

Práctica 1

1. ¿Cuáles de los siguientes números racionales son fraccionarios?

$$\frac{2}{3} \quad \frac{10}{5} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{10}{3} \quad \frac{262}{1} \quad \frac{15}{10} \quad \frac{0}{15847} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{12}{9} \quad \frac{12}{3} \quad \frac{229}{90}$$

2. Pasar los siguientes números racionales a fracción:

a) 35.26

b) 0.0034

c) $12.\widehat{2}$

d) $3.\widehat{9}$

e) $50.0\widehat{25}$

f) $0.2\widehat{57}$

3. Expresar las siguientes desigualdades en notación de intervalos y representarlos en la recta numérica :

a) Sea x un número real tal que $0 \leq x < \frac{3}{4}$.

b) Sea x un número real tal que $-3.1 < x \leq 2$.

c) Sea x un número real tal que $2 < x < 6$ ó $3 < x \leq 7$.

d) Sea x un número real tal que $0 \leq x < 1$ y $1 < x < 2$.

4. Representar en la recta numérica los siguientes conjuntos:

a) $(-1; 4)$

b) $(5; \frac{17}{2}]$

c) $(-2; 6) \cup [4; 9.7]$

d) $(\sqrt{2}; 5] \cap [3.2; 7]$

5. Calcular aplicando propiedades, sin utilizar calculadora.

a) $\left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(2 - \frac{5}{2}\right) + \frac{\left(\frac{1}{9} - \frac{5}{12}\right)}{\left(-\frac{1}{6}\right)} =$

b) $\frac{\left[\frac{0.6}{(-0.3)} + 0.3 - \frac{13}{10}\right]}{0.5 \cdot \frac{15}{30}} =$

c) $(1 - 0.\widehat{6}) \cdot 0.\widehat{3} - (1 - 0.\widehat{5}) =$

$$d) \frac{\left(|-5| + \frac{4}{10}\right)}{(-|-2.5|)} =$$

$$e) \frac{100!}{99!} - \frac{99}{0!} - \frac{14+2}{2 \cdot 8} =$$

6. Escribir V (Verdadero) o F (Falso) según corresponda, justificando la respuesta.

- a) $a^3 \cdot a^2 = a^6$
 b) $m \cdot m \cdot m = 3m$
 c) $(b \cdot b^2)^3 = b^9$

7. Resolver aplicando **propiedades** de la potenciación.

a) $\frac{4}{9} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} - \left(\frac{3}{2}\right)^{16} : \left(\frac{3}{2}\right)^{18} - 1^5 =$
 b) $\left(-\frac{3}{5}\right)^{-6} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)^7 + \left(\frac{5}{2}\right)^{-1} - \left[\left(-\frac{6}{5}\right)^{-2}\right] : \left(-\frac{1}{4}\right)^{-1} =$
 c) $\frac{(a \cdot a^2)^2}{a^5} =$
 d) $(b \cdot b^{-2})^3 \cdot b^2 =$
 e) $\left(\frac{m}{n^3}\right)^5 \cdot \left(\frac{m}{n}\right)^{-3} =$

8. Calcular utilizando propiedades, sin usar calculadora. Dejar expresado el resultado en notación científica.

a) $\frac{(-9.8 \times 10^{15})}{(-1.4 \times 10^{-9})} =$
 b) $10^{26} \cdot \left(\frac{5.1}{10^{23}}\right) \cdot (-2.5) =$
 c) $\left(\frac{8.4 \times 10^{19}}{10^{28}}\right) \cdot 5 =$
 d) $(7.3 \times 10^{-12}) : (2.5 \times 10^{-24}) =$

9. Escribir V (Verdadero) o F (Falso) según corresponda, justificando la respuesta.

- a) $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$
 b) $\sqrt{a^3} = a^{\frac{2}{3}}$
 c) $\sqrt{x^2} = x$

10. Resolver aplicando propiedades de la radicación especificando para que valores son válidas las expresiones.

a) $\sqrt{a^3} \sqrt{a} \sqrt{a^4} =$
 b) $\sqrt[9]{\frac{x^{12}}{y^{15}}} =$

$$c) \sqrt[3]{8x} + \sqrt[6]{x^4} - 5\sqrt[3]{x} =$$

$$d) \frac{b-c}{\sqrt{b}-\sqrt{c}} =$$

11. Calcular utilizando propiedades, sin usar calculadora.

$$a) \frac{2}{3} - 2 \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot (-12) + 2^{-2} =$$

$$b) \sqrt[3]{\left(\frac{3}{2}\right)^9} : \left(-\frac{2}{9}\right)^{-1} + \frac{15}{2} : (-30) + \frac{4}{9} =$$

$$c) \left(-\frac{3}{4}\right)^{-4} : \left(-\frac{1}{18}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right)^6 : \left(-\frac{1}{3}\right)^7 + \sqrt[3]{\left(\frac{7}{8} - 1\right) \cdot (-3)^3} =$$

