta que pasa por los puntos $(-1; 1)$ y $(6; 5)$.

4. Para estimar la presión atmosférica en cierto lugar próximo al nivel del mar, puede aplicarse la siguiente fórmula: $P(h) = -\frac{1}{10500}h + 760$, donde P representa el valor de la presión en milímetros de mercurio (mm Hg) y h la altura sobre el nivel del mar expresada en mm.

- a) ¿Cuál es la presión atmosférica aproximada que soporta un avión que vuela a 3500m de altura?
- b) ¿A qué altura sobre el nivel del mar se encuentra la ciudad de Córdoba si la presión atmosférica promedio en esa localidad es de 72,2 cm Hg?
- c) ¿Entre que valores de altura sería razonable utilizar esta fórmula?

5. Un automóvil se dirige por un camino recto a 90 km/h desde la ciudad A hasta la ciudad B , distantes entre sí 120 km.

- a) Encuentra una expresión que represente la situación.
- b) ¿A cuántos km de B se encontrará luego de transcurridos 45 minutos de viaje?
- c) ¿En qué momento se encontrará a 15 km de B ?
- d) ¿Cuál es el dominio para esta función?

6. Los puntos $A = (1; 1)$, $B = (-3; 5)$ y $C = (0; 8)$ son tres vértices de un rectángulo. Determina las coordenadas del cuarto vértice y encuentra analíticamente las rectas que representan los lados expresadas en forma simétrica.

Funciones cuadráticas

1. Indicá cuales de las siguientes ecuaciones se corresponde con el gráfico de la función.

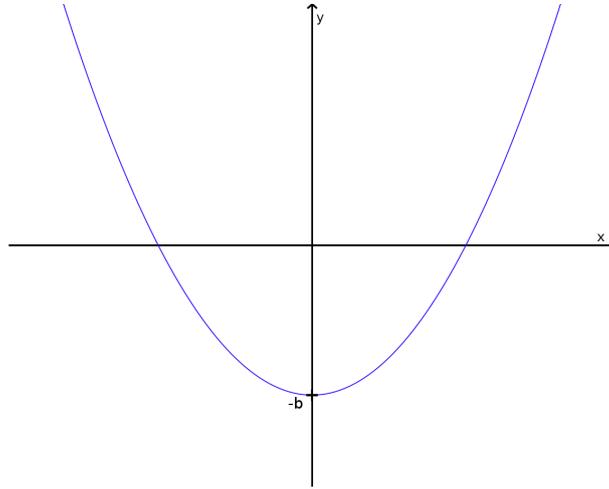
Suponga que $a, b > 0$

$$y = -ax^2 + b$$

$$y = -ax^2 - b$$

$$y = ax^2 + b$$

$$y = ax^2 - b$$



Suponga que $a, b > 0$

$$y - b = (x + a)^2$$

$$y - b = (x - a)^2$$

$$y + b = (x + a)^2$$

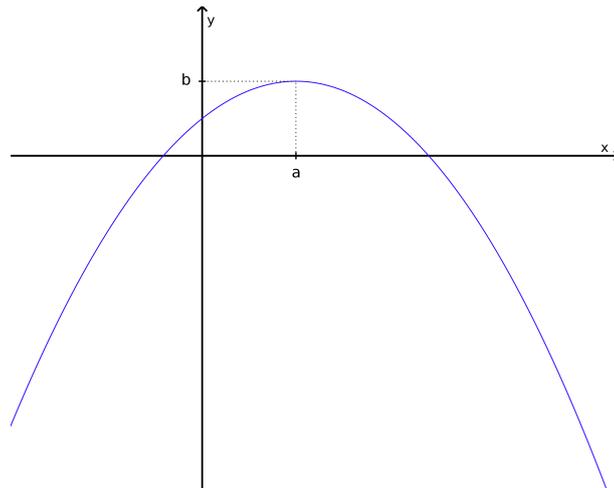
$$y + b = (x - a)^2$$

$$y - b = -(x + a)^2$$

$$y - b = -(x - a)^2$$

$$y + b = -(x + a)^2$$

$$y + b = -(x - a)^2$$



2. Escribí V o F según corresponda:

- a) La gráfica de $y = x^2 + n$ ($n > 0$) es la gráfica de $y = x^2$ desplazada hacia arriba.
- b) La gráfica de $y = x^2 - rx$ ($r > 0$) es la gráfica de $y = x^2$ desplazada hacia la izquierda.
- c) La gráfica de $y = x^2 - m$ ($m < 0$) es la gráfica de $y = x^2$ desplazada hacia abajo.
- d) La gráfica de $y = x^2 - tx$ ($t < 0$) es la gráfica de $y = x^2$ desplazada hacia la izquierda.

3. Encuentra el vértice, la imagen, la recta correspondiente al eje de simetría, la ordenada al origen y las raíces de la función $y = -3x^2 + x + 2$.

