



Programa de la materia^(*): ÁLGEBRA

Carrera: Licenciatura en Astronomía; Geofísica

1) ELEMENTOS DE LÓGICA:

Enunciados. Proposiciones simples y compuestas. Conectivos. Tablas de verdad. Tautología. Contradicción. Función lógica. Conjunto de validez. Cuantificadores. Enunciados de existencia y unicidad. Contraejemplos. Generalización y ejemplificación. Equivalencia lógica. Implicación lógica. Argumentos. Reglas de Inferencia.

2) ELEMENTOS DE TEORÍA DE CONJUNTOS:

PARTE 1:

Pertenencia. Inclusión. Igualdad. Conjunto vacío. Conjunto Universal. Operaciones entre conjuntos: unión, intersección, diferencia, diferencia simétrica, complemento. Propiedades. Conjunto de partes. Unión e intersección generalizadas.

PARTE 2:

Producto cartesiano de dos conjuntos. Relaciones en un conjunto. Propiedades: reflexividad, simetría, transitividad, asimetría.

Relaciones de orden. Diagrama de Hasse. Elementos distinguidos: maximales, minimales, primero y último. Cotas de un subconjunto ordenado, supremo, ínfimo. Conjunto totalmente ordenado. Conjunto bien ordenado. Orden inducido.

Relaciones de equivalencias: Clases de equivalencia. Conjunto cociente. Partición inducida.

Funciones. Igualdad. Composición. Propiedades: inyectividad, suryectividad y biyectividad.

Existencia de inversa. Restricción y extensión de una función. Gráfico. Operaciones en un conjunto. Propiedades: asociativa, conmutativa, existencia de neutro, existencia de opuestos. Conjuntos coordinables. Familias de conjuntos con subíndices.

3) TEORÍA DE NÚMEROS

I- NÚMEROS NATURALES

Números reales: suma y multiplicación. Propiedades. Orden total. Propiedades. Subconjunto inductivo.

Números naturales: definición como intersección de subconjuntos inductivos. Principio de Inducción Completa. Principio de buena ordenación.

Equivalencia de ambos.

Conjuntos finitos y numerables no finitos. Idea de cardinal.

Definiciones por recurrencia: sumatoria, productoria, factorial, potenciación de números reales.

Combinatoria: permutaciones. Variaciones con y sin repetición. Combinaciones simples. Binomio de Newton.

II-NÚMEROS ENTEROS Y RACIONALES:

Propiedades de las operaciones con enteros. Divisibilidad. Números primos. Teorema del algoritmo de la división. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides. Ecuaciones diofánticas. Mínimo común múltiplo.

Teorema fundamental de la Aritmética. Racionales: definición. Aplicación del Teorema fundamental de la Aritmética para demostrar la irracionalidad de un número real.

III-NÚMEROS COMPLEJOS:

Definición. Operaciones y propiedades. Formas par ordenados, binómica y polar. Representación gráfica. Fórmula de De Moivre para Potenciación entera. Radicación. Potencia fraccionaria. Raíces n-ésimas. Primitivas de la unidad.



4.- POLINOMIOS DE UNA INDETERMINADA

4.1 Definición de $K(x)$ ($K=\mathbb{R}, \mathbb{C}, \mathbb{Z}_p$, etc.) Operaciones.

Propiedades. Algoritmo de la división. Divisibilidad. Polinomios irreducibles. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides. Mínimo común múltiplo.

4.2 Raíz de un polinomio. Teorema del resto. Regla de Ruffini. Polinomio derivado. Fórmula de Taylor. Raíces múltiple. Caracterización por los polinomios derivados.

4.3 Teorema Fundamental de Álgebra: consecuencias. Teorema Fundamental de la Aritmética. Descomposición factorial. Raíces complejas de un polinomio con coeficientes reales. Relaciones entre coeficientes y raíces. Reducción a un polinomio con todas sus raíces simples.

5.- MATRICES

Definición. Matriz transpuesta. Operaciones. Propiedades. Matrices especiales. Matrices invertibles.

6.- ELEMENTOS DE ESTRUCTURAS ALGEBRAICAS (1ra parte)

6.1 Operaciones binarias:

Definición, propiedades y ejemplificación de grupos, subgrupos, anillos, anillos de integridad, cuerpo (ejemplificando con las estructuras ya vistas).

