

MATEMATICAS ESPECIALES I (Variable Compleja)

Programa 2019

Carreras: Licenciatura en Física
Licenciatura en Astronomía
Licenciatura en Geofísica
Profesorado de Matemáticas

1. Números Complejos

Álgebra de los números complejos, operaciones aritméticas, conjugación, valor absoluto. Geometría del plano complejo, coordenadas cartesianas y polares, esfera de Riemann. Conjuntos en el plano complejo, entornos, abiertos, puntos interiores, de frontera y de acumulación, bordes, conjuntos conexos, dominio, región.

2. Curvas en el plano complejo.

Funciones complejas de variable real. Límite, continuidad. Dirección tangente. Longitud de una curva. Arcos, contornos, contornos simples y cerrados.

3. Funciones complejas.

Mapeos, interpretación gráfica. Límites. Continuidad. Derivabilidad, condiciones de Cauchy-Riemann. Analiticidad. Funciones armónicas.

4. Funciones elementales.

Función exponencial. Funciones trigonométricas. Funciones hiperbólicas. Función logaritmo. Noción de superficies de Riemann. Exponentes complejos, raíces n-ésimas. Funciones trigonométricas inversas.

5. Integración en el plano complejo. Fórmula de Cauchy.

Integral de línea. Teorema de Cauchy-Goursat. Existencia de la función primitiva. Fórmula de la integral de Cauchy. Derivadas de orden superior. Forma general del teorema de Cauchy en regiones múltiplemente conexas. Corolarios clásicos: teorema de Morera, principio del módulo máximo, teorema de Liouville, teorema fundamental del álgebra.

6. Propiedades locales de las funciones analíticas.

Desarrollo de Taylor finito y serie de Taylor alrededor de un punto analítico.

7. Sucesiones y series de funciones.

Convergencia puntual y convergencia uniforme. Series de potencias, radio de convergencia, propiedades.

8. Ceros y singularidades

Ceros de una función analítica. Principio de identidad. Singularidades aisladas. Singularidades evitables. Singularidades polares. Singularidades esenciales. Series de potencias negativas. Serie de Laurent alrededor de una singularidad aislada.

9. Cálculo de residuos.

Teorema de los residuos. Cálculo de residuos. Integrales impropias, lema de Jordan. Integrales definidas que contienen funciones trigonométricas.

10. Prolongación analítica.

Teoremas de unicidad. Ejemplos. Principio de reflexión.

11. Mapeos conformes.

Propiedades básicas. Transformación de funciones armónicas. Aplicación: problema de Dirichlet en el disco.

Bibliografía

R.V.Churchill, J.W.Brown y R.F.Verhey, *Variables complejas y sus aplicaciones*, McGraw Hill, 1970.

J. B. Conway, *Functions of one complex variable*, Springer, 1995.

I. Stewart, D. Tall, *Complex Analysis*, Cambridge University Press, London, 1983.

M. R. Spiegel, *Variable Compleja*, (Serie Schaum), Mc Graw Hill,