$$d) \frac{\frac{4}{5} : \frac{6}{25}}{\left(\frac{1}{10}\right)^{-2}} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + \frac{2 - \frac{1}{3}}{\left(1 + \frac{1}{2}\right)^{-1}} =$$

$$e) \left(\frac{1}{3}\right)^{-1/3} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^{1/3} \cdot \frac{3^{3-1}}{3^{-1^3}} \cdot \left(-\frac{7}{3} + 2\right)^{-2/(-3)} \cdot \sqrt[3]{27^{-2/3}} + \frac{(-3^4)^3}{\sqrt{(-3)^{3 \cdot 2^3}}} =$$

$$f) \frac{\sqrt{(-2)^2}}{\sqrt{-2^2 + 2^3}} \cdot \frac{\left(\frac{4}{5} - \frac{2}{3}\right)}{\left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-1/3}\right]^{-3}} \cdot \frac{2^{2^3}}{2^{3^2}} \cdot \frac{\sqrt{3^2 + 0^2 + 4^2}}{\left[\left(\sqrt{(3+0+4)^2}\right)^2\right]^0} =$$

12. Calcular los siguientes logaritmos aplicando la definición:

$$a) \log_4 64 =$$

$$b) \log_3 \frac{1}{3} =$$

$$c) \ln 1 =$$

$$d) \log 0.001 =$$

$$e) \log_{\frac{2}{3}} \frac{27}{8} =$$

13. Utilizando la definición de **antilogaritmo**, despejar y hallar con calculadora el valor de x .

$$a) \log x = \frac{1}{2}$$

$$b) \log_2 x = 7.1$$

$$c) \log_x 8 = 3$$

14. Indicar si las siguientes igualdades son verdaderas o falsas justificando tu respuesta:

$$a) (\log_3 4)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_3 4$$

$$b) \log_3 4^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_3 4$$

$$c) \frac{\log_3 2}{\log_3 5} = \log_3 2 - \log_3 5$$

$$d) \log_3 \frac{2}{5} = \log_3 2 - \log_3 5$$

$$e) \ln 2 = \frac{\log 2}{\log e}$$

15. Sabiendo que $\log_a(x) = 2$, $\log_a(t) = 13$, $\log_a(y) = 3$ y $\log_a(z) = 3/2$ calcular:

$$a) \log_a(x \cdot y^2) =$$

$$b) \log_a \sqrt{x^3 \cdot y} =$$

$$c) \log_a \left(\frac{x}{yz} \right)^5 =$$

$$d) \log_z \left(\frac{\sqrt{x}}{y^3 z^4} \right)^6 =$$

$$e) \log_t \left(\frac{t^3 x^5 \sqrt{y}}{x y t} \right) =$$

16. Calcular sin utilizar calculadora suponiendo que las letras toman valores permitidos.

$$a) \frac{4 \log_2 4}{3 \log_3 3} \cdot (\log_5 25)^{-1} - \frac{1}{3} =$$

$$b) \frac{(\log_2 8)^2}{\log_2 \sqrt{2} + \frac{1}{2}} =$$

$$c) \log_3 \left[\frac{3a + 9}{a + 3} \right]^3 =$$

$$d) \frac{(\log_3 a)^2 + \frac{\log_9 a^2}{\log_a 9}}{\log_{2+1}(2a - a)} \cdot e^{\ln(\frac{1}{3})} =$$

$$e) \log_a(a \cdot b) + \log_{\frac{1}{a}}(b) =$$

$$f) \log_2 w - \log_2 \left(\frac{w}{q} \right) + (\log_{q^2}(4^{-1}))^{-1} - 2^{2 \log_2 1} =$$

$$g) \ln e^2 + \frac{1}{2} (\log_a a^8)^{1/3} =$$

$$h) \log_3(27)^{2/3} - \log_{4^3} 4 =$$

$$i) \frac{\log_{11}(1/11)}{\log_b(b^{-2})} - \log_3 \sqrt{3} =$$

$$j) \frac{\log_5 15}{\log_5 3} + \log_3 \left(\frac{1}{5} \right) + \left(5^{\frac{1}{2} \log_5 3} \right)^2 \log_{a+b} \sqrt[3]{a+b} =$$