6.2 Espacios vectoriales:

Definición. Propiedades. Subespacios. Combinación lineal. Suma e intersección de subespacios. Generadores. Dependencia e independencia lineal. Propiedades. Bases y dimensión de un espacio vectorial. Espacios de dimensión finita. Dimensión del espacio suma. Suma directa. Base ordenada. Coordenadas.

7.- SISTEMAS DE ECUACIONES Y METRICES (resolución numérica)

Definición de solución. Expresión de un sistema en forma matricial. Sistemas equivalentes. Operaciones elementales por fila. Matrices elementales. Matrices equivalentes por filas. Aplicación a la resolución de sistemas. Condiciones de compatibilidad. Aplicación al cálculo de la matriz inversa. Método de Gauss-Jordan.

8.- DETERMINANTES

Definición. Subdeterminantes. Complementos y cofactores. Propiedades. Determinante de un producto de matrices. Caracterización de las matrices invertibles. Matriz adjunta. Cálculo de inversa. Aplicación a la resolución de sistema de ecuaciones: Regla de Cramer. Rango de matrices.

9.- TRANSFORMACIONES LINEALES.

9.1 Definición y propiedades. Núcleo e imagen. Transformaciones especiales: endomorfismo, monomorfismo, epimorfismo, etc. Teorema de la dimensión. Consecuencias. Isomorfismos. Extensión por linealidad de una función definida sobre una base.

9.2 Matrices asociadas a una transformación lineal. Isomorfismo entre $\text{Hom } K(v, v')$ y $K^{\dim K(V')} \times K^{\dim K(V)}$. Cálculo de transformaciones utilizando matrices. Matriz de la composición de transformaciones. Cambio de base. Matrices semejantes. Propiedades. Rango de matrices, rango de una transformación lineal y nulidad.

10.- APLICACIONES DE LAS TRANSFORMACIONES LINEALES A LOS SISTEMAS DE ECUACIONES.

Espacio solución de los sistemas homogéneos. Condición de compatibilidad. Teorema de Rouché-Frobenius.

BIBLIOGRAFÍA:



- L. Oubina: "Introducción a la Teoría de Conjuntos" Eudeba, Bs. As. 1974.
- M. Sagastume: "Introducción al Cálculo Proposicional y a las Teoría de Primer Orden" CECE, La Plata, 1986.
- E. Gentile: "Notas de Álgebra", Eudeba, Bs. As, 3ra Edición 1984.
- M. Cortlar-C. Sadosky: "Introducción al Álgebra", Eudeba, Bs. As., 1977.
- A. Sagastume Berra-G. Fernández: "Álgebra y Cálculo Numérico" Kapeluz, Bs. As., 1960.
- P. Kahn: "Introducción al Álgebra Lineal", Harper and Row Publishers inc.
- E. F. Krause: "Introduction to linear Algebra", Holt, Rinehart and Winston, USA, 1970.
- E. Gentile: "Álgebra Lineal-Notas de Álgebra II", edit. Docencia S.A., Bs. As., 1981.
- S. Lang: "Álgebra Lineal" Fondo Educativo Interamericano, México, 1976.

Consulta:

- J. Bosch: "Introducción al Simbolismo Lógico", Eudeba, Bs. As., 1965.
- I. Copi: "Introducción a la Lógica" Eudeba, Bs. As., 1973.
- P. Suppes-S. Hill: "Introducción a la lógica matemática" Editorial Reverte S.A. Barcelona, 1968.
- P. Halmos: "Teoría intuitiva de los Conjuntos" CECSA, México, 1965.
- Rey Pastor-Pi Calleja-Trejo: "Análisis Matemático", Tomo 1, Reverte Bs. As., 1965.
- N. Mc Coy: "Introduction to modern Algebra" Revised Edition-Allynand Bacon inc., Boston, 1971.
- J. Gordon: "Algoritmos Numéricos", La Plata, 1985.
- K. Hoffman-P. Kunze: "Álgebra Lineal", Edit. Prentice Hall internacional, Madrid, 1973.
- G. Mostov-J. Sampson: "Álgebra Lineal" Centro Regional de Ayuda Técnica, México 1972.

(*): El presente archivo es transcripción del programa vigente que obra en el Departamento de Alumnos de nuestra Facultad. Bajo ningún concepto este escrito puede ser utilizado como programa oficial.