-
4. Determiná la naturaleza de las raíces de las siguientes funciones cuadráticas sin resolver la ecuación.

a) $g(y) = y^2 - 4y - 4$

b) $f(x) = ax^2 + bx + c$ donde $a = -1$, $b = -3$ y $c = -4$

c) $f(x) = bx^2 + cx + a$ donde $a = -1$, $b = -2$ y $c = 2\sqrt{2}$

d) $f(z) = -3 + z^2$

e) $w(h) = 6h + \sqrt{3}h^2 + 3\sqrt{3}$

5. Halla las expresiones polinómicas de las siguiente funciones:

a) El vértice es $(-3; -2)$ y el coeficiente principal es -2 .

b) Las raíces son $x_1 = -4$ y $x_2 = 2$ y el coeficiente principal es -1 .

c) El vértice es $(-3; -2)$ y pasa por el punto $(0; 1)$.

d) Corta al eje x en $(-1; 0)$ y $(4; 0)$ y pasa por el punto $(-4; 5/6)$.

6. Realizá el gráfico aproximado de cada una de las siguientes funciones. Indicá el vértice, el eje de simetría, las raíces y la imagen.

a) $y = \frac{1}{2}(x - 3)^2 - 2$

b) $y = 3(x + \frac{3}{2})^2 + \frac{1}{2}$

c) $y = 2(x + 3)(x - \frac{1}{2})$

d) $y = -\frac{1}{4}(x - 5)(x + 2)$

7. Se lanza una pelota desde el suelo hacia arriba verticalmente. La altura, H , que alcanza la pelota, medida desde el suelo en metros, en función del tiempo, t , medido en segundos, se calcula a través de la siguiente fórmula: $H(t) = 20t - 5t^2$.
¿Cuál es la altura máxima que alcanza la pelota y en qué momento lo hace?
¿Después de cuánto tiempo cae la pelota al suelo? ¿Cuáles son las respuestas a estas preguntas si la pelota se lanza desde 25 metros de altura?

8. Los registros de temperatura tomados entre las 0 hs y las 24 hs en una zona rural se ajustan a la función $y - 10 = -\frac{1}{10}(x - 12)^2$, donde y representa a la temperatura en grados centígrados y x es la hora del día. ¿Cuál fue la temperatura máxima? ¿A qué hora se registró? ¿Qué temperatura habría a las tres de la tarde?

Problemas mixtos

1. En un edificio en construcción se arroja un ladrillo verticalmente hacia arriba con una velocidad de 10 m/seg. Su altura en función del tiempo se puede aproximar mediante la fórmula $f(t) = -4.9t^2 + 10t$, donde $f(t)$ representa la altura a la que se encuentra el ladrillo medida en metros y t es el tiempo expresado en segundos.

En esos momentos, y mediante un elevador, se subía, a velocidad constante, un balde de mezcla, de manera que a los 0.5 segundos se encontraba a 3.75 metros de altura y pasado 1 segundo a 5 metros de altura.

-
- a) Encuentra una fórmula que represente el movimiento del balde sabiendo que puede describirse mediante una función lineal.
 - b) Representá aproximadamente ambas funciones en un mismo sistema de ejes cartesianos.
 - c) Determiná en qué momento se encontraron el ladrillo y el balde a la misma altura.
2. Un auto sale desde la Ciudad Autónoma de Buenos Aires hacia Mar del Plata con una velocidad inicial de 30 km/h y una aceleración constante de 36.25 km/h². Al mismo tiempo un camión parte desde la ciudad de La Plata hacia Mar del Plata con una velocidad constante de 72 km/h.

La posición en función del tiempo del auto se puede representar con una función cuadrática: $A(t) = x_a + v_a t + \frac{1}{2} a t^2$, donde x_a es la posición inicial, v_a es la velocidad inicial, a es la aceleración constante y t el tiempo; y la posición en función del tiempo del camión se puede expresar mediante una función lineal: $C(t) = x_c + v t$, donde x_c es la posición inicial y v es la velocidad constante.

Considerando que la distancia entre la Ciudad Autónoma de Buenos Aires y La Plata es de 50 km y que entre La Plata y Mar del Plata hay 360 km; y teniendo en cuenta que los dos vehículos arrancan en el mismo instante ($t = 0$) y recorren la misma ruta, determine las funciones $A(t)$ y $C(t)$. ¿Cuánto tiempo tarda cada vehículo en llegar a Mar del Plata? ¿Cuánto tiempo transcurre desde el instante inicial hasta que los vehículos se encuentran en la ruta? Graficá ambas funciones en un mismo sistema de ejes cartesianos.¹

3. Los gráficos de las funciones $p(x) = -5x + b$ y $q(x) = ax^2 + 3x - 1$ se intersecan en el punto $A = (2; -3)$.
- a) Halla los valores de los coeficientes a y b .
 - b) Indicá si los gráficos de $p(x)$ y $q(x)$ se intersecan en algún otro punto.
 - c) Graficá ambas funciones en un mismo sistema.
4. Considerá las funciones $r(x) = -x^2 + 4x + c$ y $s(x) = 2x + 2$. Halle los valores de c de modo que los gráficos de $r(x)$ y $s(x)$:
- a) Se intersequen en dos puntos;
 - b) Se intersequen en un punto;
 - c) No se intersequen.

¹Sugerencias: Tené en cuenta que La Plata se encuentra entre la Ciudad Autónoma de Buenos Aires y Mar del Plata. Considerá que la posición inicial del auto es cero.