



UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA
FACULTAD DE CIENCIAS ASTRONÓMICAS Y GEOFÍSICAS

Análisis Numérico I

(programa 2014)

Carrera:	Licenciatura en Astronomía
Carácter:	semestral
Dictado:	en ambos semestres
Carga horaria semanal:	4 horas de teoría y 4 horas de trabajos prácticos
Carga horaria total de teorías:	72 horas
Carga horaria total de prácticas:	72 horas
Profesor Adjunto (a cargo):	Dr. Jorge Alejandro Panei

Programa Analítico

Unidad 1: Sistemas Numéricos y Errores

Definición de algoritmo. Fuentes de error. Errores absoluto y relativo. Representación aproximada de un número. Bases. Redondeo y truncamiento. Número de decimales correctos. Número de dígitos significativos. Propagación de errores. Aritmética de cálculo. Fórmula general de la propagación de errores. Cota del error. Método inverso en la fórmula de propagación de errores. Error standard estadístico. Representación de números: sistema posicional. Formato de punto fijo: números enteros. Formato de punto flotante: números reales. Conjunto de números reales en la computadora: $\mathbb{F}(\beta, t, L, U)$. Número de elementos de \mathbb{F} . Desbordamientos: *overflow* y *underflow*. Cantidad de elementos entre un exponente e y $e + 1$ en \mathbb{F} . Distancia entre dos números consecutivos de \mathbb{F} . Epsilon de la máquina. Redondeo y aritmética de punto flotante. Números especiales.

Unidad 2: Resolución de Ecuaciones No-lineales

Ubicación de raíces. Método de Bolzano, error y número de pasos, convergencia. Método de Newton-Raphson, convergencia. Método de la secante, convergencia. Definición de punto fijo. Método de iteración funcional, error. Método Δ^2 de Aitken. Precisión alcanzable y criterio de terminación. Raíces múltiples. Modificación del método de Newton-Raphson. Ecuaciones algebraicas. Método de Horner. División sintética. Teorema de Sturn. Deflación. Procedimiento de Maehly. Sistemas de ecuaciones no-lineales. Método de Newton-Raphson para sistemas de ecuaciones.

Unidad 3: Resolución de Sistemas Lineales

Métodos Directos

Sistemas triangulares. Eliminación gaussiana. Estrategias de pivoteo. Factorización LU. Cálculo de determinantes. Esquemas compactos de eliminación gaussiana. Método Doolittle. Método de Crout. Método de Choleski. Matrices banda. Matriz tridiagonal. Análisis del error para sistemas lineales. Análisis perturbativo. Número de condicionamiento. Errores de redondeo y eliminación gaussiana. Escalado de sistemas lineales. Mejoramiento iterativo de una solución.

Métodos Iterativos

Método de Jacobi. Método de Gauss-Seidel. Convergencia de los métodos iterativos. Método de sobrerelajación sucesiva. Resolución de sistemas no-lineales.

Autovalores y Autovectores

Cálculo Numérico de Autovalores y Autovectores. Ubicación de autovalores. Método de Potencia. Método de factorización QR .

Unidad 4: Interpolación y Sistemas Lineales Sobredeterminados

Interpolación

Unicidad. Teorema de aproximación de Weierstrass. Teorema del resto en interpolación. Fenómeno de Runge. Fórmula de interpolación de Lagrange. Error en la fórmula de Lagrange. Diferencias y diferencias divididas. Fórmula general de interpolación de Newton. Fórmula de Newton caso equidistante. Extrapolación de Richardson. Interpolación con *splines* cúbicos.

Sistemas Lineales Sobredeterminados

Las ecuaciones normales. Interpretación geométrica. Matriz pseudo-inversa. Forma clásica de las ecuaciones normales. Ajustes polinómicos. Ajuste de funciones. Método de ortogonalización. Mejoramiento de la solución de mínimos cuadrados.

Unidad 5: Integración y Diferenciación Numérica

Integración Numérica

Regla del rectángulo. Estimación del error. Regla del trapecio. Estimación del error. Fórmula de Simpson. Estimación del error. Fórmula de Newton-Côtes. Fórmula de Euler-MacLaurin. Extrapolación de Richardson aplicada a trapecios. Método de Romberg. Cuadraturas gaussianas. Polinomios ortogonales. Teorema de cuadratura gaussiana. Error en la fórmula de cuadratura gaussiana. Singularidades. Integrales múltiples.

