Astronomía General

Práctica N° 1: Repaso de trigonometría plana

1. a) Expresar los siguientes ángulos en grados: α = 18° 15' 32", t = 196° 46' 6"
   b) Expresar los siguientes ángulos en grados, minutos y segundos: B = 345.7° , μ = 56.2°

2. Completar la tabla con las equivalencias de los ángulos en los distintos sistemas de medida.

° ' "	**radianes**	**hs. min. seg.**
90° 0' 0"'		
		20hs
	$(\pi/4)$	
	$(3\pi/4)$	
67°34' 29"		
		12hs 45min 23seg

3. Calcular el número de segundos de arco (") que hay en un radián.

4. a) Graficar las funciones sen α, cos α y tg α para α entre -2π y 2π.
   b) ¿Qué valores máximos y mínimos pueden tomar cada una de estas funciones?
   c) Marcar en el gráfico de la función seno, dos ángulos entre 0 y π que tengan igual valor del seno.

5. a) Indicar cuáles son las representaciones en una circunferencia trigonométrica de: i) θ ii) sen θ iii) cos θ iv) tan θ
   b) Indicar cuáles son los signos de las funciones sen θ, cos θ y tan θ en cada cuadrante de la circunferencia trigonométrica.

6. Determinar el signo de cada una de las siguientes funciones (sin usar la calculadora), dibujando aproximadamente el ángulo en la circunferencia trigonométrica.
   a) $sen(160°)$ b) $cos(-20°)$ c) $tg(200°)$ d) $tg(6{,}5^h)$ e) $sen(13^h45^m)$
   f) $sec(8\pi/3)$ g) $cotg(9\pi/5)$ h) $sec(57^{rad})$ i) $sen(758°)$

7. Encontrar en qué cuadrante está el ángulo A para cada una de las siguientes condiciones:
   a) $sen(A)$ y $tg(A)$ ambas positivas b) $sen(A)$ positivo y $cos(A)$ negativo
   c) $tg(A)$ positivo y $sec(A)$ negativa d) $cos(A)$ negativo y $cotg(A)$ negativa
   e) $cos(A)$ positivo y $sen(A)$ negativo

8. a) Calcular, usando la calculadora, el valor del ángulo α cuyo seno vale:
   sen α = 0.41

b) Encontrar el otro ángulo entre 0° y 360° cuyo seno tiene el mismo valor. Graficar aproximadamente en la circunferencia trigonométrica.
Notar que la calculadora sólo da un valor posible del ángulo cuyo seno es 0,41*, el otro lo tenemos que deducir nosotros.*

c) Repetir los mismos pasos que en a) y b) para: cos α = -0.78 y tg α = 12.56

9. Calcular los valores de θ comprendidos entre 0 y 2π que satisfacen a cada una de las siguientes ecuaciones:
a) $cosec(\theta) = 2\sqrt{3}/3$ b) $sen(\theta) = -\sqrt{2}/2$ c) $cotg(\theta) + \sqrt{3} = 0$
d) $\sqrt{3}\sec(\theta) + 2 = 0$ e) $cos(\theta) = 3.2$

10. Un poste vertical de 10 m proyecta una sombra de 7.5 m. Hallar el ángulo de elevación del Sol.

11. Se define cuerda como un segmento de recta que une dos puntos de la circunferencia sin pasar por el centro. Si una cuerda de 41.36 m subtiende un ángulo de $145°37'$, ¿cuál es el radio del círculo?

12. a) Para una circunferencia de radio unidad, determinar el valor del arco, de la cuerda, del seno y de la tangente correspondientes a los siguientes ángulos $1''$, $1'$, 1°, 5°, 10° y 20°. Expresar, además, los valores de los ángulos dados en radianes. Comentar

b) Comparar el valor de la tangente y del seno de 1" y con el valor del ángulo de 1" expresado en radianes. *Observar que el valor de un ángulo muy pequeño (tal como el de 1") expresado en radianes es similar al valor de su seno y de su tangente.*

13. Dos embarcaciones se encuentran próximas a un faro. La distancia que separa a una de otra es de 500 m. Desde una de ellas se mide que el ángulo que forman la visual a la otra embarcación con la dirección en la que se encuentra el faro es de $50°20'$. En el mismo instante, desde la segunda embarcación, se mide el ángulo que forman la visual a la primera embarcación y la visual al faro, encontrándose que es $110°40'$. Calcular a qué distancia del faro se encuentra cada una de las embarcaciones en ese instante.