17. Problemas con logaritmos

-
- a) La magnitud R (en la escala de Richter) de un terremoto de intensidad I se define como: $R = \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$, donde I_0 es la intensidad mínima utilizada como referencia.
- 1) Un terremoto tiene una intensidad de 4×10^8 veces I_0 ¿Cuál es su magnitud en la escala Richter?
 - 2) El terremoto de Anchorage, Alaska, del 27 de marzo de 1964, tuvo una intensidad de 2.5×10^8 veces I_0 ¿Cuál es su magnitud en la escala Richter?
 - 3) ¿Cuál es la intensidad de un terremoto que en la escala Richter llega a los 5 puntos? ¿Y uno que llega a los 7.8 puntos?
- b) Una escala utilizada para medir la magnitud de un sismo es la escala de Richter. La cantidad de energía liberada en un movimiento sísmico está dada por la fórmula: $\log E = 1.5R + 11.8$, donde E es la energía liberada medida en ergios y R es la magnitud del sismo en grados en la escala de Richter.
- 1) Expresá la energía liberada en su forma exponencial.
 - 2) ¿Qué cantidad de energía se libera en un temblor de grado 4?, ¿y en uno de grado 5?
 - 3) ¿Cuál es la relación numérica entre ambos valores?
 - 4) El aumento de un grado en la escala Richter, ¿Qué aumento representa, aproximadamente, en la cantidad de energía liberada? Y si el aumento fuera de dos grados, ¿qué incremento se produce en la energía liberada?
 - 5) Desde que se dispone de instrumentos de medición sísmica, el terremoto de mayor magnitud registrada es el de Valdivia en el año 1960, que tuvo una magnitud de 9.5 grados en la escala de Richter. Compará la energía liberada en este terremoto con la de Cauçete del año 1977 que fuera de 7.4 grados de la misma escala.
- c) La magnitud aparente, m , de una estrella mide el brillo observado de la misma, mientras que la magnitud absoluta, M , mide el brillo que observaríamos si la estrella estuviera a 10 pc de distancia¹. Cuanto menor es la magnitud (absoluta o aparente), más brillante será la estrella. Conociendo ambas magnitudes se puede calcular la distancia, d , a la estrella como $m - M = -5 + 5 \log(d)$.
- 1) Calculá la distancia al Sol sabiendo que su magnitud aparente es igual a -26.7 y su magnitud absoluta es 4.9.
 - 2) Sabiendo que la magnitud absoluta de Sirio es 1.4 y se encuentra a una distancia aproximada de 2.7 pc y que para la estrella Canopus $M = -5.53$ y $d = 94.7$ pc. ¿Cuál de las dos estrellas se ve más brillante?
- d) La temperatura de rocío (T_d) es la temperatura a la que se debe enfriar a presión constante una masa de aire para que comience a condensar el vapor

¹El parsec (pc) es una medida astronómica de distancia. Es aproximadamente igual a 3.26 años luz (3.09×10^{13} km)

de agua que contiene. Una relación útil que involucra a la temperatura ambiente T y la temperatura de rocío T_d es: $T - T_d = -35 \log(r)$, en donde r es la humedad relativa ambiente (HR) dividida por 100 ($r = \frac{HR}{100}$). Si la humedad relativa medida en la estación de La Plata Obs. Es del 75% y la temperatura en el abrigo meteorológico es de 21 grados centígrados ¿Cuál es el valor de la temperatura de rocío?

Para seguir practicando

1. Primero expresar los números decimales como fracción y luego calcular utilizando propiedades, sin usar calculadora.

$$a) 0.\widehat{2} + 2,\widehat{15} - \sqrt[3]{0,\widehat{6} \cdot 12} =$$

$$b) \frac{0.05 + 0.75}{0.01 + 0.03} - \frac{0.2^3}{\sqrt[4]{0.0016}} =$$

$$c) \sqrt{(0.1 \cdot 0.3)^2 : (0.2 - 0.1)^2} - \sqrt{0.81} =$$

$$d) \frac{0.7 + 1.\widehat{3}}{1.22} + 0.\widehat{12} \cdot 3.3 - 0.9 \cdot 0.1\widehat{7} + \sqrt{1.\widehat{7} \cdot 0.25} =$$

2. Sabiendo que $\log a = 2$, $\log b = 3$ y que $\log c = 4$, calcular los siguientes logaritmos:

$$a) \log(a^2 \cdot b) =$$

$$b) \log \sqrt{\frac{b}{c^3}} =$$

$$c) \log \left(\frac{b^3}{\sqrt{a}} \cdot c \right) =$$

3. Una de las aplicaciones de la función logarítmica es el cálculo del pH de una sustancia a partir de la concentración de iones positivos de Hidrógeno ($[H]^+$). Así, $\text{pH} = -\log [H]^+$.

$$a) \text{Calculá el pH de una solución cuya concentración de iones de hidrógeno es: } [H]^+ = 10^{-8}; [H]^+ = 0.03 \times 10^{-4}; [H]^+ = 5 \times 10^{-14}; [H]^+ = 5 \times 10^{-7} \text{ y } [H]^+ = 3 \times 10^{-3}.$$

$$b) \text{Calculá } [H]^+ \text{ para soluciones cuyo pH es: pH} = 7, \text{ pH} = 11, \text{ pH} = 3 \text{ y pH} = 6.$$