Diferenciación Numérica

Fórmula para la derivada primera usando dos puntos. Fórmulas para la derivada primera usando tres puntos. Derivadas primera y segunda usando polinomio de Taylor. Extrapolación de Richardson y diferenciación. Fórmula para la derivada primera usando cinco puntos. Derivadas en más de una variable.

Unidad 6: Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

Problemas de Valores Iniciales

Problemas con valores iniciales. Ecuaciones diferenciales de orden n . Sistemas autónomos y no-autónomos. Existencia y unicidad de soluciones. Error global y local. Propagación de errores. Método de Euler Simple o Explícito. Error en el método de Euler. Método de Euler Modificado. Método de trapecios o método de Heun. Método de Euler Implícito. Métodos usando desarrollo de Taylor. Fórmula de Punto Medio. Método de Runge-Kutta de orden 2, 3 y 4. Estimación del error en la fórmula de Runge-Kutta de orden 4. Método de Euler-Cromer. Método de *Leap-frog*. Método de Euler-Richardson. Métodos de paso variable. Método de Runge-Kutta-Fehlberg de orden 4-5. Extrapolación de Richardson aplicada a las ecuaciones diferenciales ordinarias. Método de Gragg. Métodos de paso múltiple. Método de Adams-Bashforth de orden 4. Método de Adams-Moulton de orden 4.

Problemas de Contorno

Problemas con condiciones de contorno. Método de *Shooting*. Método de diferencias finitas.

Bibliografía

- [1] Abramowitz, M. & Stegun, I. A., *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, 1964
- [2] Arnold, D. N., *A Concise Introduction to Numerical Analysis*, 1991

- [3] Atkinson, K., & Han, W., *Theoretical Numerical Analysis*, 2001, Ed. Springer
- [4] Burden, R. L., & Faires, J. D., *Numerical Analysis*, 8th edition, 2005, Ed. Thompson Brooks/Cole
- [5] Dahlquist, G., & Björck, Å., *Numerical Methods*, 2003, Ed. Prentice-Hall
- [6] Gordon, J., *Algoritmos Numéricos*, 1985
- [7] Heath, M. T., *Scientific Computing An Introductory Survey*, 1997, Ed. McGraw-Hill
- [8] Householder, A. S., *Principles of Numerical Analysis*, 1953
- [9] Isaacson, E., & Keller, H. B., *Analysis of Numerical Methods*, 1994, Ed. Dover
- [10] Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., & Flannery, B. P., *Numerical Recipes*, 1997, Ed. Cambridge University Press
- [11] Quarteroni, A., Sacco, R., & Saleri, F., *Numerical Mathematics*, 2000, Ed. Springer-Verlag
- [12] Shampine, L. F., Allen, R. C. Jr., & Pruess, S., *Fundamentals of Numerical Computing*, 1997, Ed. John Wiley & Sons
- [13] Stoer, J., & Bulirsch, R., *Introduction to Numerical Analysis*, 1993, Ed. Springer-Verlag
- [14] Süli, E., & Mayers, D., *An Introduction to Numerical Analysis*, 2003, Ed. Cambridge University Press

Bibliografía por Unidad

Unidad 1: [4], [5], [7], [8], [10], [11], [12], [13]

Unidad 2: [4], [5], [6], [10]

Unidad 3: [4], [5], [10]

Unidad 4: [3], [4], [5], [6], [10]

Unidad 5: [1], [2], [4], [5], [6], [9]

Unidad 6: [4], [5], [7], [11], [14]

Forma de aprobación:

La forma de aprobación de la materia es la siguiente:

La aprobación de los Trabajos Prácticos es mediante un examen parcial con dos (2) instancias de recuperación en caso de ser necesario. El examen parcial será un único exámen al final de la cursada, con sus respectivos recuperatorios, como se indicó anteriormente. Eventualmente podrán tomarse un primer y segundo parcial con sus respectivos recuperatorios, en caso de ser necesario, para una mejor organización de los trabajos prácticos.

La aprobación definitiva de la materia es mediante examen final.