Respuestas

1) a) 18.259°; 196.768°

1) b) 345° 42' ; 56° 12'

2)

° ’ ”	**radianes**	**h. min. seg.**
90° 0’ 0”’	$(\pi/2)$	6h
300°	$(5\pi/3)$	20h
45°	$(\pi/4)$	3h
135°	$(3\pi/4)$	9h
67°34’ 29”	1.18	4h 30m 18s
191° 20’45”	3.34	12h 45min 23seg

3) 206265”

4) a) Ver pag. 6 del apunte explicativo.

4) b) sen(α) [-1,1]; cos(α) [-1,1]; tg(α) ($-\infty$,∞)

4) c) Por ejemplo ($\pi/3$) y ($2\pi/3$)

5) a) Ver pags. 6-7 del apunte explicativo.
5) b) Ver pag. 9 del apunte explicativo.

6) a) sen(160°) > 0, cuadrante II; b) cos(-20°) > 0, cuadrante IV; c) tg(200°) > 0, cuadrante III; d) $tg(6{,}5^h) \equiv$ tg(97°30’) <0, cuadrante II; e) $sen(13^h45^m) \equiv$ sen(206°15’) < 0, cuadrante III; f) $sec(8\pi/3) \equiv$ sec(120°) < 0, cuadrante II; g) $cotg(9\pi/5) \equiv cotg(324°) <$ 0, cuadrante IV; h) sec(57^{rad}) $\equiv$ sec(25,8°) > 0 , cuadrante I; i) sen(758°) $\equiv$ sen(38°) > 0, cuadrante I

7) Ver pag. 9 del apunte explicativo.

8) a) Valor de la calculadora: α_1 = 24° 12’ 17 ” .

8) b) α_2 = 180° - α_1 = 180° - 24° 12’ 17 ” = 155° 47’ 42”

8) c) cos (α) = - 0.78, α_1 = 141° 15’38” y α_2 = 218° 44’22”; tg(α) = 12.56, α_1 = 85° 26’52” y α_2 = 265° 26’ 52”

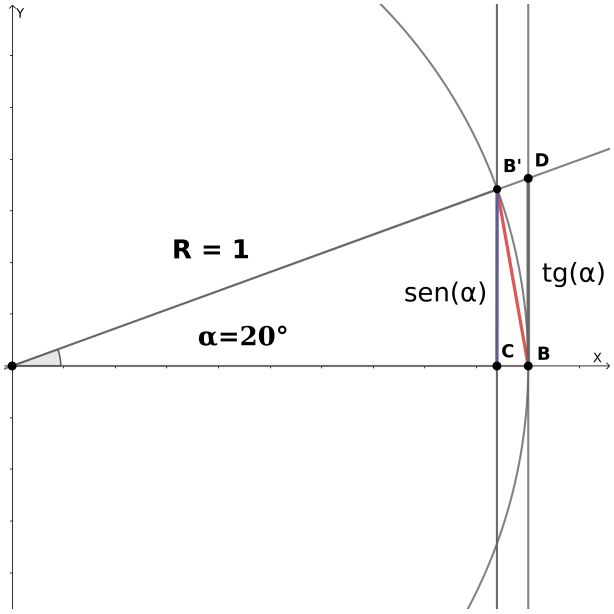
9) a) $cosec(\theta) = 2\sqrt{3}/3$ **Rta:** $\theta = 60°$ y $\theta = 120°$; b) $sen(\theta) = -\sqrt{2}/2$ **Rta:** $\theta = -45°(315°)°$ y $\theta = 225°$; c) $cotg(\theta) + \sqrt{3} = 0$ **Rta:** $\theta = -30°(330°)$ y $\theta = 150°$; d) $\sqrt{3}\sec\theta + 2 = 0$ **Rta:** $\theta = 150°$ y $\theta = 210°$; e) $cos(\theta) = 3{,}2$ **Rta:** No existe valor de θ

10) α = 53° 7’

11) R = 21,64 m

12) En la figura que sigue está graficada parte de la circunferencia de radio unidad y en ella está indicado un ángulo de 20°, el arco subtendido y la cuerda (segmento BB’en rojo).

Podemos deducir que a medida que se achica el ángulo α, la longitud de la cuerda y la longitud del arco subtendido por el ángulo serán cada vez más parecidas.



También sabemos que a medida que un ángulo se hace cada vez más pequeño, el valor de su seno y de su tangente se puede aproximar al valor del ángulo en radianes: si α es muy pequeño: sen $\alpha \approx$ tg$\alpha \approx \alpha$ [rad]

En base a lo anterior, podemos decir que cuando α se hace cada vez más pequeño, la longitud del arco (B'B), la de la cuerda (segmento B'B en rojo), el valor del seno (B'C) y de la tangente (DB) se hacen cada vez mas parecidos y van a ser similares al valor del ángulo en radianes.

13) AF = 1436.95 m y BF = 1182.2 m